

Zur Bemessung von SL-belasteten Anschlüssen im konstruktiven Glasbau

Von der Fakultät für Bauingenieurwesen der
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen
zur Erlangung des akademischen Grades einer Doktorin
der Ingenieurwissenschaften genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Mascha Baitinger, geb. Pils

Berichter: Universitätsprofessor Dr.-Ing. Markus Feldmann
 Universitätsprofessor Dr.-Ing. Dr.h.c. Gerhard Sedlacek
 Universitätsprofessor Dr.-Ing. Jens Schneider
 Universitätsprofessor Dr.-Ing. Dieter Ungermann

Tag der mündlichen Prüfung: 13.11.2009

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Hochschulbibliothek
online verfügbar.

Erscheint demnächst in:

Schriftenreihe Stahlbau – RWTH Aachen
Heft 71

Herausgeber:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Markus Feldmann
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr.h.c. Gerhard Sedlacek
Lehrstuhl für Stahlbau und Leichtmetallbau
der RWTH Aachen
Mies-van-der-Rohe-Str. 1

Shaker Verlag
Aachen 2010
ISBN 978-3-8322-8761-0

Vorwort der Herausgeber

Motor der steten Entwicklung tragender Glaskonstruktionen ist der architektonische Wunsch nach offen und transparent wirkenden Bauwerken.

Bei der Umsetzung in technische Lösungen steht im besonderen Maße Entwurf und Bemessung der Verbindungen von Glasbauteilen im Vordergrund, da an diesen Diskontinuitäten örtliche Spitzenbeanspruchungen erzeugt werden, die – im Gegensatz zu anderen Bauweisen – nicht vom Baustoff abgebaut werden können und in aller Regel versagensauslösend wirken. Um diesen Nachteil zu überwinden, werden plastifizierungsfähige Zwischenschichten eingesetzt, die das Grenzzustandsverhalten der Glasbauanschlüsse mit der erforderlichen Zuverlässigkeit reproduzierbar gestalten.

Während für Anschlüsse von Glasbauteilen mit Querbelastrung, die Punktstützungen, Bemessungs- und Klassifizierungskonzepte weiter gediehen sind, fehlte es für in der Scheibenebene belastete punktförmige Anschlüsse nicht nur an technischen Regeln, sondern auch an geeigneten Ingenieurmodellen.

Frau Mascha Baitinger hat sich deswegen der Aufgabe angenommen, das Tragverhalten der Scher-Lochleibungsverbindung, der wegen der Lösbarkeit und der damit verbundenen Austauschbarkeit der Gläser für den Glasbau wichtigsten Verbindungsart umfassend zu erforschen, ihre Tragwirkungen und Spannungseffekte zu analysieren und einfache Regeln für die Bemessung und konstruktive Auslegung auch komplexer, d.h. mit Normalkraft, Querkraft und Moment kombiniert belasteter Anschlüsse abzuleiten.

Die Herausgeber freuen sich, dass dieses Konzept mit allen experimentellen und sicherheitstheoretischen Begründungen so weit entwickelt worden ist, dass es nun als Normungsvorschlag für DIN 18008 dienen kann.

Die Forschungsarbeiten sind über das Projekt AiF Nr. 14197/N „Stahl-Glas-Verbindungen in Hinblick auf die Normung“, über den Deutschen Ausschuss für Stahlbau (DASt) und über das Projekt „Experimentelle Untersuchungen an gebohrten Glasscheiben bei Lochleibungsbeanspruchungen“ des Fachverbands Konstruktiver Glasbau (FKG) gefördert worden, wofür an dieser Stelle sehr gedankt sei.

Herzlichen Dank geht auch an Herrn Univ. Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Brameshuber für den Vorsitz bei der Promotionsprüfung sowie Herrn Univ. Prof. Dr.-Ing. Jens Schneider von der TU Darmstadt und Herrn Univ. Prof. Dr.-Ing. Dieter Ungermann von der TU Dortmund für die Übernahme der Korreferate.

Aachen, Dezember 2009

Prof. Dr.-Ing. M. Feldmann

Prof. Dr.-Ing. G.Sedlacek

Kurzfassung

Bei Entwurf und Bemessung von tragenden Ganzglaskonstruktionen spielt die Verbindungstechnik eine entscheidende Rolle. Denn dort, wo Glasscheiben z.B. punktförmig gehalten werden, entstehen im Bereich der Bohrungen Spannungsspitzen, die, sofern keine weiteren konstruktiven Maßnahmen ergriffen werden, aufgrund des spröden Werkstoffverhaltens nicht abgebaut oder umgelagert werden und somit plötzlichen Bruch verursachen können.

Dies gilt auch für Scher-Lochleibungsverbindungen des konstruktiven Glasbaus, bei denen deswegen die Bolzenlasten über eine duktile, lastverteilende Zwischenschicht auf die Bohrungswandung des Glases wirken. Jedoch fehlen bis heute Bemessungsregeln, die eine sichere Vorhersage der aufnehmbaren SL-Belastung, vor dem Hintergrund der Streuungen und Imperfektionen des sich spröde verhaltenden Materials und der Fertigung, nicht nur für eine Einzellochverbindung sondern auch für Mehrlochverbindungen unter kombinierter Beanspruchung aus Moment, Normalkraft und Querkraft erlauben.

Der Aufgabe, solche Bemessungsregeln abzuleiten, widmet sich diese Arbeit.

Das im Rahmen der Arbeit entwickelte analytische Berechnungsverfahren baut auf der AIRY'schen Spannungsfunktion auf, indem lokale Beanspruchungen der lochgebohrten Scheibe infolge Lochleibungsdrucks mit Beanspruchungen im Nettoquerschnitt überlagert werden und für beide Anteile eine Lösung für die AIRY'sche Spannungsfunktion gefunden wird. Die Lösungen lassen beliebige Randbedingungen zu und ermöglichen durch Rückwärtszusammensetzen der ermittelten Spannungsanteile die Ermittlung des Spannungs-Dehnungs-Zustands eines beliebigen Lochbildes bei elastisch isotropem Materialverhalten in Abhängigkeit des Lochleibungsdrucks, der Scheibendicke, des Bohrungsdurchmessers und einer sich aus dem Entwurf des Anschluss ergebenden maßgebenden Breite.

Es gelang, anschließend die Analytik in einfache Bemessungsgleichungen zu überführen, bei deren Anwendung die maßgebenden Spannungen des Glasbauteils in Abhängigkeit der an der Einzelbohrung angreifenden Bemessungsbolzenlast, des Bohrungsdurchmessers und der Scheibendicke ermittelt werden kann. Einzeleinflüsse, die sich einerseits aus Montage- und Herstelltoleranzen sowie aus Entwurfsparametern ergeben, wurden im Rahmen dieser Arbeit erstmals systematisch mithilfe von Finite-Elemente-Berechnungen untersucht und konnten zahlenmäßig so erfasst werden, dass sie in Form von Beiwerten in die vorgeschlagene Bemessungsformel einfließen können.

Die maßgebende Bolzenlast ist dabei unter Berücksichtigung der ungleichförmigen Schubkraftverteilung über die Verbindungslänge zu ermitteln.

Um eine ausreichende Traglast der gesamten Konstruktion sicherzustellen, bedarf es ergänzend zum Nachweis der Glasbauteile der Bemessung des Vergussmörtels. Hierzu wurden theoretische Untersuchungen durchgeführt, durch die der Einfluss wichtiger Entwurfsparameter bzw. Einflussfaktoren aus Montage- und Herstelltoleranzen auf die Beanspruchung des Zwischenmaterials erfasst werden konnte. Diese dienen als Grundlage zur Bemessung des Vergussmörtels in Abhängigkeit von Bolzenlast, Bohrungsdurchmesser und Scheibendicke. Dabei wird auf der Materialwiderstandsseite auf die im Rahmen weiterer Forschungs- und Untersuchungsarbeiten dargestellten Materialkennwerte zurückgegriffen.

Die theoretischen Untersuchungen wurden durch zahlreiche Bauteilversuche unter statischen Lasten und unter Gebrauchslastzyklen abgesichert. Analog zu den rechnerischen Untersuchungen wurden hierfür sowohl Normalkraftanschlüsse als auch Querkraft-Momenten-Anschlüsse experimentell untersucht. Ergebnis der Experimente ist nicht nur, dass die über DMS-Messungen und Bruchbildanalysen ermittelten Spannungsverteilungen der Probekörper die rechnerisch ermittelten Spannungsverläufe bestätigen, sondern es konnte auch die im Vergleich zur Plattenbeanspruchung geringere Spannungsausnutzbarkeit bei Lochleibungsbelastung nachgewiesen werden.

Schlussendlich werden Teilsicherheitsbeiwerte abgeleitet und Vorschläge hinsichtlich einer normativen Regelung präsentiert.

Summary

For the design of glass structures the connection method is of great importance since the relevant stresses of point-fixed glass occur in the ultimate vicinity of the holes. If no further constructive means are provided, these stress peaks cannot be dissipated with subsequent glass breakage.

This phenomenon also applies for in plane glass connections with bolts in bearing, where bolt forces act on the glass through ductile interlayers (mortar) that are placed between the glass and the steel bolt. However, until today, there are no construction standards for connections with only one bolt as well as for connections with several bolts under combined sectional forces and moments. Furthermore, imperfections, tolerances, brittle behaviour and scattering of the material properties have to be considered.

This thesis addresses developing an engineering model for lapped glass joints with bolts in bearing and the derivation of rules for the design.

Based on the stress function of Airy an analytical calculation method could be developed, in which local bearing stresses under bolt loading are superposed by net section stresses. Both stress states can be described by stress functions. Thus any bearing condition is addressable. By means of reverse composition of the two stress fractions the stress-strain-state of panes consisting of elastic-isotropic materials with arbitrary hole pattern under any boundary condition can be determined depending on the bolt load, the pane thickness, the hole diameter and the relevant width resulting from the joint geometry.

Further the analytical solution could be reduced to a simple design equation, which enables the determination of the relevant stresses depending on bolt forces acting on the single hole, the diameter of the hole and the glass thickness. Thereby also the influence of the erection and fabrication tolerances as well as design parameters had to be systematically examined by Finite Element calculations that had been performed so far for the first time. The effects could be numerically discovered and coefficients for the design equation could be derived.

Also a non uniform bolt force distribution has to be taken into account for long bolt rows parallel to the force direction.

To ensure a sufficient load bearing capacity of the entire detail, the interlayer material cannot be neglected. Therefore, theoretical examinations were performed. The effect of erection and fabrication tolerances as well as geometrical parameters on the

stresses in the mortar could be determined. The results serve as an approach for the verification of the interlayer against the bolt forces, the diameter of the hole and the glass thickness. The definition of the material resistance bases on former research results and examinations.

All theoretical studies were verified by numerous experimental tests under monotony loading after prior cyclic service loading. In analogy to the analysis, the tests have been realised for joints under normal forces as well as under combined shear forces and moments. The stress-strain-distributions, which were determined by strain gauges and the analysis of the fracture pattern coincide with the theoretical results.

Finally, it was shown that effective resistant stresses governing the load bearing capacity of bolted connections under in plane loading is lower compared to those effective resistant stresses that control failure in case of plate loading.

The thesis closes with derivations for partial safety factors and proposals for the codification.

1	Einleitung	1
2	Stand der Technik und Schlussfolgerungen	4
2.1	Bisherige Forschungsarbeiten.....	4
2.2	Festigkeit thermisch vorgespannter Gläser im Bereich von zylindrischen Lochbohrungen im Hinblick auf Scheibenbeanspruchung	4
2.2.1	Allgemeines	4
2.2.2	Verfahren zur Einprägung der thermischen Vorspannung	6
2.2.3	Vorspannungszustand im Bereich von zylindrischen Lochbohrungen	7
2.2.4	Festigkeit im Bereich von Lochbohrungen bei Scheibenbeanspruchung.....	7
2.3	Beanspruchung im Bereich der Lochbohrung durch Bolzendruck	10
2.3.1	Ansätze aus dem Stahlbau.....	10
2.3.2	Hertz'sche Pressung	12
2.3.3	Bislang verfügbare Untersuchungen im Glasbau	14
2.4	Technische Regeln.....	15
2.5	Konstruktion einer lastabtragenden Lochleibungsverbindung im Glasbau.....	16
2.6	Schlussfolgerungen aus dem Stand der Technik	19
3	Aufgabenstellung und Vorgehensweise	20
4	Entwicklung einer analytischen Lösung	22
4.1	Scheibenstatische Grundlagen, Scheibendifferentialgleichungen und ihre Lösungen...22	
4.1.1	Gleichgewicht	22
4.1.2	Geometrie (Verträglichkeit).....	23
4.2	Analytische Methode zur Bestimmung der Beanspruchungen von Scheiben mit einer Lochbohrung infolge Normalkraft	27
4.2.1	Problemstellung und Lösungsweg.....	27
4.2.2	Kreislochscheibe, belastet mit Lochleibungsdruck im Einelloch	28
4.2.2.1	Der Lochleibungs-Spannungszustand	31
4.2.2.2	Der Grundspannungszustand im Nettoquerschnitt.....	38
4.2.2.3	Resultierender Spannungszustand für einseitig gehaltene Scheiben bei Normalkraftbeanspruchung.....	42
4.2.3	Anwendung der analytischen Lösung.....	46
4.2.3.1	Vorgehensweise und Berechnungsparameter	46

4.2.3.2 Lochleibungsbelastung (Lasteinwirkungsfunktion)	46
4.2.3.3 Berechnungsergebnisse für normalkraftbeanspruchte Scheiben	49
4.3 Analytische Methode zur Bestimmung der Beanspruchungen von Scheiben mit mehreren Lochbohrungen für beliebige Randbedingungen	57
4.3.1 Problemstellung und Lösungsweg.....	57
4.3.2 Herleitung einer allgemeingültigen analytischen Lösung	57
4.3.2.1 Nicht-kontinuierlich normalkraftbeanspruchte Verbindungen (s. auch Kap. 6) ...	59
4.3.2.2 Verbindung zur Übertragung von Querkraft und Moment.....	70
4.3.2.3 Verbindung zur Übertragung von Normalkraft, Querkraft und Moment	73
4.3.3 Anwendung der analytischen Lösung.....	85
4.3.3.1 Vorgehensweise und Berechnungsparameter.....	85
4.3.3.2 Lochleibungsbelastung (Lasteinwirkungsfunktion)	86
4.3.3.3 Berechnungsergebnisse für Q-M-Anschluss mit vier Bolzen.....	87
4.4 Untersuchungen zur Überprüfung der maßgebenden Breite b_m	94
4.4.1 Normalkraftanschluss	94
4.4.2 Querkraft-Momenten-Anschluss.....	98
5 Einflussgrößen auf die Beanspruchung der Scheibe	101
5.1 Problemstellung und Lösungsweg	101
5.2 Parameter, die sich auf den Lochleibungsdruck am Bohrungsrand auswirken.....	103
5.2.1 Berechnungsparameter	103
5.2.2 Zwischenschichtstärke b_{Spalt} bzw. Bolzendurchmesser d_{Bolzen}	105
5.2.3 Scheibendicke t	107
5.2.4 Bohrungsdurchmesser d_o	110
5.3 Entwurfparameter	113
5.3.1 Berechnungsparameter	113
5.3.2 Scheibenbreite B bzw. maßgebende Breite b_m	113
5.3.3 Scheibenlänge L	117
5.3.4 Interaktion von Scheibenbreite B und Scheibenlänge L	121
5.3.5 Bohrlochabstand p_1 parallel zur Richtung der Längskraft.....	125
5.3.6 Bohrlochabstand p_2 senkrecht zur Richtung der Längskraft.....	128
5.3.7 Planmäßig unsymmetrische Druckverteilung über die Scheibendicke.....	131
5.4 Parameter aus Montage- und Herstelltoleranzen.....	134
5.4.1 Berechnungsparameter	134

5.4.2	Kantenversatz im Bereich der Bohrung bei VSG	134
5.4.3	Schlupf Δs des Bolzens im Zwischenmaterial	138
5.4.4	Unplanmäßig außermittige Position des Bolzens in der Lochbohrung	142
6	Lasteinleitung bei langen Schraubenverbindungen	145
6.1	Problemstellung und Lösungsweg	145
6.2	Linearer Ansatz der Schubkraftverteilung	145
6.2.1	Herleitung des Spannungserhöhungsfaktors $k_{\tau}(x)$	145
6.2.2	Beispielhafte Berechnung von $k_{\tau}(x)$	149
7	Vergussmörtel als Zwischenmaterial für SL-Verbindungen	152
7.1	Ergebnisse vorliegender Untersuchungen hinsichtlich der Materialeigenschaften	152
7.2	Einflussfaktoren auf die Beanspruchung des Vergussmörtels	155
7.2.1	Problemstellung und Lösungsweg	155
7.2.2	Zwischenschichtstärke b_{Spalt}	158
7.2.3	Bohrungsdurchmesser d_o	159
7.2.4	Scheibendicke t	161
7.2.5	Planmäßig unsymmetrische Druckverteilung über t	163
7.2.6	Schlupf Δs des Bolzens im Zwischenmaterial	165
7.3	Zusammenfassung der rechnerischen Untersuchungen des Vergussmaterials	167
8	Experimentelle Untersuchungen an SL-belasteten Anschlüssen	169
8.1	Problemstellung und Vorgehensweise	169
8.2	Normalkraftbeanspruchte Scheibe	171
8.2.1	Probekörper für experimentelle Untersuchung	171
8.2.2	Versuchsvorbereitung und -durchführung	173
8.2.3	Versuchsergebnisse und Versuchsauswertung	177
8.2.4	Zusammenfassung der experimentellen Untersuchungen an N-Anschlüssen	185
8.3	Querkraft-Momentenanschluss einer Scheibe	186
8.3.1	Probekörper für experimentelle Untersuchung	186
8.3.2	Versuchsdurchführung und -durchführung	188
8.3.3	Versuchsergebnisse und Versuchsauswertung	191
8.3.4	Zusammenfassung experimentelle Untersuchungen an Q-M-Anschlüssen	199

9	Bemessung von SL-belasteten Anschlüssen im konstruktiven Glasbau	200
9.1	Vorgehensweise	200
9.2	Ableiten einer einfachen Bemessungsformel	200
9.2.1	Überführung der analytischen Lösung in eine einfache Bemessungsgleichung ...	200
9.2.2	Beiwerte k_i zur Berücksichtigung von Entwurfsparametern bzw. Fertigungs- und Montagetoleranzen	203
9.2.3	Ermittlung der Konstanten A und B	204
9.2.3.1	Konstante A	204
9.2.3.2	Konstante B	207
9.3	Bemessungsgleichung für SL-belastete Anschlüsse.....	208
9.4	Ermittlung von γ_M nach DIN EN 1990 Anhang D	214
10	Zusammenfassung und Ausblick	217
	Literatur.....	225
	Anhänge.....	I

1 Einleitung

Glas wird zunehmend als tragender Baustoff, z.B. in den Bereichen der

- Absturzsicherung,
- Schubaussteifung in Fassadenflächen,
- Träger- und Stützenkonstruktionen,
- Decken, Dachflächen und Überkopfverglasungen sowie
- Treppen

eingesetzt. Denn heute stehen Glasprodukte in den erforderlichen Geometrien und Festigkeiten zur Verfügung, die die Transparenzsteigernde Integration von Raumabschluss und Tragwerk aus Glas erlauben, und darin liegt der besondere Reiz dieser Bauweise. Doch trotz des mittlerweile großen Einsatzspektrums tragender Glasbauten ist die überwiegende Zahl dieser Fälle bauaufsichtlich nicht geregelt und unterliegt Sondergenehmigungen, siehe Bild 1.1.



Bild 1.1: Fassaden- und Brüstungsverglasung des Tribunal de Grande Instance Bordeaux (F) (links), Fassaden- und Dachverglasung Glashof Jüdisches Museum Berlin (rechts)

Einer der maßgebenden Gründe für die im Vergleich zur regen architektonischen Nachfrage eher zögerlichen Entwicklung einheitlicher Bemessungsnormen für tragende Glasbauteile liegt im Trag- und Bruchverhalten des Werkstoffs. Glas ist perfekt elastisch, das Festigkeitsversagen, d.h. Bruch, erfolgt schlagartig ohne Vorankündigung (initiiert an Mikrorissen an der Oberfläche) und ist durch eine unkontrollierte, netzartige Rissausbreitung über die gesamte Glasscheibe gekennzeichnet, was zu einem Versagen des gesamten Bauteils führt.

Im Gegensatz zum Stahlbau, wo über große Werkstoffduktilitäten Spannungsspitzen herausplastizieren und umgelagert werden können, und auf dieser Grundlage einfache Ingenieurmodelle zum Entwurf und Bemessung von Bauteilen und Anschlüssen möglich werden, ist dies im Glasbau nicht möglich. So kann man Glasbauteile erst dann einsetzen, wenn quasi-Duktilitäten hervorgerufen durch Spannungsspitzen abbauende Zwischenschichten aus Kunststoff, Mörtel o.ä. vorgesehen werden, die wirksam Stahl/Glas-Kontakt und örtliche Überbeanspruchungen vermeiden. Und auch dann verbleiben die Bemessungsmodelle stets auf der Grundlage streng elastischer Ansätze.

Verbindungsstrukturen, die zum Fügen der Glasbauteile, zur Anbindung der Glasscheiben an andere Tragelemente und vor allen Dingen zur Weiterleitung von Schnittgrößen dienen, spielen vor diesem Hintergrund eine besondere Rolle. Häufig sind die Anschlussstrukturen von Glasbauteilen punktförmig, und die damit verbundenen lokalen Lasteinleitungen verursachen Spannungskonzentrationen im Glas, deren Bestimmung bislang sehr aufwendig war.

Die Spannungskonzentrationen punktförmig gehaltener Glasscheiben rühren aus verschiedener Art der Belastung her:

1. Plattenbeanspruchung, bei denen quer zur Scheibenebene wirkende Lasten aus Wind, Schnee, Eigengewicht etc. auch quer wirkende punktförmige Auflagerreaktionen und Biegemomentenbeanspruchungen (teilweise mit starkem Gradienten, d.h. mit Schubbeanspruchungen an den Punktlagerungen) erzeugen; sowie
2. Scheibenbeanspruchung, bei denen Kräfte in Ebene der Scheibenmittelfläche, z.B. für Anschlüsse mit Stabilisierungsaufgaben in Fassadenebene oder für Bauteilstöße etc., abzuleiten sind.

Der Überblick über jüngst errichtete Glasbauwerke zeigt, dass insbesondere die in Scheibenebene mit Scher-Lochleibungsanschlüssen eingesetzten Gläser häufiger vorgesehen werden, siehe Bild 1.2 und Bild 1.3, bisher fehlen jedoch Ingenieurmodelle und Regeln, die die Ermittlung der örtlich auftretenden Spannungen sowie die Vorhersage der örtlichen Festigkeiten unter Ansatz von Fertigungs- und montagebedingten Imperfektionen mit der geforderten Sicherheit möglich machen.



Bild 1.2: Eingangsfassade Hauptbahnhof Berlin, Scher-Lochleibungsverbindungen der Glasschwerter, die zur Aussteifung der Fassade herangezogen werden



Bild 1.3: Pavillon der Sommerakademie in Rheinbach, Anschlussdetail SL-Verbindungen

Der Aufgabe, hier einen konsistenten Ansatz für ein Bemessungsmodell für die Auslegung von SL-beanspruchten Anschlüssen im Glasbau, beginnend mit der analytischen Ermittlung der Spannungszustände komplexer Anschlussgeometrien unter Berücksichtigung von Imperfektionen bis zur experimentellen Absicherung zu entwickeln, widmet sich diese Arbeit.

2 Stand der Technik und Schlussfolgerungen

2.1 Bisherige Forschungsarbeiten

Es existieren einige wissenschaftliche Untersuchungen zur Berechnung und Bemessung punktförmig gehaltener Gläser. Zu differenzieren ist dabei zwischen Arbeiten, die vorwiegend punktförmige Lagerung bei Plattenbeanspruchung beinhalten, z.B. [2] [34], und solche, die sich auf Scheibenbeanspruchung beziehen, z.B. [27] [41]. Einige Arbeiten behandeln beide Beanspruchungsarten, z.B. [7] [25] [29] [39].

Die Arbeiten gehen in unterschiedlicher Tiefe auf die Materialeigenschaften von vorgespanntem Glas und meistens nur auf numerische Methoden zur Ermittlung der Beanspruchung der Glaselemente ein, wobei insbesondere der Bereich der Lochbohrung betrachtet wird. Im Allgemeinen haben alle Arbeiten zum Ziel, Beiträge zu einfachen Bemessungsmodellen zu liefern, um aufwendige Berechnungsverfahren, z.B. mit finiten Elementen, zu reduzieren. Allgemeine Lösungen hierzu existieren jedoch noch nicht.

2.2 Festigkeit thermisch vorgespannter Gläser im Bereich von zylindrischen Lochbohrungen im Hinblick auf Scheibenbeanspruchung

2.2.1 Allgemeines

Für tragende Bauteile aus Glas wird in der Regel Spiegelglas aus Kalk-Natronsilikatglas verwendet, dessen mechanische Eigenschaften in DIN EN 572-1 geregelt sind, vgl. Tabelle 2.1.

Tabelle 2.1: Mechanische Eigenschaften von Kalk-Natronsilikatglas nach DIN EN 572-1

Eigenschaft	Einheit	Wert
Dichte ρ	kg/m ³	2500
Elastizitätsmodul E	N/mm ²	70000
Schubmodul G	N/mm ²	28000-30000
Querdehnzahl μ	-	0,2 (0,23 nach E DIN 18008-1)
Wärmeausdehnungskoeffizient α_T	1/K	$9 \cdot 10^{-6}$
Temperaturwechselbeständigkeit ΔT	°C	30 bis 40

Spiegelglas (Floatglas) verfügt aufgrund seiner molekularen Festigkeit über eine sehr hohe theoretische Zugfestigkeit, diese wird jedoch aufgrund von mikroskopischen und makroskopischen Oberflächendefekten nicht tatsächlich erreicht. Vielmehr be-

trägt die im bautechnischen Sinne anzusetzende Festigkeit nur etwa 1/100 der theoretischen Festigkeit. An den Risspitzen der Oberflächendefekte führt eine Zugbeanspruchung zu Spannungskonzentrationen, die Risswachstum hervorrufen und schlussendlich zum plötzlichen Versagen der Glasscheibe, d.h. ohne erkennbare Vorankündigung, führen. Die tatsächliche Festigkeit ist insbesondere abhängig vom Grad der Oberflächenschädigung, der Spannungsverteilung auf der Scheibenoberfläche, der Größe der auf Zug beanspruchten Scheibenoberfläche, der Belastungsdauer und des Umgebungsmediums. Die charakteristischen Biegezugfestigkeiten baupraktisch üblicher Glaserzeugnisse werden in Tabelle 2.2 aufgeführt.

Da die Druckfestigkeit weitgehend unabhängig ist von mikroskopischen und makroskopischen Oberflächendefekten, ist hier keine Unterscheidung zwischen theoretischer und baupraktischer Festigkeit erforderlich. Die Druckfestigkeit von Kalk-Natronsilikatglas beträgt etwa 700 bis 900 N/mm².

Tabelle 2.2: Charakteristische Biegezugfestigkeiten verschiedener Glaserzeugnisse

Glaserzeugnis	Charakteristische Biegezugfestigkeit [N/mm ²]	Norm
Floatglas	45	DIN EN 572-1 DIN EN 1748-1
Teilvorgespanntes Glas (TVG)	70	DIN EN 1863-1
Einscheibensicherheitsglas (ESG)	120	DIN EN 12150-1 DIN EN 13024-1
Chemisch vorgespanntes Glas	150	DIN EN 12337-1
Verbundsicherheitsglas (VSG)	es gilt der Wert des verwendeten Glaserzeugnisses	

Scher-Lochleibungsverbindungen im konstruktiven Glasbau eignen sich im Allgemeinen für thermisch vorgespannte Gläser. Bemessungsrelevant ist aus baustatischer Betrachtung üblicherweise die Beanspruchung im Bereich der Lochbohrungen, d.h. die Festigkeit im Bohrlochbereich ist von entscheidender Bedeutung. Bisherige Untersuchungen ([25] [34]) zeigen, dass der Eigenspannungszustand von Glasscheiben, wie er durch den thermischen Vorspannprozess bei der Glasveredelung erzeugt wird, sehr komplex ist. Eine genaue Betrachtung des durch die thermische Vorspannung eingprägten Spannungszustandes ist daher für die Bestimmung von Tragfähigkeiten der Gläser unumgänglich. In den folgenden Kapiteln werden die für diese Arbeit relevanten Ergebnisse aus vorliegenden Forschungsarbeiten zusammengefasst. Dabei wird zunächst auf das Verfahren zur Einprägung der thermischen Vorspannung in Flachglasprodukte und auf den daraus resultierenden Eigenspannungszustand im Bereich der Lochbohrungen eingegangen. Festigkeiten im Bohrungsbe- reich im Hinblick auf Scher-Lochleibungsverbindungen sowie die Beanspruchung der Glasscheibe durch Lochleibungsdruck und daraus abgeleitete Bemessungsvorschläge werden zusammengefasst.

2.2.2 Verfahren zur Einprägung der thermischen Vorspannung

Durch den Prozess des thermischen Vorspannens kann die Festigkeit von Floatglas deutlich verbessert werden. Das Floatglas wird dabei homogen, d.h. über den Querschnitt konstant, auf eine Temperatur erwärmt, die mit 620°C bis 670°C etwa 100°C über der Transformationstemperatur $T_g \approx 540^{\circ}\text{C}$ (für Standard-Floatgläser) liegt. Anschließend wird es rasch mit anströmender Luft abgekühlt und durch die unterschiedliche Abkühlungsgeschwindigkeit über die Glasdicke in einen Eigenspannungszustand versetzt. Die Glasoberflächen kühlen dabei im Vergleich zum Glaskern zuerst ab, gewinnen an Festigkeit und ziehen sich bei fortschreitender Abkühlung zusammen. Der Glaskern ist zu diesem Zeitpunkt noch teigig und verformt sich daher ohne nennenswerten Widerstand gegen das Zusammenziehen der Glasoberflächen. In weiterer Folge kühlt auch der Glaskern ab, gewinnt an Festigkeit und zieht sich bei fortschreitender Abkühlung ebenfalls zusammen. Die bereits abgekühlten und festen Glasoberflächen setzen dieser Verformung einen Widerstand entgegen. Die Folge dieser Temperaturunterschiede sind Druckspannungen an den Glasoberflächen und Zugspannungen im Glaskern. Die an der Oberfläche der Glasscheibe eingepprägten Druckspannungen stehen dabei im Gleichgewicht zu den im Inneren liegenden Zugspannungen, d.h. die Glasscheibe wird durch das thermische Vorspannen in einen günstigen Eigenspannungszustand versetzt, der mit einem höheren Widerstand der druckvorgespannten Oberfläche gegenüber thermischer und mechanischer Zugbeanspruchung einhergeht. In Abhängigkeit der Höhe der eingepprägten Oberflächen-druckspannung unterscheidet man zwischen Einscheibensicherheitsglas (ESG) mit größtmöglicher Vorspannung und teilvorgespanntem Glas (TVG) mit einer geringeren Vorspannung.

Auf die physikalische Entstehung der thermisch eingepprägten Vorspannung wird ausführlich z.B. in [25] eingegangen.

Nach dem Vorspannprozess kann das Glas aufgrund der im Eigenspannungszustand gespeicherten elastischen Energie nur sehr bedingt bearbeitet werden, weshalb Kantenbearbeitungen, Bohrungen und Ausschnitte vor dem Vorspannprozess vorgenommen werden müssen. Beim Versagen einer ESG-Scheibe zeigt sich ein kleinkrümeliges Bruchbild, während eine Scheibe aus TVG mit groben Bruchstücken, ähnlich denen des Floatglases, versagt.

Durch die thermische Behandlung muss mit unvermeidbaren Maßtoleranzen im Bereich von Bohrungen sowie möglichen leichten Vorkrümmungen der Scheibe gerechnet werden.

2.2.3 Vorspannungszustand im Bereich von zylindrischen Lochbohrungen

In [25] werden Flachglasscheiben in vier Zonen eingeteilt: Plattenfläche (Zone 1), Plattenkante (Zone 2), Plattenecke (Zone 3) und Plattenloch (Zone 4). Zone 4 wird getrennt hinsichtlich Platten- und Scheibenbeanspruchung betrachtet. Für alle Bereiche wird in [25] mittels numerischer Simulation und spannungsoptischer Vermessung die eingeprägte Vorspannung für ESG und TVG ermittelt. Anhand der spannungsoptischen Vermessung konnte keine grundsätzliche Abhängigkeit von Bohrlochdurchmesser und Vorspannung im Bohrungsbereich festgestellt werden. Ein Mindestbohrlochdurchmesser von $d_0=20$ mm wird in [25] jedoch empfohlen.

Die thermisch eingeprägte Vorspannung im Bereich einer zylindrischen Lochbohrung (Zone 4) wird in [25] gemäß Bild 2.1 charakterisiert. An den Oberflächen herrschen dabei überall, wie zuvor erläutert wurde, Druckvorspannungen vor.

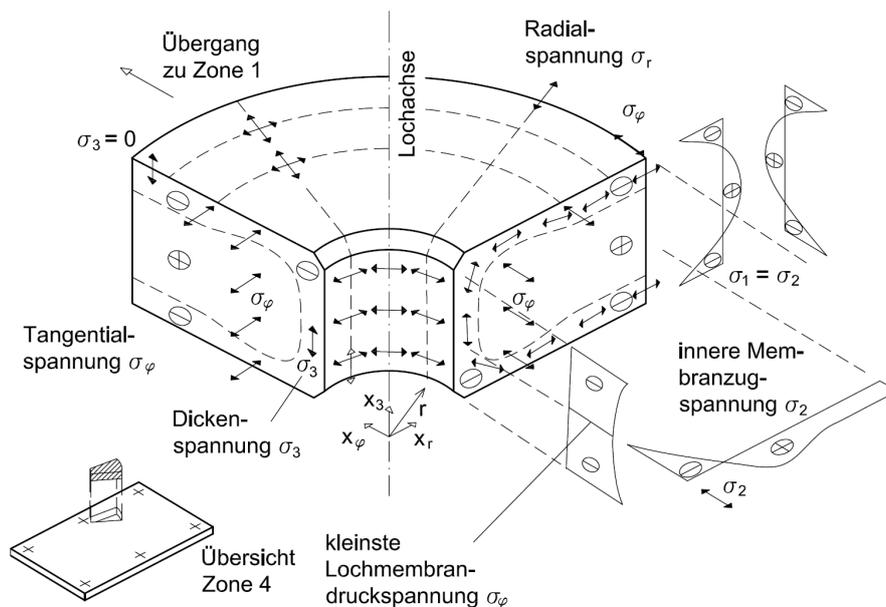


Bild 2.1: Verteilung der thermisch eingepprägten Vorspannung für Bohrungsbereich (Zone 4) einer zylindrischen Lochbohrung aus [25]

2.2.4 Festigkeit im Bereich von Lochbohrungen bei Scheibenbeanspruchung

Ergänzend zu den im vorhergehenden Kapitel vorgestellten Untersuchungen hinsichtlich des Vorspannungszustandes im Bereich der vier Zonen wurden in [25] die Festigkeitseigenschaften von gebohrten Glasscheiben anhand von theoretischen und experimentellen Untersuchungen abgeleitet. Die Einteilung in vier Zonen und die entsprechende Auswertung der Untersuchungen ermöglicht die vollständige Erfassung einer Glasscheibe hinsichtlich ihrer Festigkeit. Hier wird lediglich auf die Ergeb-

nisse eingegangen, die für Zone 4 (Bohrungsbereich) bei Scheibenbeanspruchung erarbeitet wurden.

Zur Ermittlung der Festigkeit im Bereich von Lochbohrungen bei Scheibenbeanspruchung wurden in [25] Bruchversuche durchgeführt und statistisch ausgewertet. Dabei wurden für zylindrische Lochbohrungen bei allen Versuchen vorgefertigte Kunststoffhülsen verwendet, es wurden zwei Bruchtypen beobachtet, bei denen die Bruchsprünge entweder in einem Winkel von 60° (Bruchtyp 1) oder von 0° (Bruchtyp 2) bezogen auf die Lastrichtung auftraten, siehe Bild 2.2.

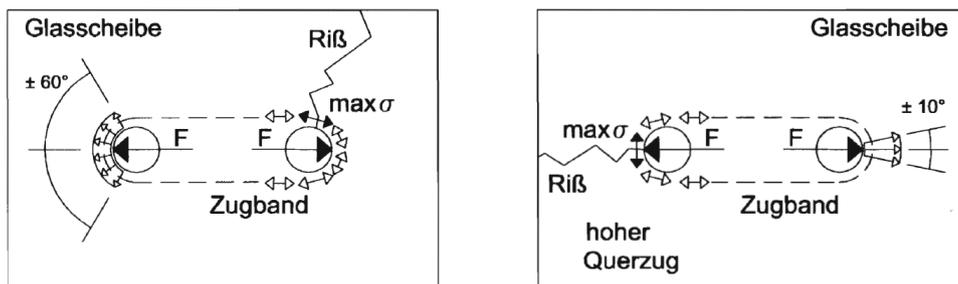


Bild 2.2: Bruchtyp 1 verteilte Lasteinleitung (links) und Bruchtyp 2 konzentrierte Lasteinleitung (rechts) aus [25]

Die Bauteilversuche wurden ausgewertet, indem die Bruchkräfte mit Hilfe der finiten Elemente in Bruchspannungen umgerechnet wurden. Es wurde dabei unterstellt, dass sich die Gesamtfestigkeit einer Glasscheibe additiv aus einem Anteil Glaseigenfestigkeit und einem Anteil thermisch eingeprägte Vorspannung zusammensetzt.

Aus den rechnerisch abgeleiteten Bruchspannungen und den zuvor durch spannungsoptische Vermessung dokumentierten Oberflächendruckspannung konnte die Glaseigenfestigkeit näherungsweise durch Subtraktion der Oberflächendruckspannung von der mittleren Lochmembrandruckspannung bestimmt werden.

Die Ermittlung der Gesamtfestigkeit von TVG und ESG wird für ein Bemessungskonzept in [25] gemäß folgender Gleichung vorgeschlagen:

$$R_{d,i} = \frac{R_{V_k,i}}{\gamma_{V,i}} + \frac{R_{M_k,i}}{\gamma_{M,i}} \quad (2.1)$$

je Zone i mit: $i=1, 2, 3, 4$

worin:

- $R_{d,i}$: Bemessungswert der Gesamtfestigkeit auf der Widerstandseite
- $R_{V_k,i}$: Charakteristischer Wert der thermisch eingepprägten Vorspannung je Zone i
- $R_{M_k,i}$: Charakteristischer, vereinfachter Wert der Glaseigenfestigkeit je Zone i
- $\gamma_{V,i}$: Teilsicherheitsbeiwert der thermisch eingepprägten Vorspannung je Zone i
- $\gamma_{M,i}$: Teilsicherheitsbeiwert der Glaseigenfestigkeit je Zone i

Die charakteristischen Werte der Vorspannung $R_{V_k,4}$ wurden aus der Normalverteilung als 5%-Fraktilwert der Ausgleichsgeraden durch die spannungsoptischen Messwerte bestimmt, für die Glaseigenfestigkeit $R_{M_k,4}$ bei Scheibenbeanspruchung wurde auf der sicheren Seite liegend der 5%-Fraktilwert (Konfidenzintervall 0,95) einer Ausgleichsgeraden durch die unteren Werte der Verteilung der Glaseigenfestigkeit gewählt. Es ergibt sich:

$$\frac{R_{V_k,4}}{\gamma_{V,i}} = \frac{57}{1,60} = 35,6 \frac{N}{mm^2} \quad \text{für ESG (alle Glasdicken)} \quad (2.2)$$

$$\frac{R_{V_k,4}}{\gamma_{V,i}} = \frac{37}{1,50} = 24,6 \frac{N}{mm^2} \quad \text{für TVG (alle Glasdicken)} \quad (2.3)$$

und

$$\frac{R_{M_k,4}}{\gamma_{M,i}} = \frac{25}{1,70} = 14,7 \frac{N}{mm^2} \quad (2.4)$$

wobei festigkeitsmindernde Einflüsse durch Schädigung der Oberfläche berücksichtigt wurden, so dass zeitabhängige Einflüsse nicht mehr einfließen müssen.

Daraus folgt:

$$R_{d,4} = 14,7 + 35,6 = 50 \frac{N}{mm^2} \quad \text{für ESG} \quad (2.5)$$

$$R_{d,4} = 14,7 + 24,6 = 39 \frac{N}{mm^2} \quad \text{für TVG} \quad (2.6)$$

Damit wurde das Konzept der Teilsicherheitsbeiwerte, wie es moderne Normen des konstruktiven Ingenieurbaus, z.B. die Eurocodes, vorsehen, zu Grunde gelegt.

Derzeitig gültige Richtlinien (z.B. TRLV [63], TRPV [65]) sehen im Gegensatz dazu das Konzept zulässiger Spannungen vor, bei dem sich die maximal zulässigen Spannungen aus den in Tabelle 2.2 aufgeführten ermittelten charakteristischen Biegezugspannungen, die mit einem globalen Sicherheitsfaktor $\gamma=2,4$ beaufschlagt werden, ergeben. Die mechanische Festigkeit ist dabei ein statistischer Wert, der experimentell ermittelt wird (5% Bruchwahrscheinlichkeit, 95% Konfidenzintervall). Die jeweils zulässigen Spannungen sind für alle Zonen einer Glasscheibe gültig, d.h. eine Unterscheidung zwischen Scheibenfläche und Scheibenrändern bzw. Bohrungsbereichen gibt es nicht.

Auch die zukünftige DIN-Norm DIN18008 „Glas im Bauwesen – Bemessungs- und Konstruktionsregeln“ in den bisher vorliegenden Entwurfsfassungen Teil 1 „Begriffe

und allgemeine Grundlagen“ und Teil 2 „Linienförmig gelagerte Verglasungen“ legt die Werte der charakteristischen Biegezugfestigkeit (5% Fraktilwert bei 95% Aussagewahrscheinlichkeit) nach den einschlägigen Regelungen für Produkteigenschaften zugrunde. Der Bemessungswert des Widerstandes gegen Spannungsversagen für thermisch vorgespannte Gläser kann danach wie folgt vereinfachend ermittelt werden:

$$R_d = \frac{k_c \cdot f_k}{\gamma_M} \quad (2.7)$$

worin:

R_d : Bemessungswert des Tragwiderstands

k_c : Beiwert zur Berücksichtigung der Art der Konstruktion,
 $k_c=1,0$ sofern nicht anders angegeben

f_k : Charakteristischer Wert der Biegezugfestigkeit
(5% Fraktilwert bei 95% Aussagewahrscheinlichkeit)

γ_M : Teilsicherheitsbeiwert des Materials, für thermisch vorgespannte Gläser $\gamma_M=1,5$

Die Frage, in welcher Weise unterschiedliche Festigkeiten in den verschiedenen Bereichen der Glasscheibe in der neuen Bemessungsnorm DIN 18008 Berücksichtigung finden, ist zurzeit noch in Bearbeitung.

2.3 Beanspruchung im Bereich der Lochbohrung durch Bolzendruck

Von einem SL-belasteten Schrauben-Anschluss spricht man dann, wenn bei Scherbelastung (S) einer Schraubenverbindung der Schraubenschaft in einer Bohrung eventuell vorhandenen Schlupf überwunden hat und Lochleibungsdruck (L) auf die Bohrungswandung ausübt.

2.3.1 Ansätze aus dem Stahlbau

In diesem Kapitel werden die aus dem Stahlbau bekannten Ansätze zur Bestimmung der Beanspruchung im Bohrungsbereich zusammengefasst.

Dabei wird von folgenden Versagensarten ausgegangen, die sich im Stahlbau einstellen können:

1. Abscheren der Schraube oder des Bolzens (maßgebend ist der Schaftdurchmesser)
2. Stauchung und lokale Verformung des Grundmaterials an den Lochleibungen (maßgebend sind Schaftdurchmesser und Blechdicke)
3. Bruchversagen im Grundmaterial infolge Zugbeanspruchung (maßgebend sind Blechdicke, Schraubenabstand zu den Rändern und untereinander und Lochdurchmesser)

Die unter 1. und 2. genannten Versagensarten werden an dieser Stelle nicht weiter behandelt. Vielmehr wird auf die Beanspruchung des lochgeschwächten Grundmaterials im Bereich der Lochbohrung durch Bolzendruck eingegangen.

Bolzendruck bewirkt zunächst (unter Gebrauchslasten) ein elastisches Tragverhalten der Stahlbleche, d.h. ein inhomogener Kerbspannungszustand stellt sich im Bereich der Löcher ein. Bei weiterer Laststeigerung verhält sich der Grundwerkstoff zunehmend plastisch. Die Spannungsspitzen an den Bohrungsrändern werden durch Fließen abgebaut, bis schließlich mit steigender Lochleibungsbelastung ein vollplastischer Spannungszustand vorherrscht, siehe Bild 2.3.

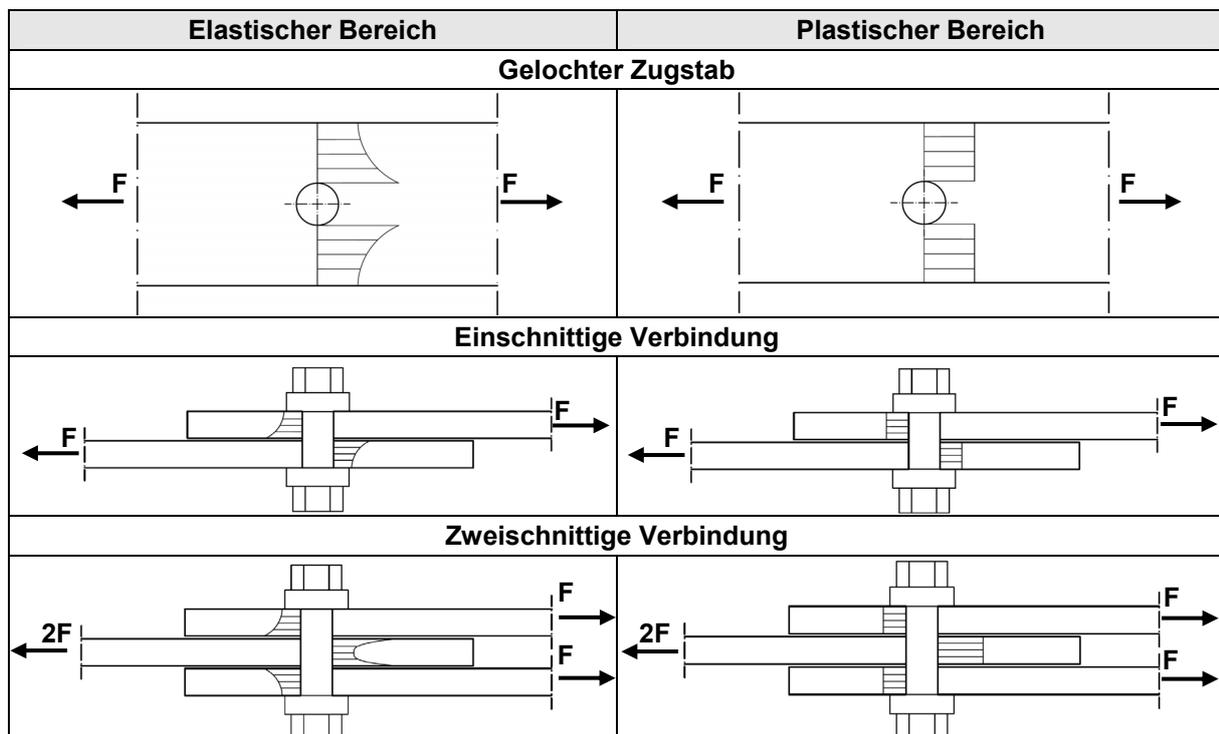


Bild 2.3: Elastischer und plastischer Spannungszustand (schematisch)

Ein Nachweis des Grundmaterials unter vorwiegend ruhender Beanspruchung erfolgt unter der Annahme eines durchplastizierten Querschnittes, d.h. die in Grenzspannung ausgedrückte Beanspruchbarkeit, die auf Traglastversuchen basiert, muss – unter Berücksichtigung des normativ geregelten gültigen Sicherheitskonzeptes – kleiner sein, als die über den Querschnitt gemittelte Nennspannungsbeanspruchung.

Eine Übertragung dieses im Stahlbau anwendbaren Verfahrens auf den konstruktiven Glasbau ist aufgrund des elastischen und spröden Werkstoffverhaltens von Glas nicht möglich. Spannungsspitzen, die durch Lochleibungsdruck an den Bohrungsrändern entstehen, können nicht durch Plastizieren des Werkstoffes abgebaut, sondern müssen in voller Höhe den Spannungsbegrenzungen gegenübergestellt werden.

2.3.2 Hertz'sche Pressung

Mithilfe der von H. Hertz 1881 geschaffenen Grundlage können Größe und Verteilung der Spannungen, die zwischen zwei sich punkt- oder linienförmig berührenden elastisch isotropen Festkörpern auftreten, unter der Einhaltung folgender Bedingungen bestimmt werden [30], [31]:

- die Druckflächen sind im Vergleich zu den übrigen Abmessungen sehr klein,
- die beiden sich berührenden Körper sind elastisch und isotrop,
- Reibung (Schubspannung) an den Oberflächen wird vernachlässigt,
- die Verformungen sind klein.

Die Theorie geht davon aus, dass sich beide Festkörper in gleichem Maße in der Berührungszone abplatteln und eine hohe zentrische Druckspannung σ_0 an der örtlichen Berührungsfläche entsteht, siehe Bild 2.4 und Bild 2.5.

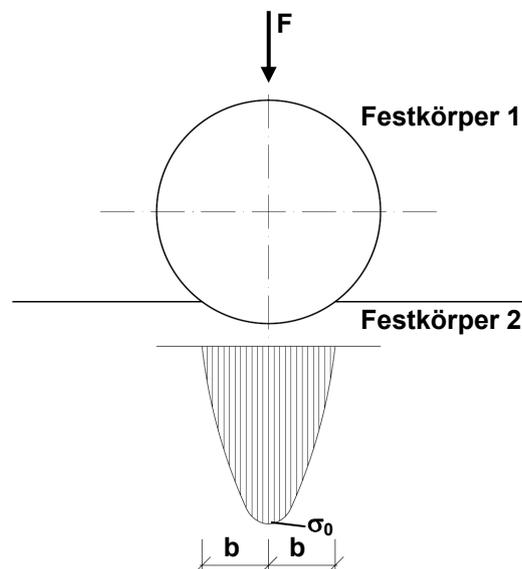


Bild 2.4: Hohe lokale Pressung σ_0 , vgl. [31]

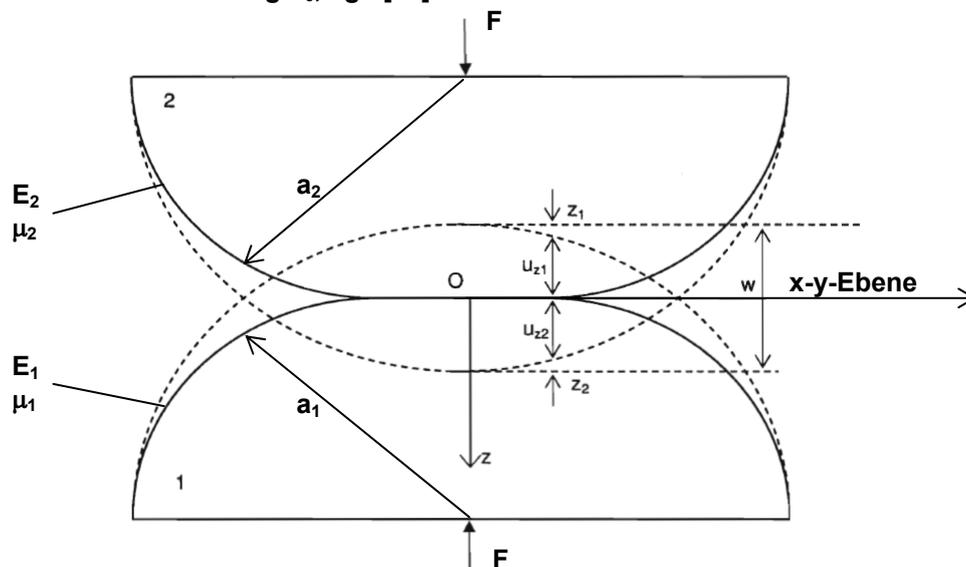


Bild 2.5: Verformung zweier elastischer Festkörper bei Beanspruchung durch F aus [30]

Die Pressung σ_0 lässt sich für unterschiedliche Kontaktkörper mit folgenden Gleichungen (2.8) und (2.9) bestimmen:

$$\sigma_0 = \frac{3F}{2\pi \cdot b^2} \quad \text{für Kontakt Kugel/Kugel, Kugel/Hohlkugel,} \quad (2.8)$$

Kugel/Ebene

mit:

$$b = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot F \cdot a_0}{4 \cdot E_0}} \quad (\text{Kontaktfläche kreisförmig mit Radius } b)$$

und

$$\sigma_0 = \frac{2F}{\pi \cdot b \cdot t} \quad \text{für Kontakt Zylinder/Zylinder,} \quad (2.9)$$

Zylinder/Hohlzylinder, Zylinder/Ebene

mit:

$$b = 2 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot a_0}{\pi \cdot E_0 \cdot t}}$$

t: Zylinderlänge (Kontaktfläche rechteckig mit der Abmessung $2b \cdot t$)

Dabei gilt:

$$\frac{1}{a_0} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \quad (2.10)$$

$$\frac{1}{E_0} = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \quad (2.11)$$

Für den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Anwendungsfall ist die Hertz'sche Pressung nicht bzw. bei Unterstellung einer kleinen Kontaktfläche nur als sehr grobe Abschätzung anwendbar. Es ist nicht davon auszugehen, dass bei SL-belasteten Anschlüssen im konstruktiven Glasbau die Kontaktflächen im Vergleich zu den übrigen Abmessungen ausreichend klein sind, um eine hinreichend genaue Lösung zu erhalten. Bei den untersuchten Systemen, bei denen die Schraubenlast über eine Zwischenschicht in die Glasscheibe eingeleitet wird, handelt es sich um Kontaktkörper Zylinder/Hohlzylinder (Zwischenschicht/Glasbohrung) mit $a_1 = -a_2$, d.h. Gleichung (2.10) ist nur lösbar für $a_0 = \infty$. Daraus ergäbe sich nach Gleichung (2.9) eine maximale Pressung $\sigma_0 = 0$. Daraus wird deutlich, dass der Lochleibungsdruck durch die Hertz'sche Pressung nicht hinreichend genau erfasst werden kann.

2.3.3 Bislang verfügbare Untersuchungen im Glasbau

In [41] wird der Kontaktbereich für verschiedene Zwischenmaterialien für die Beanspruchung der Scheibe im Bohrungsbereich untersucht. In Abhängigkeit des Lochleibungsdruckes wird dort auf eine theoretische Lösung mithilfe der Theorie für Flächentragwerke [16] zurückgegriffen, mit der die lokale Beanspruchung hinreichend genau erfasst werden kann. Äußere Randbedingungen wie Scheibenabmessung, Lagerung, etc. werden bei der analytischen Lösung vernachlässigt.

Die maximale Spannung am Bohrungsrand wird in [41] in Abhängigkeit des Kontaktbereiches, d.h. unter Berücksichtigung des eingesetzten Hülsenmaterials, nach folgenden Formeln bestimmt:

$$\sigma_{\varphi} = \frac{x_{\varphi} \cdot P}{\pi \cdot a \cdot t}; \quad \sigma_r = \frac{x_r \cdot P}{\pi \cdot a \cdot t} \quad (2.12), (2.13)$$

mit:

P = Bolzenlast

a = Bohrungsradius

t = Scheibendicke

x_{φ}, x_r = maximale Spannungsbeiwerte, die rechnerisch in Abhängigkeit des Kontaktbereichs ermittelt wurden

Die theoretischen Überlegungen werden in [41] durch experimentelle Untersuchungen an ESG, bei denen 5 verschiedene Zwischenmaterialien aus gießfähigen Reaktionsharzen zum Einsatz kamen, mit verschiedenen Lochbildern, Bohrungsdurchmessern sowie unterschiedlichen Glas- und Hülsendicken ergänzt. Der beobachtete Bruchsprung lag immer zwischen 40° und 60° zur Wirkungslinie der Bolzenkraft. Die Ergebnisse der Bauteilversuche werden herangezogen, um Einflüsse aus unterschiedlichen Parametern auf die Bruchspannung der Glasscheibe abzuleiten. Eine vollständige rechnerische Untersuchung der Einzeleinflüsse auf die Beanspruchung der Scheibe erfolgte in [41] nicht, insbesondere wurde die Überlagerung der Nettoquerschnittsspannungen und Beeinflussung aus anderen Löschern nicht verfolgt. Technen gibt in [41] auch einen Bemessungsvorschlag für Scher-Lochleibungsverbindungen für den Lochleibungsdruck im konstruktiven Glasbau an. Er basiert auf Gleichung (2.12) nach dem Konzept zulässiger Spannungen:

$$zulP = \frac{\pi \cdot a \cdot t \cdot zul\sigma_{ESG}}{x_r} \quad (2.14)$$

mit:

zul σ_{ESG} = 50 N/mm²

(zulässige Spannung für ESG nach DIN EN 12150-1 bzw. TRLV)

Der Lastaufteilung auf mehrere Bolzen bei hintereinander angeordneten Bolzen ist dabei Rechnung zu tragen. Bei Anwendung von Gleichung (2.14) sind nach [41]

konstruktive Bedingungen hinsichtlich Hülsendicke, Glasdicke, Rand- und Bohrlochabstände einzuhalten. Einzeleinflüsse aus Maß- und Fertigungstoleranzen gehen jedoch ebenso wenig in die Gleichung ein wie Entwurfsparameter der Verbindung, wie z.B. Schraubenbild und globale Randbedingungen, die sich aus der Betrachtung des gesamten Anschlusses ergeben. Eine Übertragung des Bemessungsvorschlages auf weitere Glasprodukte wie TVG liegt bisher nicht vor.

2.4 Technische Regeln

Bauaufsichtlich eingeführt und in Deutschland bemessungsrelevant für den konstruktiven Glasbau sind derzeit im Wesentlichen die Regelwerke „Technische Regeln für die Verwendung von linienförmig gelagerten Verglasungen (TRLV)“ [63], „Technische Regeln für die Verwendung von absturzsichernden Verglasungen (TRAV)“ [64] und „Technische Regeln für die Bemessung und Ausführung punktförmig gelagerter Verglasungen (TRPV)“ [65], „Anforderungen an begehbare Verglasungen“ des Deutschen Instituts für Bautechnik (DIBt) und die DIN 18516-4 „Außenwandbekleidungen, hinterlüftet; Einscheiben-Sicherheitsglas; Anforderungen, Bemessung, Prüfung“ [53]. Die technischen Regeln basieren auf dem Konzept der zulässigen Spannungen, d.h. die maximal zu erwartende, nach der Elastizitätstheorie bestimmte Hauptzugspannung aus der maßgebenden Einwirkungskombination, die sich aus charakteristischen Werten für beispielsweise Eigengewicht, Schnee, Wind, Nutzlasten und weiteren Klimlasten berechnet, wird der zulässigen Biegezugspannung, die sich aus der angewendeten Glasart und dem entsprechenden Anwendungsbereich unter Berücksichtigung eines globalen Sicherheitsfaktors ($\gamma=2,4$) bestimmt, gegenübergestellt.

$$\sigma_{\text{vorh}} \leq \sigma_{\text{zul}} \quad (2.15)$$

Die im Jahre 2007 durch das DIBt veröffentlichte TRPV vereinfacht dabei die Nachweisverfahren punktförmig gehaltener Verglasungen bei Plattenbeanspruchung, indem konstruktive Anforderungen und „reguläre Fälle“ definiert werden, bei deren Einhaltung auf die bisher notwendige Zustimmung im Einzelfall bzw. auf eine allgemeine bauaufsichtliche Zulassung verzichtet werden kann. Der Nachweis ausreichender Tragfähigkeit erfolgt unter Verwendung der in der TRLV angegebenen zulässigen Spannungen. Zur Spannungsermittlung insbesondere im Bereich der Lochbohrungen, wo Spannungsspitzen zu erwarten sind, sind numerische Berechnungen durchzuführen.

Scher-Lochleibungsverbindungen sind jedoch nicht Teil der TRPV.

Die vorhandenen Regelwerke für die Verwendung und Bemessung werden mit Weiterentwicklung des Regelungsumfangs und der Regelungsinhalte zukünftig in eine deutsche Norm DIN 18008 „Glas im Bauwesen, Bemessungs- und Konstruktionsregeln“ [45], bearbeitet vom Normenausschuss NA Bau 005-09-25 AA, überführt. Sie

basiert auf dem Konzept der Teilsicherheitsbeiwerte. Die ersten beiden Teile dieser Norm, Teil 1 „Begriffe und allgemeine Grundlagen“ und Teil 2 „Linienförmig gelagerte Verglasungen“, stehen kurz vor ihrer bauaufsichtlichen Einführung. Teil 3 „Punktförmig gelagerte Verglasungen“ der zukünftigen DIN 18008 bezieht sich lediglich auf Scheiben bei Plattenbeanspruchung und schließt Scher-Lochleibungsverbindungen nicht mit ein.

Ungeachtet fehlender Richtlinien und Normen lässt sich auch im Zustimmungsfall ohne aufwendige numerische Simulationen die Beanspruchung einer durch Bolzendruck belasteten Scheibe unter Berücksichtigung baupraktischer Ausbildung bis heute nicht exakt bestimmen, Literaturangaben sind dürftig und es fehlt eine differenzierte Darstellung der Einzeleinflüsse aus geometrischen und produktionsspezifischen Randbedingungen.

2.5 Konstruktion einer lastabtragenden Lochleibungsverbindung im Glasbau

Die Komponenten einer Scher-Lochleibungsverbindung, wie sie in dieser Arbeit untersucht werden, sind in Bild 2.6 schematisch dargestellt.

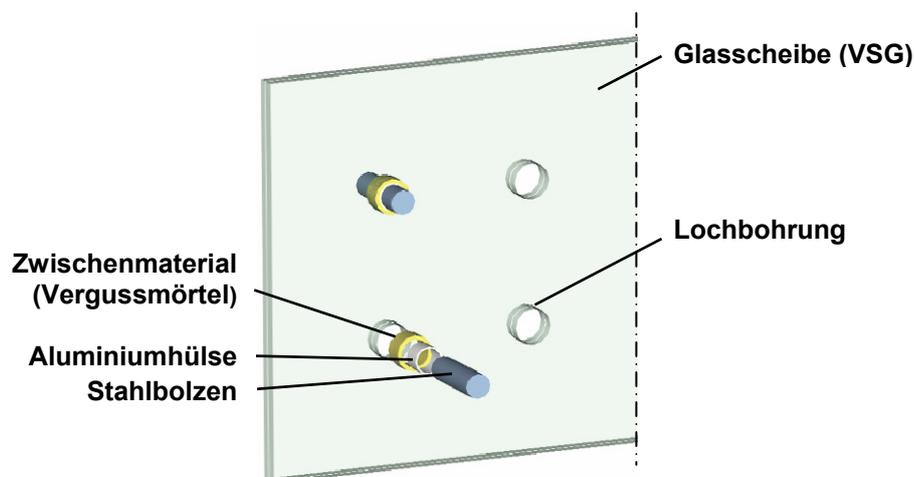


Bild 2.6: Scher-Lochleibungsverbindung mit Vergussmörtel als Zwischenmaterial

Nationale Regelwerke in Deutschland sehen für tragende Bauteile aus Glas bisher aus Sicherheitserwägungen Verbundglasscheiben vor. Ein Versatz zwischen den einzelnen Glasschichten ist im Rahmen der DIN EN ISO 12543-5 „Verbundglas und Verbundsicherheitsglas Teil 5: Maße und Kantenbearbeitung“ zulässig und zieht somit auch einen Kantenversatz im Bohrungsbereich (Bild 2.7 links) und damit die Gefahr einer ungleichmäßigen Beanspruchung des Scheibenpakets nach sich. Hier steht der Einsatz einer vorgefertigten Hülse mit einfacher Montage, jedoch relativ schlechtem Toleranzausgleich, dem Einsatz einer durch Mörtel vergossenen Zwischenschicht mit höherem Herstelleraufwand, jedoch befriedigendem Toleranzausgleich, gegenüber, vgl. Bild 2.7 Mitte und rechts.

Kantenversatz

Bild 2.7: Versatz zwischen Einzelscheiben bei VSG im Bohrungsbereich (links), vorgefertigte Kunststoffhülse (Mitte), Vergussmaterial mit zusätzlicher Aluminiumhülse (rechts)

Zwar werden wegen der zügigen Montage gerne vorgefertigte Kunststoff- oder Aluminiumhülsen als alleiniges Zwischenmaterial bei Scher-Lochleibungsverbindungen vorgesehen, umfangreiche experimentelle und theoretische Untersuchungen ([9] [25] [41]) an Scher-Lochleibungsverbindungen mit Kunststoff- und Aluminiumhülsen belegen jedoch die Bildung eines nur kleinen Lasteinleitungsbereichs am Bohrungsrand, was zu größeren Spannungsspitzen und somit zu geringeren Tragfähigkeiten mit großer Streuung führt. Die Passgenauigkeit einer Hülse ist für die Höhe der Tragfähigkeit von entscheidender Bedeutung und stellt somit wegen der Maßtoleranzen der Hülse und der Bohrung eine Unsicherheit bei der Bemessung des Anschlusses dar.

Die Lochleibungsverbindungen mit einer Hülse ohne ringförmige Zwischenschicht mit Vergussmörtel sind also ungünstig und sollten vermieden werden. Deswegen werden Lochleibungsverbindungen mit vorgefertigten Hülsen ohne ringförmige Zwischenschicht in dieser Arbeit nicht behandelt. Vielmehr hat sich seit einiger Zeit der Einsatz von Vergussmörtel als lastabtragendes Zwischenmaterial im konstruktiven Glasbau bewährt. Eine Übersicht über die Ausführung im Bereich der Bohrung gibt Bild 2.8.

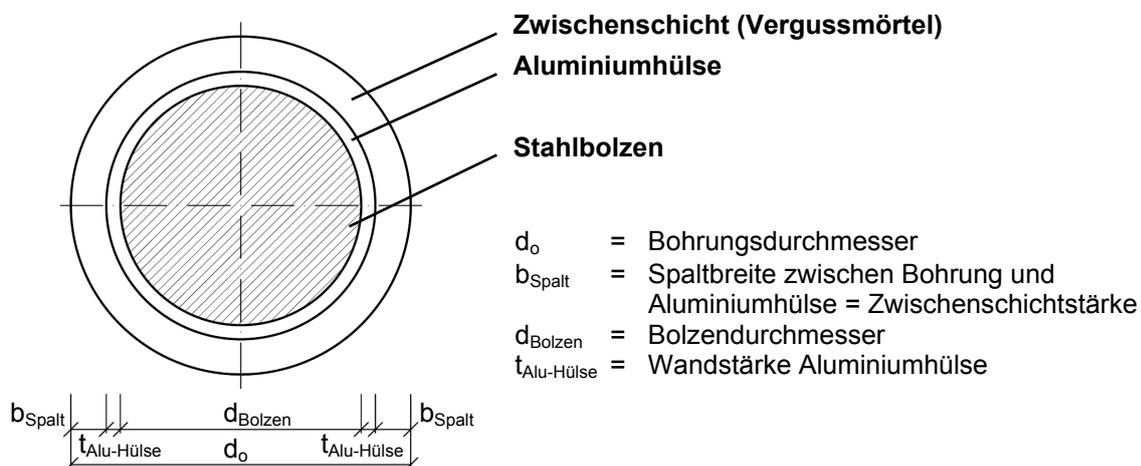


Bild 2.8: Übersicht über das Bohrungsdetail

Als Vergussmörtel im konstruktiven Glasbau wird schon heute häufig Hilti HIT[®]-HY 50 und das weiterentwickelte Produkt HIT[®]-HY 70 angewendet. Es handelt sich um ein zweikomponentiges Hybridsystem aus einem organischen (Reaktionsharz auf Epoxidharzbasis) und einem anorganischen (hydraulisch abbindender Zement) Bindemittel. Für Hilti HIT[®]-HY 50 und Hit[®]-HY 70 liegen für die ursprüngliche Anwendung in Dübel- und Befestigungssystemen allgemeine bauaufsichtliche Zulassungen des Deutschen Instituts für Bautechnik (DIBt) vor [66] [67] [68]. Die mechanischen Eigenschaften nach Angaben der Firma Hilti werden in Tabelle 2.3 auszugsweise wiedergegeben.

Tabelle 2.3: Mechanische Eigenschaften von Hilti HIT-HY 50 bzw. HY 70, [19]

Eigenschaft	Hilti HIT [®] -HY 50	Hilti HIT [®] -HY 70
UV-Einwirkung (Sonnenlicht)	beständig	
Temperaturbeständigkeit	-40°C...+80°C	
Feuchtigkeitseinwirkung	beständig	
Druckfestigkeit (Mittelwert) nach		
1 Tag	53,6 MPa	65,5 MPa
28 Tage	49,3 MPa	58,6 MPa
empfohlene Druckfestigkeit (unter Dauerbelastung)	40,0 MPa	(noch nicht angegeben)
E-Modul (Mittelwert) bei Normklima		
ohne Querdehnungsbehinderung	2477 MPa	1757 MPa
mit Querdehnungsbehinderung	3245 MPa	3245 MPa
μ	0,2 – 0,25	
Dichte	1,5 g/cm ³	
Aushärtezeit/Nachverfestigungszeit	60 Minuten / 28 Tage	

Bisherige Untersuchungen zeigen, dass in den baupraktisch bemessungsrelevanten Bereichen von einem linear-elastischen Werkstoffverhalten des Vergussmörtels ausgegangen werden kann, vgl. spätere Kapitel.

Die Einbringung der Reaktionsharze in den Spalt zwischen Bolzen und Bohrungsrand der Scheibe erfolgt in der Regel mittels spezifischer Spritzpistolen. Verarbeitbarkeit, Aushärtezeit sowie Verarbeitungstemperaturen für das Injektionssystem sind dabei für eine lückenlose Verfüllung von entscheidender Bedeutung und bedürfen besonderer Sorgfalt. Vorteilhaft ist das Anordnen von dünnwandigen Hülsen aus Aluminium zwischen Bolzen und Hülsenverguss. Sie ermöglichen eine saubere, werkseitige Herstellung des Hülsenvergusses, bei der die Bolzen nicht mit eingegossen werden. Ein späterer Einbau der Glaselemente auf der Baustelle ist somit möglich.

Bohrungen in Glasscheiben, die als Befestigungspunkte des Glases vorgesehen werden, sind üblicherweise nur in thermisch vorgespanntem Glas zulässig. Die Untersuchungen dieser Arbeit wurden dementsprechend vorwiegend im Hinblick auf die praxisüblichen Glasprodukte ESG und TVG, wie sie bei Scher-Lochleibungsverbindungen zu erwarten sind, durchgeführt.

2.6 Schlussfolgerungen aus dem Stand der Technik

Es ergeben sich hinsichtlich der Bemessung und Konstruktion folgende Schlussfolgerungen:

- (1) Technische Regeln für tragende Lochleibungsverbindungen gibt es bis jetzt nur im Stahlbau oder Holzbau. Sie sind nicht auf den Glasbau übertragbar, da sie die ausgeprägten Duktilitätseigenschaften (Plastizierungen im Stahlbau) oder die Anisotropien (Faserrichtung im Holzbau) mit einbeziehen. Deswegen wird ein vollständig neues, den besonderen Eigenschaften des Werkstoffs Glas entsprechendes, Regelsystem notwendig.
- (2) Gleichwohl sind sowohl die materialtechnischen (Höhe und Streuung der Materialfestigkeiten) als auch die konstruktionstechnischen (Bohrung, Hülse und Zwischenmaterial) Voraussetzungen für einen Einsatz von SL-Verbindungen im Glasbau gegeben, so dass tragende Lochleibungsverbindungen unter Einhaltung der geforderten Sicherheiten realisierbar sind. Davon zeugen zahlreiche Zustimmungen im Einzelfall (ZiE).
- (3) Hindernis Nr. 1 für eine allgemeine Normen-Regelung ist die als schwierig aufgefasste Ermittlung der angreifenden örtlichen Maximalspannungen, die die Bestimmung des elastischen Spannungsfelds um die Lochbohrung herum notwendig macht und nicht ohne weiteres durch stark vereinfachte Bemessungsformeln ersetzt werden kann, da Glas keine Plastizierungseigenschaften hat.

Eine Umgehung dieser rechnerischen Schwierigkeit mit Hilfe von numerischen Methoden (FEM) ist heute ohne Weiteres möglich, versetzt aber die Berechnung dieser Anschlüsse in den Bereich von Ausnahmefällen, da die Numerik (auch in Anbetracht der Wirtschaftlichkeit) nach wie vor erheblichen Aufwand bereitet.

Schließlich sind die bisherigen analytischen Ansätze [16] [41] hinsichtlich ihrer Grundlagen zwar vollständig, jedoch hinsichtlich ihrer Aufbereitung [41] noch erheblich unvollständig.

- (4) Hindernis Nr. 2 für eine allgemeine Regelung ist die Unkenntnis der Auswirkung von Imperfektionen aus Fertigung und Montage im Lochbereich.

3 Aufgabenstellung und Vorgehensweise

Es wurde in Kapitel 2.3.3 dargestellt, dass zwar analytische Ansätze vorliegen ([16] [41]), mit deren Hilfe der Spannungszustand im Bereich von kreisförmigen Lochbohrungen für Flächentragwerke bei Scher-Lochleibungsbeanspruchung (Bolzendruck im Bohrungsbereich) ermittelt werden kann, doch sind die vorliegenden Lösungen für die Anwendung im konstruktiven Glasbau nicht vollständig, da sie nur für unendlich ausgedehnte Scheiben gültig sind und sie darüber hinaus nur wenig Möglichkeiten für die Festlegung der Randbedingungen des zu untersuchenden Systems zulassen.

Aus diesem Grund werden bereits bekannte analytische Lösungen im Rahmen dieser Arbeit erweitert mit dem Ziel, Spannungszustände in gebohrten Scheiben bei Scher-Lochleibungsbeanspruchung unter Berücksichtigung begrenzter Scheibenabmessungen und beliebiger Randbedingungen ohne die Notwendigkeit numerischer Simulationen zu ermitteln.

Unter Ausnutzung der linear-elastischen Werkstoffeigenschaft von Glas wird das Superpositionsprinzip herangezogen, so dass durch Überlagerung bekannter analytischer Lösungen für lokale Effekte und für die Beanspruchung am Nettoquerschnitt aus der Statik der Flächentragwerke die Beanspruchung von Scheiben bei beliebigen Randbedingungen abgeleitet werden kann. Für den Fall von in Reihe angeordneten Bolzen und unsymmetrischer Position der Verbindungsmittel ist die Definition einer maßgebenden Breite erforderlich, die durch rechnerische Untersuchungen als eine auf der sicheren Seite liegende Lösung bestätigt wird.

Die Wirkungsmechanismen zwischen Punkthaltern und Glas sind komplex, nicht zuletzt da sie sehr stark von den verwendeten Materialien (Halter, Zwischenmaterial, Glas), den Konstruktionsdetails (Bolzen- und Bohrungsdurchmesser, Glasdicke, Anzahl und Abstand der Bolzen, Randabstände und Schlupf bei der Lasteinleitung) sowie von Imperfektionen abhängen. Eine systematische rechnerische Untersuchung wird zur Erfassung von Einzeleinflüssen aus geometrischen Randbedingungen und produktionsbedingten Toleranzen auf die Beanspruchung der Scheibe vorgenommen.

Die analytische Lösung zur Ermittlung der Scheibenbeanspruchung bei Bolzendruck im Bohrungsbereich sowie die ermittelten Beanspruchungen aus Einzeleinflüssen führen somit zur Entwicklung einer Bemessungsformel, deren Anwendung den Entwurf, den Nachweis und die Ausführung von Scher-Lochleibungsverbindungen im konstruktiven Glasbau vereinfacht und in Zukunft die Erfordernis von Einzelgenehmigungen erheblich reduzieren kann.

Bei der Ermittlung der maßgebenden Bolzenlast ist der ungleichmäßigen Schubkraftverteilung über die Verbindungslänge Rechnung zu tragen.

Zur Sicherstellung, dass die Verbindungsstruktur in ihrer Gesamtheit ausreichend standsicher ist, bedarf es auch der Untersuchung der Zwischenschicht, die im Spalt zwischen Glasbohrung und Stahlbolzen angeordnet wird.

Zur Verifizierung der theoretischen Überlegungen wurden experimentelle Untersuchungen durchgeführt. Mithilfe der Ergebnisse der Bauteilprüfungen konnten Teilsicherheitsbeiwerte der Bauteilwiderstände für die vorgeschlagene Bemessungsformel ermittelt werden.

Die Gliederung dieser Arbeit ist in Tabelle 3.1 angegeben.

Tabelle 3.1: Gliederung der Arbeit

Kapitel	Inhalt
4	Herleitung einer allgemeingültigen analytischen Lösung zur Ermittlung der Spannungsverteilung im Bereich von Lochbohrungen und Vergleich mit numerischen Simulationen (FEM) (1. Normalkraftbeanspruchte Scheibe, 2. Momenten/Normalkraft-Interaktion)
5	Ermittlung des Einflusses aus Entwurfs- und Herstellungsparametern auf die Beanspruchung der Glasscheibe im Bohrungsbereich bei Scher-Lochleibungsverbindungen
6	Theoretische Ermittlung der Schubkraftverteilung über die Verbindungslänge bei langen Schraubenverbindungen
7	Theoretische Untersuchung der Beanspruchung des Zwischenmaterials , das im Spalt zwischen Bohrungsrand und Bolzen angeordnet wird
8	Ermittlung von Bruchspannungen bei statischer Belastung und unter Gebrauchslastzyklen anhand experimenteller Untersuchungen (1. Normalkraftbeanspruchte Scheibe, 2. Querkraft-Momenten-Anschluss)
9	Ableiten eines Bemessungskonzeptes für Scher-Lochleibungsverbindungen im konstruktiven Glasbau

4 Entwicklung einer analytischen Lösung

4.1 Scheibenstatische Grundlagen, Scheibendifferentialgleichungen und ihre Lösungen

Zur Herleitung der für die Ermittlung des elastischen Scheibenspannungszustands notwendigen Scheibendifferentialgleichung (mit der es später gelingen wird, auch die Lochleibungs- und Nettoquerschnittsspannungen zu beschreiben) müssen für das Scheibenelement Aussagen zum Gleichgewicht, zur Geometrie und zum Werkstoff gemacht werden. Hierzu wird zunächst das infinitesimale Scheibenelement betrachtet.

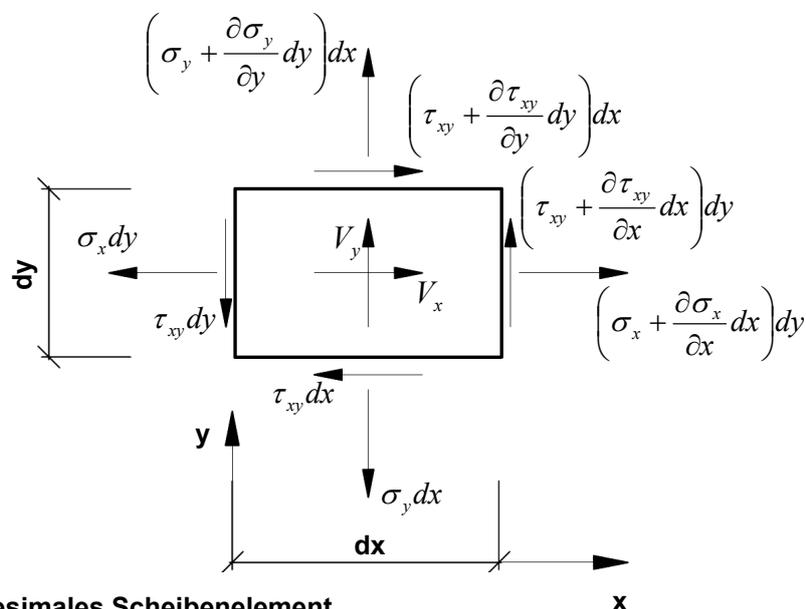


Bild 4.1: Infinitesimales Scheibenelement

4.1.1 Gleichgewicht

An einem Scheibenelement, das in einem ebenen Spannungszustand belastet wird, muss das Gleichgewicht erfüllt sein. Da die Dicke t klein ist, können hier die Spannungen in der Mittelfläche wirkend angenommen werden. Das Gleichgewicht in den beiden Richtungen ist erfüllt, wenn:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + V_x = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + V_y = 0 \quad (4.2)$$

Die Momentenbedingung um eine Achse senkrecht zur Mittelfläche liefert die Gleichheit der zugeordneten Schubspannungen:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad (4.3)$$

Die zwei Gleichgewichtsaussagen in x- und y-Richtung enthalten drei unbekannte Spannungen. Um das Problem lösen zu können, müssen weitere Bedingungen mit dem Ziel aufgestellt werden, eine dritte Bestimmungsgleichung zur Berechnung der Spannungen zu erhalten.

4.1.2 Geometrie (Verträglichkeit)

An ebenen Scheibenträgwerken treten nur Verschiebungen $u(x,y)$ in x-Richtung und $v(x,y)$ in y-Richtung auf. Verschiebungen $w(x,y)$, die senkrecht zur Mittelfläche wirken würden, werden vernachlässigt. Daraus resultiert ein ebener Formänderungs- und Gestaltänderungszustand, siehe Bild 4.2.

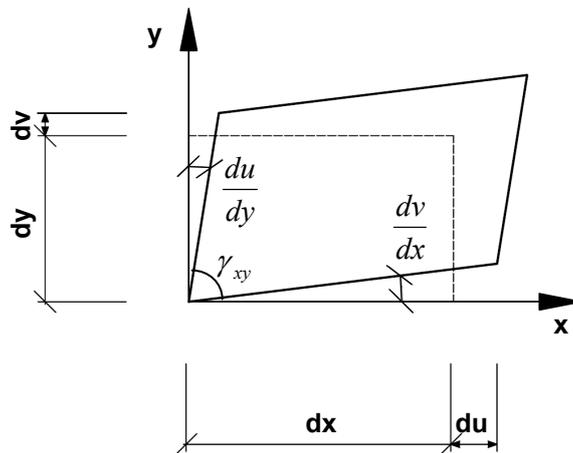


Bild 4.2: Ebener Formänderungs- und Gestaltänderungszustand am infinitesimalen Element

Die Verzerrungen der Mittelfläche sind nur von den Verschiebungen u und v abhängig:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4.4), (4.5), (4.6)$$

Um die Verzerrungen miteinander verknüpfen zu können, werden diese Ausdrücke abgeleitet und kombiniert, so dass die Verschiebungen u und v verschwinden. Daraus entsteht die Verträglichkeitsbedingung. Diese ergibt die gesuchte dritte Bestimmungsgleichung für die unbekanntenen Spannungen. Indem man also die Teilausdrücke (4.4), (4.5), (4.6) wie folgt erweitert:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} = \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2}; \quad \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y}; \quad \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} \quad (4.7), (4.8), (4.9)$$

ergibt sich durch Einsetzen von (4.7) und (4.8) in (4.9):

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = 0 \quad (4.10)$$

Werkstoff:

Um die dritte Spannungsbeziehung aus der Verträglichkeitsbeziehung errechnen zu können, müssen die Dehnungen mit den daraus entstehenden Spannungen in Beziehung gesetzt werden. Es wird ein idealelastischer Werkstoff, wie er für Glas zutrifft, angenommen:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_x - \mu \cdot \sigma_y) + \alpha_T \cdot \Delta T \quad (4.11)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_y - \mu \cdot \sigma_x) + \alpha_T \cdot \Delta T \quad (4.12)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2 \cdot (1 + \mu)}{E} \cdot \tau_{xy} = \frac{1}{G} \cdot \tau_{xy} \quad (4.13)$$

Durch Einsetzen dieser Beziehungen in die Verträglichkeitsbedingungen (4.10), entsteht die dritte Spannungsgleichung:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \sigma_x + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \sigma_y - 2(1 + \mu) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \tau_{xy} = -E \alpha_T \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Delta T \quad (4.14)$$

Zur Lösung der Scheibenaufgabe steht jetzt ein Gleichungssystem zur Verfügung mit drei Differentialgleichungen für die unbekanntenen Spannungen σ_x , σ_y und τ_{xy} . Wird in oberes Gleichungssystem eine Spannungsfunktion $F(x,y)$ eingeführt, so gelingt es, die drei Differentialgleichungen zu einer zusammenzufassen. Sie wird so definiert, dass sie folgenden Bedingungen genügt:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}; \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}; \quad \tau_{xy} = - \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} + V_x y + V_y x \right) \quad (4.15), (4.16), (4.17)$$

F ist nur dann eine Lösung, wenn alle drei Spannungsbeziehungen erfüllt sind. Bei konstanten Kräften kann die Richtigkeit oberer Annahme durch Einsetzen des Ansatz-

zes in die Gleichgewichtsbedingungen nachgeprüft werden. Für das Gleichgewicht in x-Richtung gilt z.B. (4.1):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} - V_{x,y} - V_{y,x} \right) + V_x = \frac{\partial^3 F}{\partial x \partial y^2} - \frac{\partial^3 F}{\partial x \partial y^2} - V_x + V_x = 0 \quad (4.18)$$

Da durch die spezielle Wahl von F die beiden Gleichgewichtsaussagen bereits erfüllt sind, muss die Spannungsfunktion nun noch die Verträglichkeitsaussage (4.14) erfüllen, also aus

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial y^2} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \mu \frac{\partial^2}{\partial y^2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \\ & - 2(1-\mu) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(-\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} - V_{x,y} - V_{y,x} \right) = -E\alpha_T \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \quad (4.19)$$

folgt

$$\frac{\partial^4}{\partial x^4} F + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} F + \frac{\partial^4}{\partial y^4} F = -E\alpha_T \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4.20)$$

oder

$$F'''' + 2F'''' + F'''' = -E\alpha_T (T'' + T'') \quad (4.21)$$

Die Differentialgleichung 4.Ordnung kann mit dem Potenzialoperator

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (4.22)$$

vereinfacht geschrieben werden. Wirkt außerdem auf die Scheibe keine Temperatur, so lautet die Kurzform der Scheibengleichung:

$$\Delta \Delta F = 0 \quad (4.23)$$

Es tritt nunmehr in der Scheibendifferentialgleichung keine Werkstoffkonstante (E, μ) auf, so dass die abgeleitete Beziehung für jeden homogen-isotrop-elastischen Werkstoff (z.B. Glas) gilt.

Anmerkung: Die Spannungsfunktion F wurde von dem englischen Mathematiker AIRY 1863 angegeben. Sie wird deswegen auch AIRY'sche Spannungsfunktion genannt.

Spannungsfunktion für Kreis- und Kreislochscheiben:

Wird der Scheibenrand oder Teile davon von Kreisbögen gebildet, so bietet sich an, das Tragwerk mit Polarkoordinaten zu beschreiben:

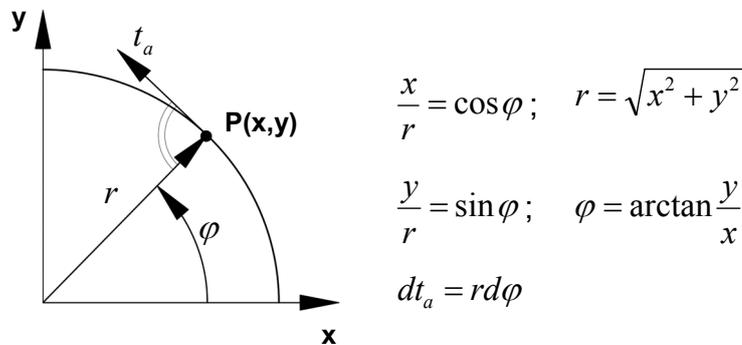


Bild 4.3: Beziehung zwischen kartesischen und polaren Koordinaten

Mit diesen Beziehungen können die Ableitungen nach x und y in Abhängigkeit von r und phi umgewandelt werden:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (4.24)$$

Wird diese Operation zweimal auf F(r, phi) angewendet, lautet die Scheibengleichung in Polarkoordinaten ohne Zusatzkraft V_x, V_y und ohne Temperaturfeld T(x,y):

$$\begin{aligned} \Delta \Delta F = & \frac{\partial^4 F}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3 F}{\partial r^3} + \frac{1}{r^2} \left(2 \frac{\partial^4 F}{\partial r^2 \partial \varphi^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} \right) + \\ & + \frac{1}{r^3} \left(\frac{\partial F}{\partial r} - 2 \frac{\partial^3 F}{\partial r \partial \varphi^2} \right) + \frac{1}{r^4} \left(4 \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial \varphi^4} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.25)$$

Weiter lauten die Spannungen in Polarkoordinaten:

$$\sigma_r = \frac{\partial^2 F}{\partial t_a^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial F}{\partial \varphi^2} \quad (4.26)$$

$$\sigma_\varphi = \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} \quad (4.27)$$

$$\tau_{r\varphi} = -\frac{\partial^2 F}{\partial r \partial t_a} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right) \quad (4.28)$$

4.2 Analytische Methode zur Bestimmung der Beanspruchungen von Scheiben mit einer Lochbohrung infolge Normalkraft

4.2.1 Problemstellung und Lösungsweg

Wie in Kapitel 4.1 gezeigt, liegt somit ein allgemeiner analytischer Ansatz auf Grundlage der AIRY'schen Spannungsfunktion vor, mit dessen Hilfe der Spannungszustand im Bereich von kreisförmigen Lochbohrungen für elasto-statische Flächen-tragwerke bei Lochleibungsbeanspruchung (Bolzendruck im Bohrungsbereich) ermittelt werden kann. Betrachtet wird dabei der Spannungsanteil, der durch die lokale Beanspruchung (Lochleibungs-Spannungszustand) hervorgerufen wird. Die vorliegenden Lösungen sind jedoch für die Anwendung im konstruktiven Glasbau für Lochleibungsverbindungen nicht vollständig, da sie nur für unendlich ausgedehnte Scheiben gültig sind und nur wenig Freiheit in der Festlegung der Randbedingungen des zu untersuchenden Systems zulassen.

Bild 4.4 zeigt einen typischen Einsatz für Scher-Lochleibungsverbindungen im konstruktiven Glasbau. Zwei Glasscheiben werden mit Hilfe von 2 Laschenpaaren gestoßen, so dass eine Normalkraft-Momenten-Verbindung entsteht. An den Lochbohrungen des Anschlusses stellen sich Gleichgewichtssysteme ein, deren Spannungszustände nicht nur durch die Lochleibungsspannungen infolge Lochleibungsdruck sondern auch durch die Nettoquerschnittsspannungen infolge der in der Scheibe um die Löcher herum geleiteten Spannungen bestimmt werden. Hierzu gibt es z.Zt. noch kein, in Hinblick auf die Glasstatik hinreichend genaues, aufbereitetes (händisches) Nachweisverfahren.

Aus diesem Grund werden die bereits bekannten analytischen Lösungen im Rahmen dieser Arbeit erweitert mit dem Ziel, Spannungszustände in gebohrten Scheiben bei Scher-Lochleibungsbeanspruchung bei begrenzten Scheibenabmessungen und beliebigen Randbedingungen zu ermitteln.

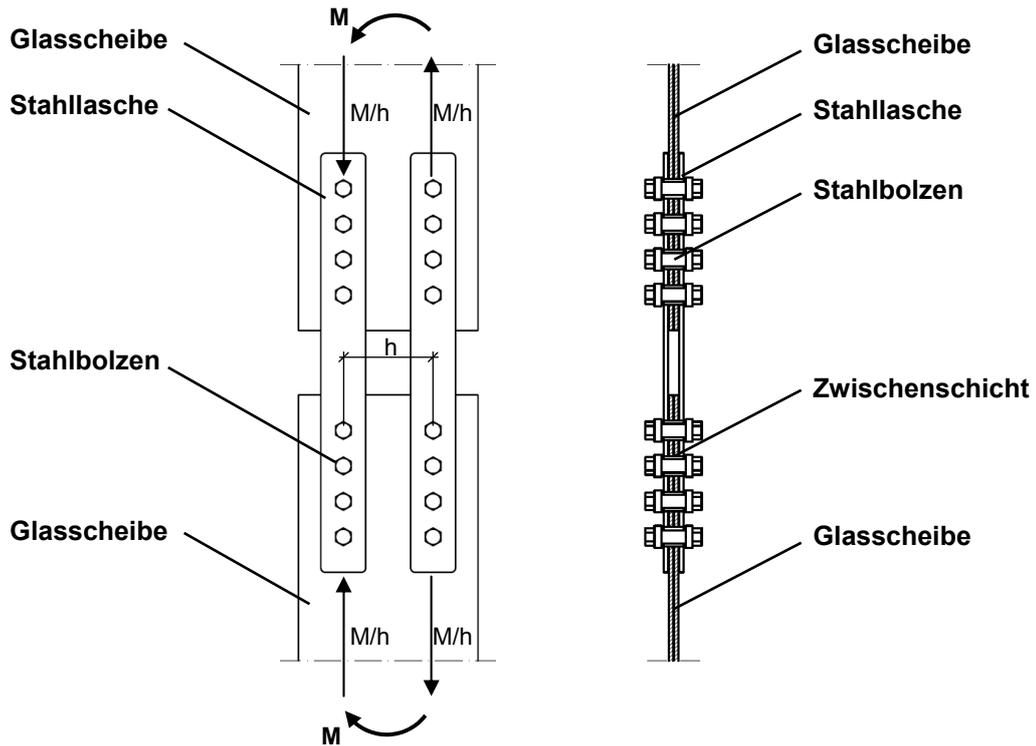
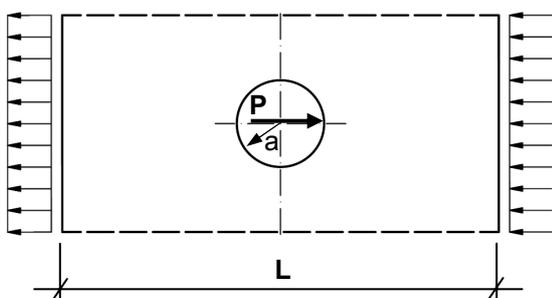


Bild 4.4: Stoß eines Glasschwertes, der zur Übertragung von Normalkraft, Querkraft und Moment dienen kann

4.2.2 Kreislochscheibe, belastet mit Lochleibungsdruck im Einzelloch

Der Gesamtspannungszustand einer Kreislochscheibe, die durch eine über einen Bohrungsrand eingeleitete Punktlast belastet ist, wird dazu durch Superposition des Lochleibungs-Spannungszustands, der die lokale Beanspruchung durch Lochleibungsdruck berücksichtigt, mit einem Grund-Spannungszustand einer Scheibe mit begrenztem Nettoquerschnitt ermittelt, vgl. Bild 4.5.

Lochleibungs-Spannungszustand



Grund-Spannungszustand

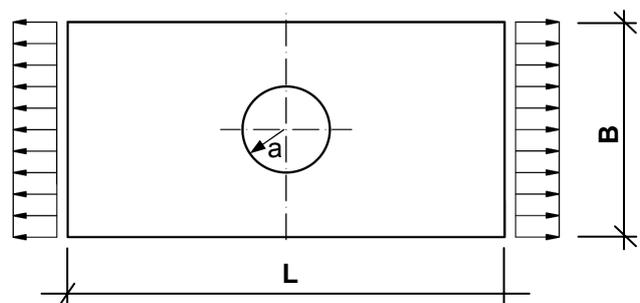


Bild 4.5 Gleichgewichtssysteme für Lochleibungs- und Grund-Spannungszustand

Es wird in dieser Arbeit gezeigt, dass durch verschiedenste Überlagerung der beiden Spannungszustände zu einem resultierenden Spannungszustand beliebige Randbedingungen erzeugt und die Beanspruchungen von Scheiben, die über eine Bolzenlast auf Scher-Lochleibung belastet werden, durch eine analytische Lösung mit guter Genauigkeit bestimmt werden können.

Diese Zerlegung des resultierenden Spannungszustandes in den Lochleibungs-Spannungszustand und Grund-Spannungszustand ist so lange statthaft, wie einerseits linear-elastisches Materialverhalten vorliegt und andererseits der Lochleibungs-Spannungszustand der unbegrenzten Scheibe nicht durch die in Wirklichkeit begrenzten Scheibenabmessungen beeinflusst wird. Weiterführende Betrachtungen hierzu werden später angestellt, siehe Abschnitt 4.2.3.

Bei der Herleitung der analytischen Lösung zur Bestimmung der Beanspruchungen im Glas für Scheiben mit einer Lochbohrung und vorerst definierten Randbedingungen wird nun wie folgt vorgegangen:

Es werden zu Beginn getrennt voneinander der Lochleibungs-Spannungszustand (Kapitel 4.2.2.1) und der Grund-Spannungszustand im Nettoquerschnitt (Kapitel 4.2.2.2) betrachtet.

Für die analytische Lösung der Beanspruchung der Scheibe im Lochleibungs-Spannungszustand ist der Ansatz der Belastungsverteilung der durch Bolzendruck belasteten Scheibe von entscheidender Bedeutung und wird entsprechend eingehend in Kapitel 4.2.2.1.2 behandelt. Die Spannungsverteilung, die sich durch die abgeleitete Einwirkungsverteilung einstellt, lässt sich durch eine analytische Methode beschreiben und wird in Kapitel 4.2.2.1.3 vorgestellt.

Im Anschluss wird die Lösung für die Spannungen im Grund-Spannungszustand für eine Scheibe mit kreisrunder Lochbohrung, die beidseitig durch eine definierte linienförmige Belastung beansprucht wird, eingeführt (Kapitel 4.2.2.2.3). Ziel ist es, die äußere Belastung des Grund-Spannungszustandes so festzulegen, dass sich durch möglichst einfache Überlagerung von Lochleibungs- und Grundspannungszustand beliebige Randbedingungen ableiten lassen.

Die Definition der maßgebenden Scheibenbreite, die entscheidenden Einfluss auf die Spannungsverteilung in der Scheibe hat und aus praxisrelevanten Betrachtungen abgeleitet werden sollte, ist hierfür erforderlich und wird in Kapitel 4.2.2.2.2 vorgestellt.

Die analytischen Lösungen des Lochleibungs- und des Grundspannungszustands dienen als Grundlage zur Bestimmung der Beanspruchungen in Scheiben für beliebige Randbedingungen. Die abgeleitete und neu vorgeschlagene Spannungsfunktion bietet für Praxisdetails genauere Lösungen als dies nach den bisher vorliegenden Arbeiten möglich war.

In Kapitel 4.2.2.3 werden die analytischen Lösungen für vorerst zwei resultierende Spannungszustände abgeleitet, siehe Bild 4.6.

- (1) „Zugzustand“: einseitig gehaltene Scheibe mit Lochbohrung, die durch Bolzendruck belastet wird und unter Zug steht und
- (2) „Druckzustand“: einseitig gehaltene Scheibe mit Lochbohrung, die durch Bolzendruck belastet wird und unter Druck steht.

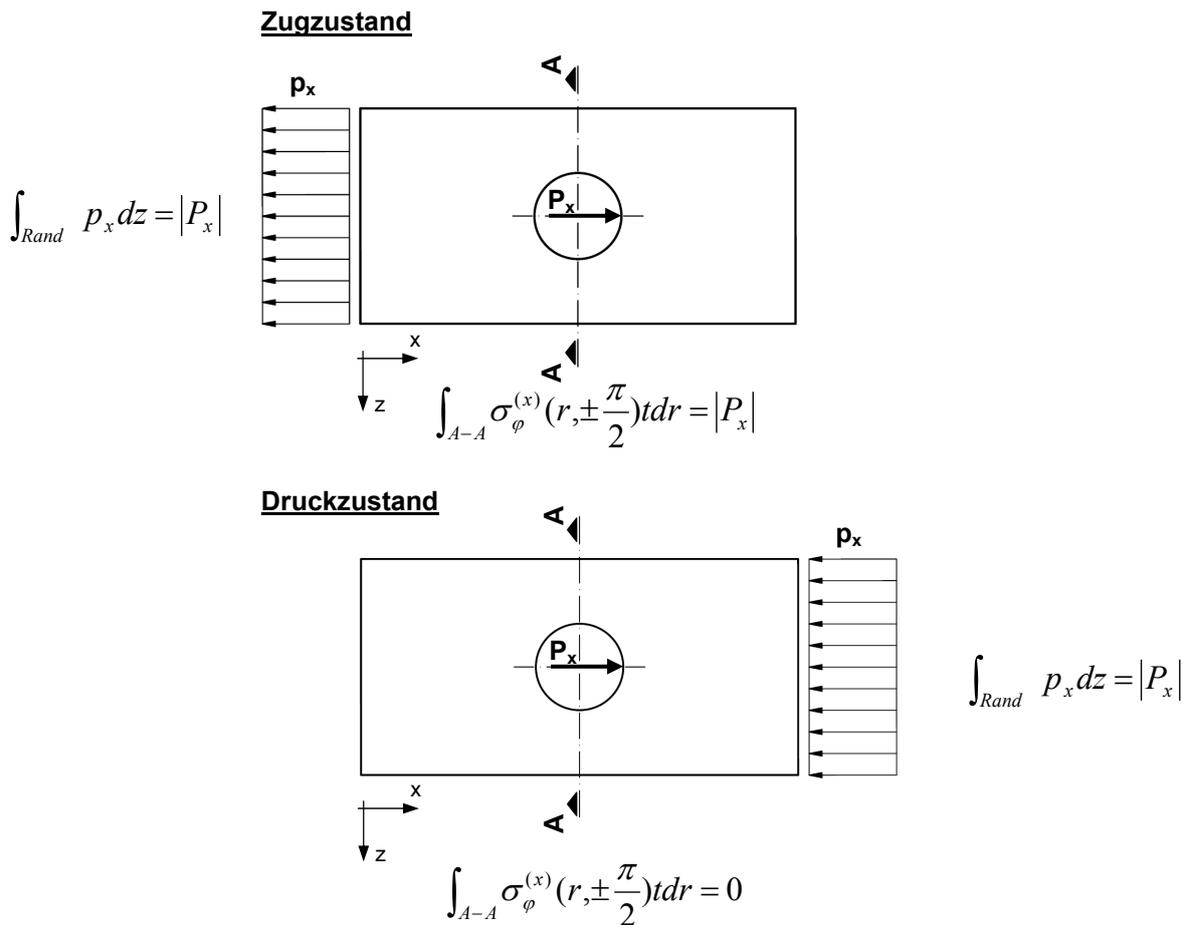


Bild 4.6: Gleichgewichtssystem in den resultierenden Spannungszuständen „Zug“ und „Druck“

Die analytische Lösung wird für diese beiden resultierenden Spannungszustände schlussendlich in Kapitel 4.2.3 angewendet und anhand von numerischen Simulationen verifiziert.

Im Anschluss wird das Ergebnis aus diesem Kapitel 4.2 auf beliebige Anschlüsse mit mehreren Bolzen übertragen und allgemein formuliert, siehe Kapitel 4.3.

4.2.2.1 Der Lochleibungs-Spannungszustand

4.2.2.1.1 Gleichgewichtssystem

Es existieren analytische Lösungen für den Lochleibungs-Spannungszustand für unendlich ausgedehnte Scheiben, die durch Bolzendruck über die Bohrlochwandung belastet werden. Sie werden aus praktikablen Gründen mithilfe von Polarkoordinaten (r, φ) beschrieben. Für $r \rightarrow \infty$, d.h. $B \rightarrow \infty$ und $L \rightarrow \infty$, stellen sich unendlich kleine Spannungs- und Verzerrungszustände an den Scheibenrändern ein, vgl. Bild 4.7.

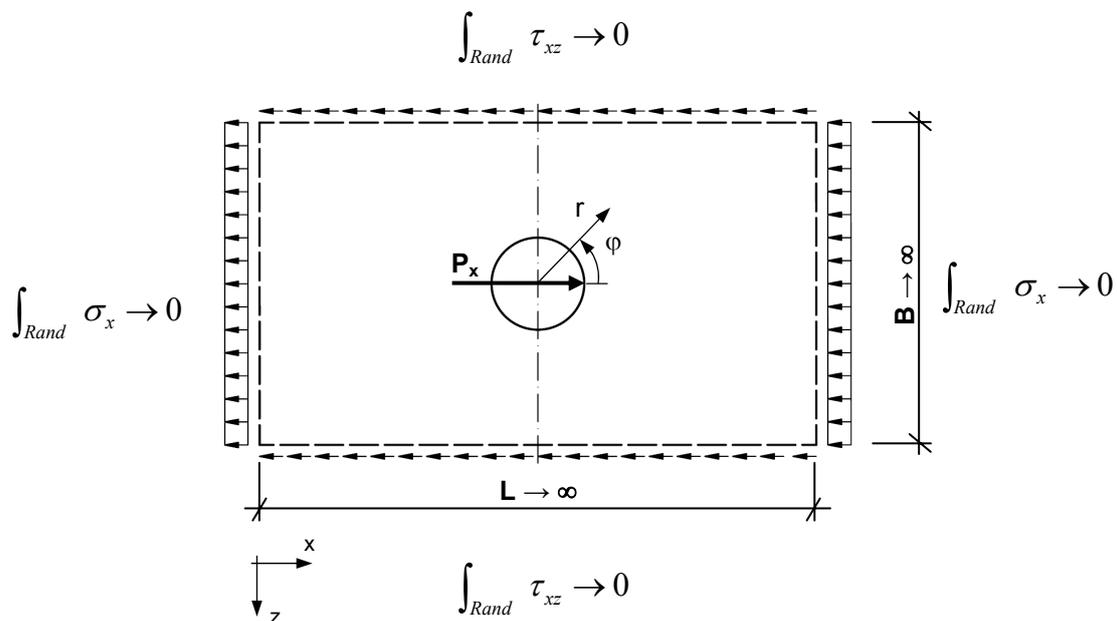


Bild 4.7: Gleichgewichtssystem einer unendlich ausgedehnten Scheibe mit Bohrung, die durch Bolzendruck beansprucht wird

Bei der Herleitung einer analytischen Lösung des Gesamt-Spannungszustandes einer Scheibe bei Belastung durch Bolzendruck wird unterstellt, dass der Einfluss aus begrenzter Scheibenbreite B auf den Lochleibungs-Spannungszustand vernachlässigbar ist, so dass im weiteren Verlauf der Untersuchungen von einer symmetrischen, zweiseitig linienförmig gelagerten Scheibe mit begrenzter Scheibenbreite ausgegangen wird, siehe Bild 4.8.

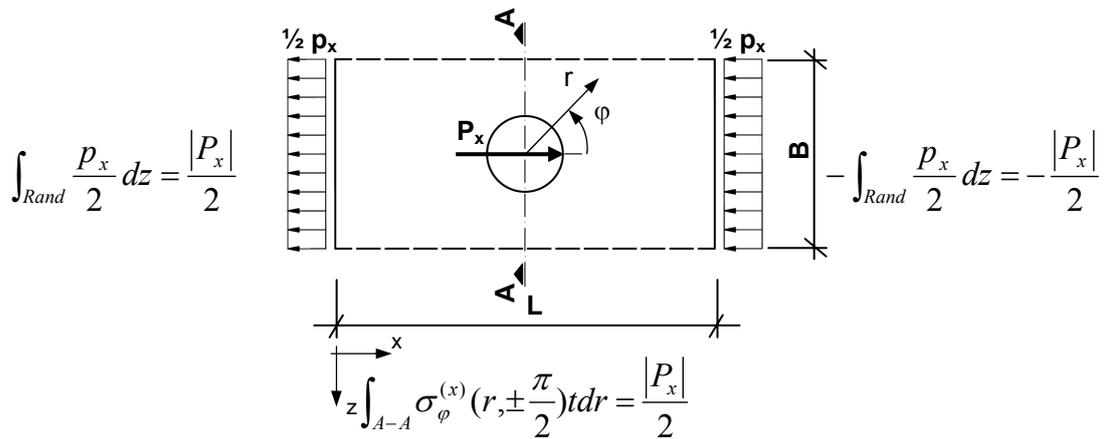


Bild 4.8 Gleichgewichtssystem des Lochleibungs-Spannungszustands

Diese Annahme ist solange statthaft, solange bei der Beanspruchung im Gesamt-Spannungszustand hinreichend genaue Ergebnisse erzielt werden. Dies konnte im Rahmen dieser Arbeit bestätigt werden.

Um die Beanspruchung der Scheibe für den Lochleibungs-Spannungszustand ermitteln zu können, bedarf es vorerst der Herleitung des theoretischen Belastungsansatzes am Bohrungsrand, siehe Kapitel 4.2.2.1.2. Anschließend wird die theoretische Lösung zur Ermittlung der Spannungsverteilung im Bereich der Lochbohrung in Kapitel 4.2.2.1.3 vorgestellt.

4.2.2.1.2 Theoretischer Belastungsansatz im Bereich der Lochbohrung

In diesem Kapitel wird ein bereits bekannter analytischer Belastungsansatz für eine unendlich ausgedehnte Scheibe mit kreisförmiger Lochbohrung, die durch Bolzendruck belastet wird, vorgestellt. Der Bolzen überträgt dabei in x-Richtung ($\varphi = 0$) eine Kraft P_x , die sich über einen Bereich der Bohrlochwand verteilt, siehe Bild 4.9 (vgl. [16] [41]).

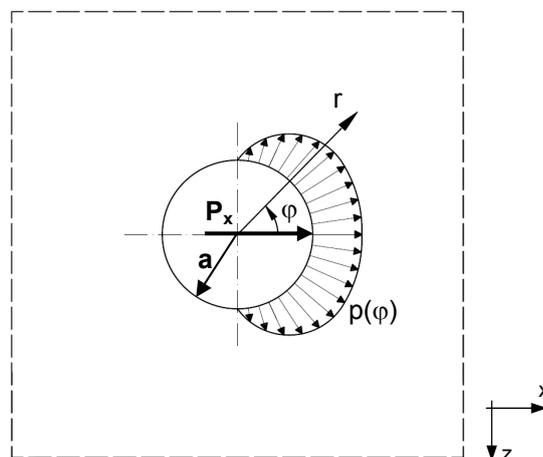


Bild 4.9: Unendlich ausgedehnte Scheibe mit kreisförmiger Lochbohrung belastet durch Bolzendruck, vgl. [16]

Am Bohrungsrand wird eine Normalbelastung $p(\varphi)$ in [Kraft/Längeneinheit] hervorgerufen, die sich in Abhängigkeit der Formänderung von Bolzen und Scheibe verteilt, und wie folgt als Cosinus-Reihe definiert wird:

$$p(\varphi) = p_0 + \sum_{n=1}^{\infty} p_n \cdot \cos n\varphi \quad (4.29)$$

bzw. vektoriell ausgedrückt:

$$p(\varphi) = \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ \dots \\ p_{n-1} \\ p_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \cos \varphi \\ \dots \\ \cos((n-1)\varphi) \\ \cos n\varphi \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

Da von Reibungskräften abgesehen wird, werden durch den Bolzendruck an der Bohrungswandung keine tangentialen sondern lediglich radiale Druckspannungen hervorgerufen. Diese Druckspannungen werden als Randbedingung des zu lösenden Spannungsproblems herangezogen.

Der Formänderung von Hülsen und Zwischenschichten wird an späterer Stelle im Rahmen dieser Arbeit Rechnung getragen.

Für $\frac{1}{2}\pi < \varphi < \frac{3}{2}\pi$ gilt in [16] $p(\varphi) = 0$.

In Bild 4.10 sind die ersten vier Summanden der Cosinus-Reihenentwicklung aus Gleichung (4.29) abgebildet.

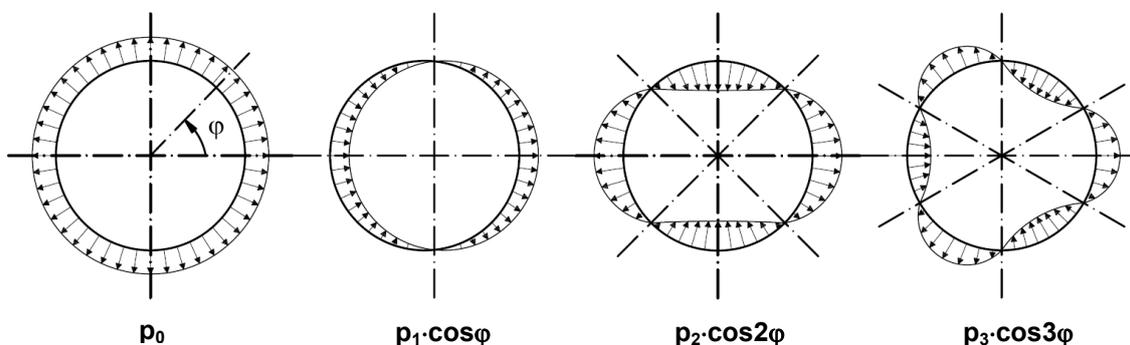


Bild 4.10: Belastungsansatz mit einer Cosinus-Reihenentwicklung nach [16], Summand 1 bis 4

Außer der Teilbelastung $p_1 \cdot \cos \varphi$ (vgl. Gleichung (4.29) und Bild 4.10) bilden alle Summanden der Funktion $p(\varphi)$ Gleichgewichtssysteme. Da Reibungskräfte vernach-

lässigt werden, hängt p_1 des antimetrischen Belastungsanteils lediglich von der Bohrenkraft P_x ab.

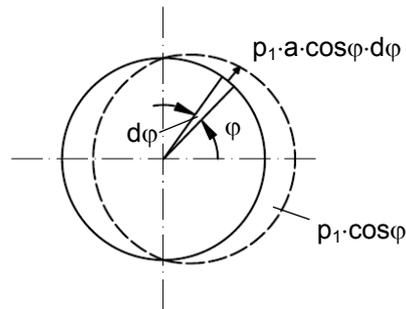


Bild 4.11: Antimetrische Teilbelastung $p_1 \cdot \cos \varphi$, vgl. [16]

Aus Gleichgewichtsgründen gilt (vgl. Bild 4.9 und Bild 4.11):

$$\int_0^{2\pi} p_1 \cdot a \cdot \cos^2 \varphi \cdot d\varphi = P_x \quad (4.31)$$

mit:

a = Bohrungsradius

Daraus folgt

$$p_1 \cdot a \cdot \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi \cdot d\varphi = p_1 \cdot a \cdot \frac{1}{2} (\varphi + \cos \varphi \cdot \sin \varphi) \Big|_0^{2\pi} = P_x \quad (4.32)$$

$$\Leftrightarrow p_1 \cdot a \cdot \pi = P_x \quad (4.33)$$

$$\Leftrightarrow p_1 = \frac{P_x}{a \cdot \pi} \quad (4.34)$$

Für die symmetrischen Belastungsanteile gilt:

$$p_n \cdot a \cdot \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi \cdot d\varphi = 0 \quad (4.35)$$

$$\Leftrightarrow p_n \cdot a \cdot \pi = 0 \quad (4.36)$$

d.h.

$$p_0 = p_2 = \dots = p_n = 0$$

d.h. die Beiwerte p_0, p_2, \dots, p_n müssen über einen weiteren Lösungsansatz bestimmt werden. Erforderlich ist die Definition von $(n+1)$ Randbedingungen, die durch Glei-

chungslösung zur Belastungsfunktion führt. Dies kann z.B. erfolgen durch das Heranziehen von numerischen Simulationen, aus denen die Kontaktspannungen am Bohrungsrand entnommen und in eine Cosinus-Reihe überführt werden können. Die Umsetzung wird in Kapitel 4.2.3.2 veranschaulicht.

4.2.2.1.3 Theoretische Herleitung der Beanspruchung der Scheibe

Der Lochleibungs-Spannungszustand der Scheibe wird beschrieben durch die AIRY'sche Spannungsfunktion

$$F_{\text{Lochleibung}}(r, \varphi) = F_0(r) + F_1(r, \varphi) + F_2(r, \varphi), \quad (4.37)$$

die sich aus bekannten Integralen der Scheibengleichung

$$\Delta\Delta F = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \right) \cdot \left(\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial F}{\partial r} \right) = 0 \quad (4.38)$$

zusammensetzt, siehe Kapitel 4.1, sowie [16] [41].

Am Bohrungsrand, d.h. für $r=a$ =Bohrungsradius, gelten die Randbedingungen:

$$\sigma_r(a, \varphi) = p(\varphi) \quad (4.39)$$

$$\tau_{r\varphi}(a, \varphi) = 0 \quad (4.40)$$

Die drei Anteile der Spannungsfunktion $F(r, \varphi)$ aus Gleichung (4.37) werden nach [16] wie folgt definiert und den Teilbelastungen aus Kapitel 4.2.2.1.2 zugeordnet:

Spannungsanteil	Teilbelastung
$F_0(r) = -\frac{p_0}{t} \cdot a^2 \cdot \ln r$	p_0 (4.41)
$F_1(r, \varphi) = \left(\frac{B_1}{r} + D_1 \cdot r \cdot \ln r \right) \cdot \cos \varphi + C_1 \cdot r \cdot \varphi \cdot \sin \varphi$	$p_1 \cdot \cos \varphi$ (4.42)
$F_2(r, \varphi) = \sum_{n=2}^{\infty} F_n = \sum_{n=2}^{\infty} (B_n \cdot r^{-n} + D_n \cdot r^{2-n}) \cdot \cos n\varphi$	$\sum_{n=2}^{\infty} p_n \cdot \cos n\varphi$ (4.43)

mit:

a = Bohrungsradius

t = Scheibendicke

Diese Funktionen wurden in [16] so gewählt, dass die Bedingung $\Delta\Delta F_{\text{Lochleibung}}(r,\varphi) = 0$ erfüllt wird und somit die Gleichung (4.37) eine gültige Lösung zur Ermittlung der Spannungen in der Scheibe darstellt.

Die zu Gleichung (4.41) und Teilbelastung p_0 zugehörige Spannungskomponenten werden in Anlehnung an [16] an dieser Stelle direkt angegeben zu:

$$\sigma_{0,r} = -\frac{p_0}{t} \cdot \frac{a^2}{r^2} \quad (4.44)$$

$$\sigma_{0,\varphi} = +\frac{p_0}{t} \cdot \frac{a^2}{r^2} \quad (4.45)$$

$$\tau_{0,r\varphi} = 0 \quad (4.46)$$

Zur Ermittlung der Spannungsanteile $F_1(r,\varphi)$ und $F_2(r,\varphi)$ sind die Beiwerte B_1 , C_1 , D_1 , B_n und D_n zu lösen. Sie werden in Abhängigkeit von p_0 , p_1 , ... p_n ausgedrückt, indem kinematische und statische Randbedingungen abgeleitet werden. Die Ermittlung der Beiwerte kann [16] entnommen werden, an dieser Stelle werden sie ohne weitere Herleitung angegeben und lauten:

$$B_1 = (1-\mu) \cdot \frac{p_1 \cdot a^3}{8t} \quad C_1 = -\frac{p_1 \cdot a}{2t} \quad D_1 = (1-\mu) \cdot \frac{p_1 \cdot a}{4t} \quad (4.47 \text{ a, b, c})$$

$$B_n = -\frac{p_n \cdot a^{(n+2)}}{2t \cdot (n+1)} \quad D_n = \frac{p_n \cdot a^n}{2t \cdot (n-1)} \quad (4.48 \text{ a, b})$$

Nach dem Einsetzen der Beiwerte aus (4.47 a, b, c) und (4.48 a, b) in die Spannungsfunktionen (4.42) und (4.43) erhält man für die Spannungskomponenten aus $F_1(r,\varphi)$:

$$\sigma_{1,r} = -\frac{1-\mu}{4t} \cdot p_1 \cdot \frac{a}{r} \cdot \left(\frac{3+\mu}{1-\mu} + \frac{a^2}{r^2} \right) \cdot \cos \varphi \quad (4.49)$$

$$\sigma_{1,\varphi} = +\frac{1-\mu}{4t} \cdot p_1 \cdot \frac{a}{r} \cdot \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \cdot \cos \varphi \quad (4.50)$$

$$\tau_{1,r\varphi} = +\frac{1-\mu}{4t} \cdot p_1 \cdot \frac{a}{r} \cdot \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \cdot \sin \varphi \quad (4.51)$$

und aus $F_2(r, \varphi)$:

$$\sigma_{2,r} = -\frac{1}{2t} \cdot \sum_{n=2}^{\infty} p_n \cdot \frac{a^n}{r^n} \cdot \left((n+2) - n \cdot \frac{a^2}{r^2} \right) \cdot \cos n\varphi \quad (4.52)$$

$$\sigma_{2,\varphi} = +\frac{1}{2t} \cdot \sum_{n=2}^{\infty} p_n \cdot \frac{a^n}{r^n} \cdot \left((n-2) - n \cdot \frac{a^2}{r^2} \right) \cdot \cos n\varphi \quad (4.53)$$

$$\tau_{2,r\varphi} = -\frac{1}{2t} \cdot \sum_{n=2}^{\infty} p_n \cdot \frac{a^n}{r^n} \cdot n \cdot \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \cdot \sin n\varphi \quad (4.54)$$

Die Gesamtspannungskomponenten berechnen sich gemäß Gleichung (4.37) zu

$$\sigma_{r, \text{Lochleibung}}(r, \varphi) = \sigma_{0,r} + \sigma_{1,r} + \sigma_{2,r} \quad (4.55)$$

$$\sigma_{\varphi, \text{Lochleibung}}(r, \varphi) = \sigma_{0,\varphi} + \sigma_{1,\varphi} + \sigma_{2,\varphi} \quad (4.56)$$

$$\tau_{r\varphi, \text{Lochleibung}}(r, \varphi) = \tau_{0,r\varphi} + \tau_{1,r\varphi} + \tau_{2,r\varphi} \quad (4.57)$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned} \sigma_{r, \text{Lochleibung}}(r, \varphi) = & -\frac{p_0}{t} \cdot \frac{a^2}{r^2} - \frac{1-\mu}{4t} p_1 \frac{a}{r} \left(\frac{3+\mu}{1-\mu} + \frac{a^2}{r^2} \right) \cos \varphi - \\ & -\frac{1}{2t} \sum_{n=2}^{\infty} p_n \frac{a^n}{r^n} \left((n+2) - n \cdot \frac{a^2}{r^2} \right) \cos n\varphi \end{aligned} \quad (4.58)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi, \text{Lochleibung}}(r, \varphi) = & +\frac{p_0}{t} \cdot \frac{a^2}{r^2} + \frac{1-\mu}{4t} p_1 \frac{a}{r} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \cos \varphi + \\ & +\frac{1}{2t} \sum_{n=2}^{\infty} p_n \frac{a^n}{r^n} \left((n-2) - n \cdot \frac{a^2}{r^2} \right) \cos n\varphi \end{aligned} \quad (4.59)$$

$$\begin{aligned} \tau_{r\varphi, \text{Lochleibung}}(r, \varphi) = & 0 + \frac{1-\mu}{4t} p_1 \frac{a}{r} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \sin \varphi - \\ & -\frac{1}{2t} \sum_{n=2}^{\infty} p_n \frac{a^n}{r^n} n \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \sin n\varphi \end{aligned} \quad (4.60)$$

Mithilfe der Gleichungen (4.58), (4.59) und (4.60) können die Radial-, Tangential- und Schubspannungen einer unendlich breiten Scheibe infolge einer beliebigen Belastung $p(\varphi)$ am Bohrungsrand, die durch die Cosinus-Reihe gemäß Gleichung (4.29) ausgedrückt wird, in Abhängigkeit von r und φ ermittelt werden.

Die Gleichungen sind unabhängig von Elastizitätsmodul und Schubmodul der Scheibe und gelten für homogene, isotrope, linear-elastische Materialien.

4.2.2.2 Der Grundspannungszustand im Nettoquerschnitt

4.2.2.2.1 Gleichgewichtssystem

Zur Vervollständigung der analytischen Lösung von Scheiben, die über Scher-Lochleibung beansprucht werden, wird ein Grund-Spannungszustand am Nettoquerschnitt definiert, wie er Bild 4.12 zu entnehmen ist. Zugrunde gelegt wird eine Scheibe der Breite B mit einer kreisförmigen Lochbohrung, die symmetrisch durch Linienlasten $\frac{1}{2} p_x$ an den beiden seitlichen Scheibenkanten belastet wird.

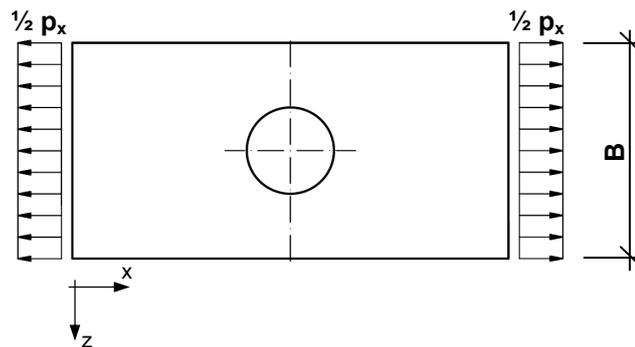
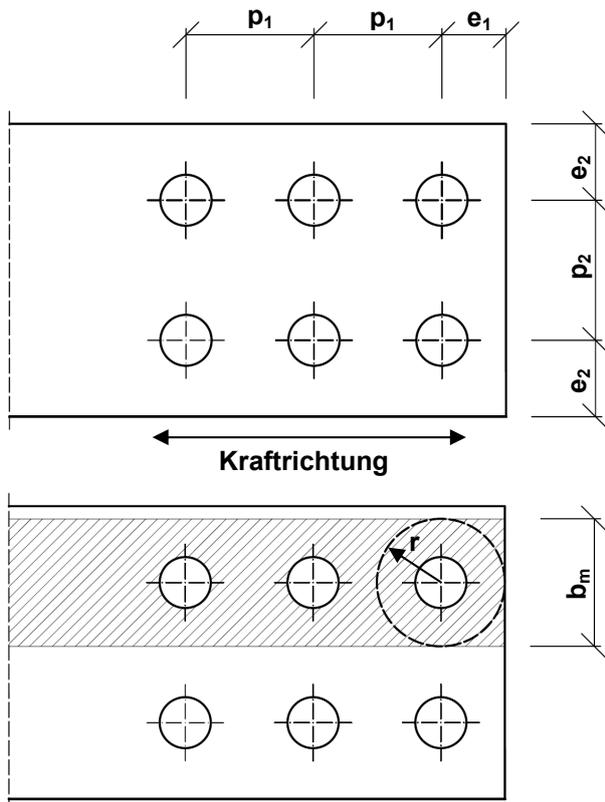


Bild 4.12 Gleichgewichtssystem für den Grund-Spannungszustand im Nettoquerschnitt

Ziel ist es, durch Superposition von Lochleibungs- und Grund-Spannungszustand freie Lagerungsbedingungen und begrenzte Scheibenbreiten in den Spannungsrechnungen zu berücksichtigen.

4.2.2.2.2 Definition der maßgebenden Scheibenbreite b_m

Für Scheiben mit lediglich einer, in Bezug auf die Scheibenbreite B zentrisch angeordneter Bolzenreihe, ist B maßgebend für die Spannungsberechnung. Bei komplexeren Anschlüssen, d.h. bei exzentrisch angeordneten Lochbohrungen, mehreren Schraubenreihen, etc. ist die maßgebende Breite b_m , die zur Spannungsberechnung herangezogen wird, so zu definieren, dass auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse bei einem hohen Auslastungsgrad ermittelt werden können. Mit dem Ziel einer praxisrelevanten Lösung und in Anlehnung an normative Regelungen aus dem Stahlbau wird b_m in Abhängigkeit der kleinsten Rand- bzw. Bohrungsabstände gemäß Bild 4.13 bestimmt.



worin:

- p_1 Bohrungsabstand in Krafrichtung
- e_1 Randabstand der Bohrung in Krafrichtung
- p_2 Bohrungsabstand senkrecht zur Krafrichtung
- e_2 Randabstand der Bohrung senkrecht zur Krafrichtung

b_m bestimmt sich durch:

$$b_m = 2r = \min \begin{cases} 2e_1 \\ 2e_2 \\ p_2 \end{cases}$$

Bild 4.13: Definition und Ermittlung der maßgebenden Breite b_m

4.2.2.2.3 Theoretische Herleitung der Beanspruchung der Scheibe

Für eine unendlich ausgedehnte Scheibe mit kreisförmiger Lochbohrung, die beidseitig durch linienförmige Lasten gleicher Größe auf Zug beansprucht wird, siehe Bild 4.14, existiert eine bekannte analytische Lösung zur Ermittlung der Beanspruchung der Scheibe [16].

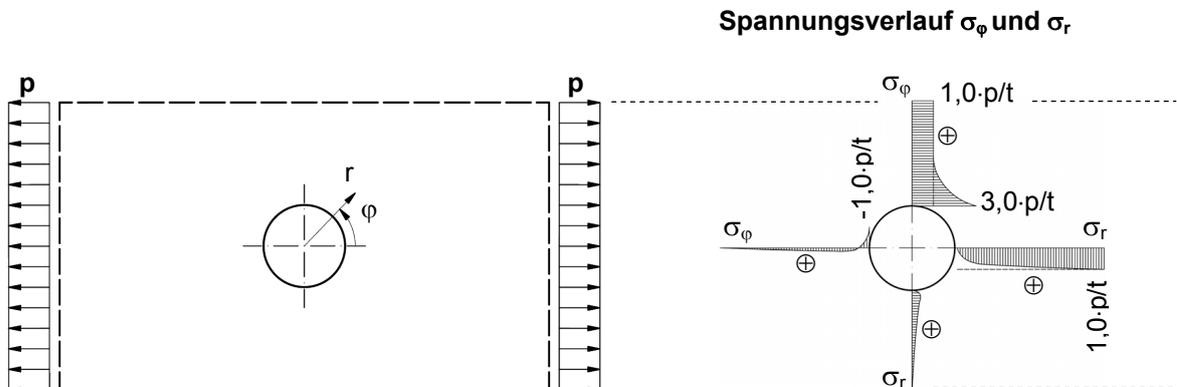


Bild 4.14: Unendlich ausgedehnte Scheibe mit kreisförmiger Bohrung bei Zugbeanspruchung, Gleichgewichtssystem und Beanspruchung

Sie wird durch folgende AIRY'sche Spannungsfunktion beschrieben:

$$F_{Grund}(r, \varphi) = \frac{p}{4t} \cdot \left[r^2 - 2a^2 \ln r - \frac{(r^2 - a^2)^2}{r^2} \cdot \cos 2\varphi \right] \quad (4.61)$$

Die zugehörigen Spannungskomponenten lauten:

$$\sigma_{r,Grund}(r, \varphi) = \frac{p}{2t} \cdot \left[1 - \frac{a^2}{r^2} + \left(1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cdot \cos 2\varphi \right] \quad (4.62)$$

$$\sigma_{\varphi,Grund}(r, \varphi) = \frac{p}{2t} \cdot \left[1 + \frac{a^2}{r^2} - \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cdot \cos 2\varphi \right] \quad (4.63)$$

$$\tau_{r\varphi,Grund}(r, \varphi) = \frac{p}{2t} \cdot \left[-1 - \frac{2a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right] \cdot \sin 2\varphi \quad (4.64)$$

Die äußere Belastung p geht linear in die Berechnung der Spannungskomponenten ein. Die Radial-, Tangential- und Schubspannungen gemäß der Gleichungen (4.62), (4.63) und (4.64) berechnen sich daher für die Scheibe aus Bild 4.14 für den Fall, dass p nicht als Zug-, sondern als Druckbelastung aufgebracht wird, durch Multiplikation mit dem Faktor (-1).

Während der Lochleibungs-Spannungszustand nicht durch eine begrenzte Scheibenbreite beeinflusst wird, vgl. Kapitel 4.2.2.1, ist für die Beanspruchung im Grundspannungszustand die endliche Scheibenabmessung von maßgebender Bedeutung.

Die bekannte Lösung, d.h. die Gleichungen (4.62), (4.63) und (4.64), werden deshalb so ergänzt, dass die Ermittlung der Spannungen bei begrenzter Scheibenbreite erfolgen kann. Dazu wird der Parameter b_m zur Berücksichtigung der maßgebenden Scheibenbreite aus Kapitel 4.2.2.2 herangezogen, d.h. es wird ein Streifen der Breite b_m aus der in Bild 4.14 dargestellten unendlich breiten Scheibe herausgeschnitten, über den sich die durch die Zugbeanspruchung hervorgerufenen Spannungen konzentrieren.

Im Hinblick auf die in Kapitel 4.2.2 eingeführten resultierenden Spannungszustände „Zugzustand“ und „Druckzustand“ wird die Randbelastung des Grundspannungszustands so gewählt, dass das Integral über die Belastung an den Scheibenrändern jeweils den Wert $\frac{|P_x|}{2}$ annimmt, vgl. Bild 4.15.

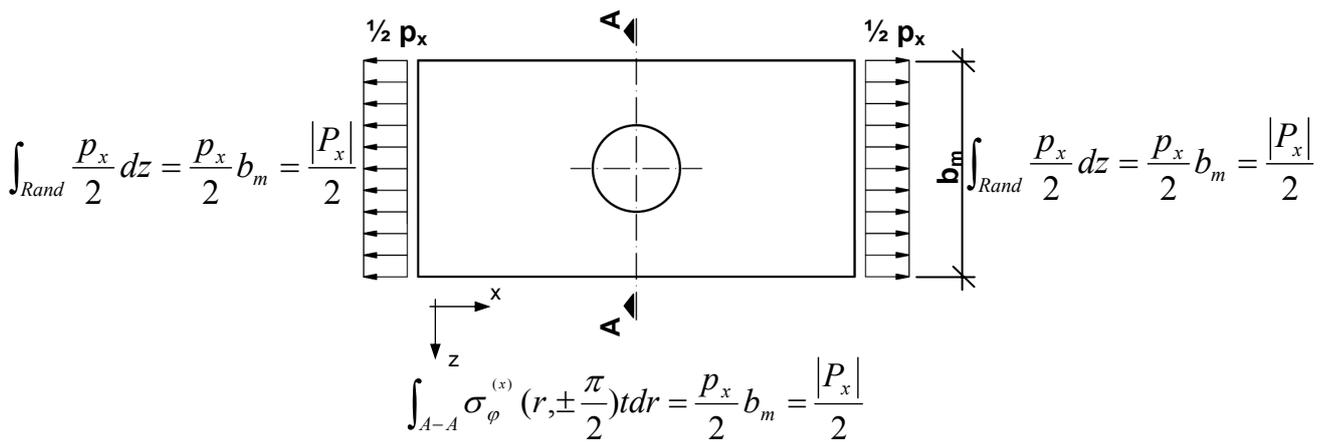


Bild 4.15: Grund-Spannungszustand einer Scheibe der Breite b_m

Aus dem Integral der in x-Richtung projizierten Tangentialspannungen σ_φ über den Schnitt A-A

$$\int_{A-A} \sigma_\varphi^{(x)} \left(r, \pm \frac{\pi}{2} \right) dr = \frac{p_x}{2} b_m = \frac{P_x}{2} \quad (4.65)$$

und der in Kapitel 4.2.2.1.2 unter Gleichung (4.33) hergeleiteten Beziehung

$$p_1 \cdot a \cdot \pi = P_x \quad (4.66)$$

folgt:

$$\frac{p_x}{2} = \frac{P_x}{2 \cdot b_m} = \frac{p_1 \cdot a \cdot \pi}{2 \cdot b_m} \quad (4.67)$$

Nach dem Einsetzen von Gleichung (4.67) in die Spannungsfunktionen (4.62), (4.63) und (4.64) mit $p = \frac{1}{2} p_x$ erhält man:

$$\sigma_{r,Grund}(r, \varphi) = \frac{p_1 \cdot a \cdot \pi}{4t \cdot b_m} \cdot \left[1 - \frac{a^2}{r^2} + \left(1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cdot \cos 2\varphi \right] \quad (4.68)$$

$$\sigma_{\varphi,Grund}(r, \varphi) = \frac{p_1 \cdot a \cdot \pi}{4t \cdot b_m} \cdot \left[1 + \frac{a^2}{r^2} - \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cdot \cos 2\varphi \right] \quad (4.69)$$

$$\tau_{r\varphi,Grund}(r, \varphi) = \frac{p_1 \cdot a \cdot \pi}{4t \cdot b_m} \cdot \left[-1 - \frac{2a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right] \cdot \sin 2\varphi \quad (4.70)$$

Aus den Gleichungen (4.68), (4.69) und (4.70) lässt sich ableiten, dass eine abnehmende Scheibenbreite b_m zu einer zunehmenden Beanspruchung der Scheibe im Bereich der Lochbohrung führt, d.h. die Spannungsgleichungen unter Einbeziehen von b_m sind plausibel.

4.2.2.3 Resultierender Spannungszustand für einseitig gehaltene Scheiben bei Normalkraftbeanspruchung

Der resultierende Spannungszustand wird nun für eine endlich breite, einseitig gehaltene Scheibe mit Lochbohrung unter Zug- bzw. Druckbeanspruchung hergeleitet, indem die beiden zuvor beschriebenen Spannungszustände (Lochleibungs- und Grund-Spannungszustand) gemäß Bild 4.16 für Zugbeanspruchung bzw. Bild 4.17 für Druckbeanspruchung überlagert werden.

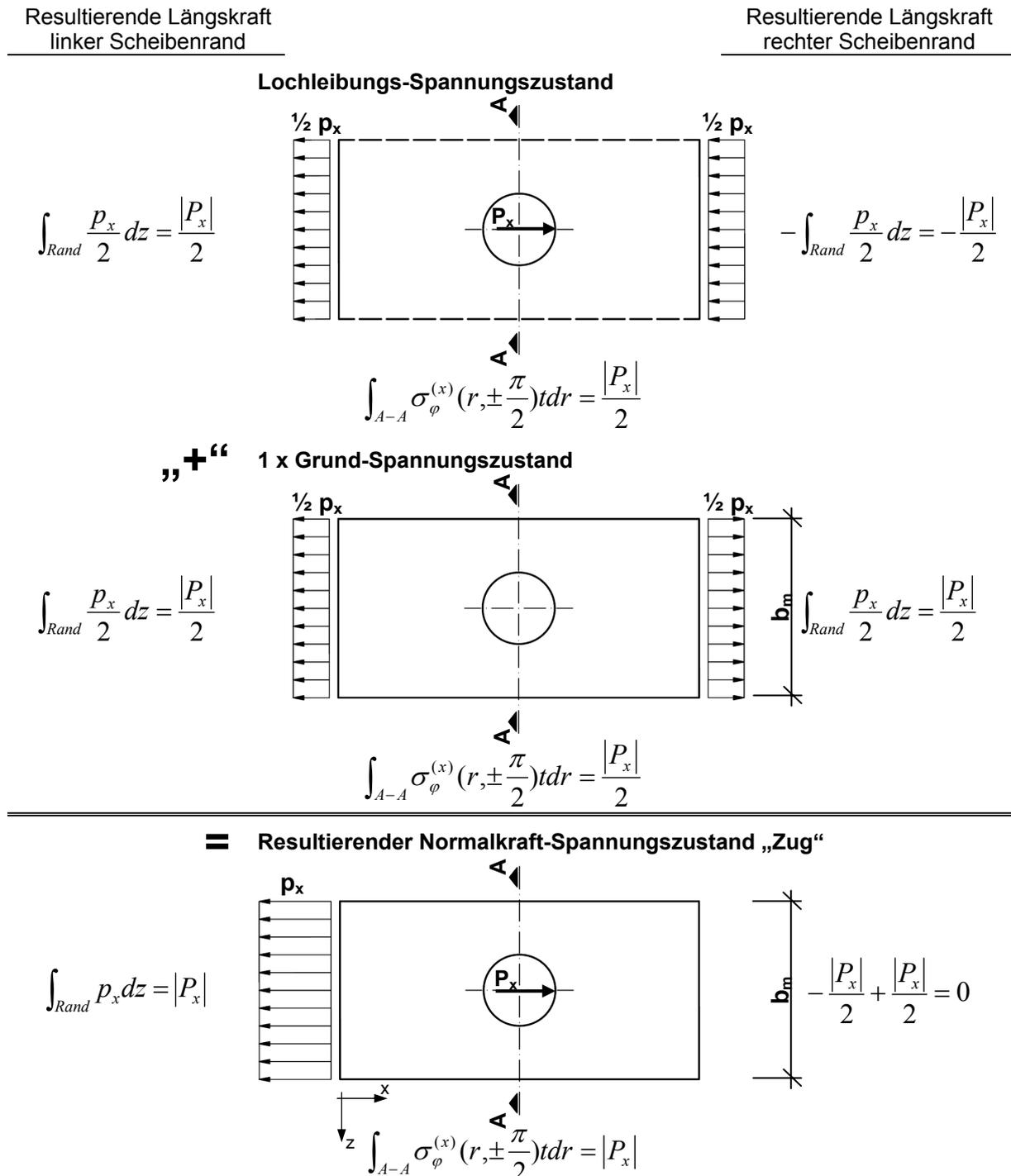


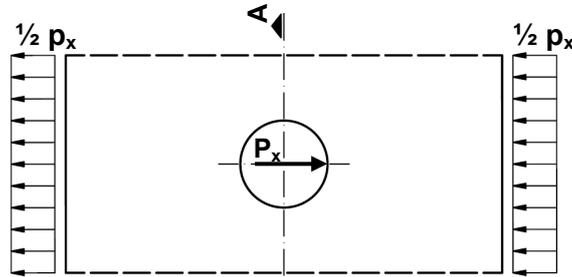
Bild 4.16: Herleitung des Spannungszustandes „Zugzustand“

Resultierende Längskraft
linker Scheibenrand

Resultierende Längskraft
rechter Scheibenrand

Lochleibungs-Spannungszustand

$$\int_{Rand} \frac{p_x}{2} dz = \frac{|P_x|}{2}$$

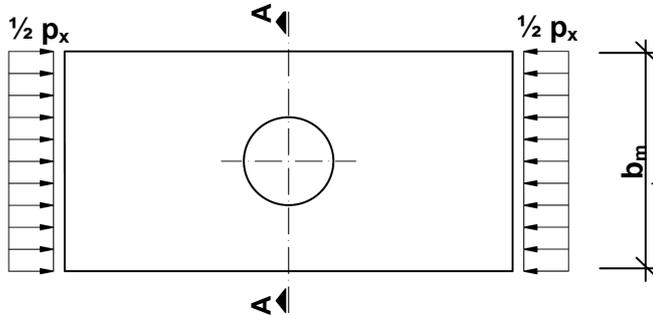


$$-\int_{Rand} \frac{p_x}{2} dz = -\frac{|P_x|}{2}$$

$$\int_{A-A} \sigma_{\varphi}^{(x)}(r, \pm \frac{\pi}{2}) t dr = \frac{|P_x|}{2}$$

„+“ (-1) x Grund-Spannungszustand

$$-\int_{Rand} \frac{p_x}{2} dz = -\frac{|P_x|}{2}$$

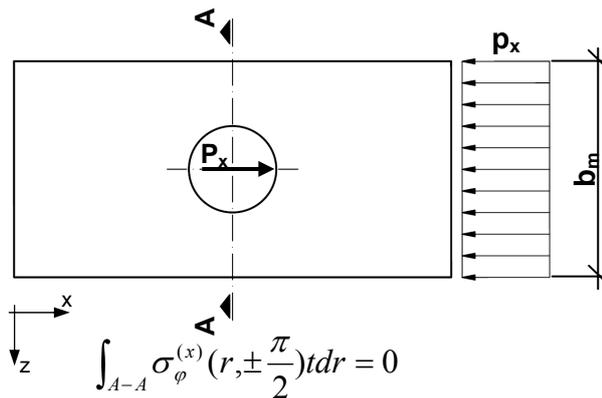


$$-\int_{Rand} \frac{p_x}{2} dz = -\frac{|P_x|}{2}$$

$$-\int_{A-A} \sigma_{\varphi}^{(x)}(r, \pm \frac{\pi}{2}) t dr = -\frac{|P_x|}{2}$$

= Resultierender Normalkraft-Spannungszustand „Druckzustand“

$$\frac{|P_x|}{2} - \frac{|P_x|}{2} = 0$$



$$-\int_{Rand} p_x dz = -|P_x|$$

$$\int_{A-A} \sigma_{\varphi}^{(x)}(r, \pm \frac{\pi}{2}) t dr = 0$$

Bild 4.17: Herleitung des Spannungszustandes „Druckzustand“

Bild 4.16 und Bild 4.17 kann entnommen werden, dass die beiden unterschiedlichen resultierenden Spannungszustände lediglich durch Überlagerung des Lochleibungs-Spannungszustands und des entsprechend Vielfachen des Grund-Spannungszustands erzeugt werden können.

Wie bereits in Kapitel 4.2.2.2 dargestellt, geht die äußere Belastung im Grund-Spannungszustand linear in die Berechnung der Spannungskomponenten σ_φ , σ_r und $\tau_{r\varphi}$ ein. Es wird daraus folgend an dieser Stelle ein neuer Parameter K_m eingeführt, der in Abhängigkeit der zu erzeugenden Randbedingungen im resultierenden Spannungszustand an jeder beliebigen Lochbohrung m zu wählen ist. Dieser Parameter ermöglicht nun vorerst die Erzeugung eines resultierenden Spannungszustandes, bei dem die Scheibe unter Zug, d.h. $K_m = 1$, bzw. unter Druck, d.h. $K_m = -1$, steht.

Die entsprechende AIRY'sche Spannungsfunktion zur Berechnung resultierender Spannungszustände für eine einseitig gehaltene Scheibe unter Zug- bzw. Druckbeanspruchung lautet:

$$F_{SL,ges}(r, \varphi) = F_{Lochleibung}(r, \varphi) + K_m \cdot F_{Grund}(r, \varphi) \quad (4.71)$$

mit dem Indize „SL,ges“ für „Scher-Lochleibung, gesamt“

und führt zu den entsprechenden Spannungskomponenten:

$$\sigma_{r,(SL,ges)}(r, \varphi) = \sigma_{r,Lochleibung}(r, \varphi) + K_m \cdot \sigma_{r,Grund}(r, \varphi) \quad (4.72)$$

$$\sigma_{\varphi,(SL,ges)}(r, \varphi) = \sigma_{\varphi,Lochleibung}(r, \varphi) + K_m \cdot \sigma_{\varphi,Grund}(r, \varphi) \quad (4.73)$$

$$\tau_{r\varphi,(SL,ges)}(r, \varphi) = \tau_{r\varphi,Lochleibung}(r, \varphi) + K_m \cdot \tau_{r\varphi,Grund}(r, \varphi) \quad (4.74)$$

mit:

K_m = Parameter zur Vervielfachung des Grund-Spannungszustandes, der sich in Abhängigkeit der zu modellierenden Randbedingung bestimmt. Für den „Zugzustand“ (Bild 4.16) gilt $K_m = 1$, für den „Druckzustand“ (Bild 4.17) gilt $K_m = -1$.

Aus Einsetzen der Gleichungen (4.58), (4.59) und (4.60) für die Spannungskomponenten aus dem Lochleibungs-Spannungszustand und (4.68), (4.69) und (4.70) für die Spannungskomponenten aus dem Grund-Spannungszustand in die drei zuvor genannten Gleichungen folgt:

$$\begin{aligned} \sigma_{r,(SL,ges)}(r, \varphi) = & -\frac{p_0}{t} \cdot \frac{a^2}{r^2} - \frac{1-\mu}{4t} p_1 \frac{a}{r} \left(\frac{3+\mu}{1-\mu} + \frac{a^2}{r^2} \right) \cos \varphi - \\ & - \frac{1}{2t} \sum_{n=2}^{\infty} p_n \frac{a^n}{r^n} \left((n+2) - n \frac{a^2}{r^2} \right) \cos n\varphi + \\ & + K_m \frac{p_1 \cdot a \cdot \pi}{4t \cdot b_m} \left[1 - \frac{a^2}{r^2} + \left(1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\varphi \right] \end{aligned} \quad (4.75)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi,(SL,ges)}(r, \varphi) = & + \frac{p_0}{t} \cdot \frac{a^2}{r^2} + \frac{1-\mu}{4t} p_1 \frac{a}{r} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \cos \varphi + \\ & + \frac{1}{2t} \sum_{n=2}^{\infty} p_n \frac{a^n}{r^n} \left((n-2) - n \frac{a^2}{r^2} \right) \cos n\varphi + \\ & + K_m \frac{p_1 \cdot a \cdot \pi}{4t \cdot b_m} \left[1 + \frac{a^2}{r^2} - \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\varphi \right] \end{aligned} \quad (4.76)$$

$$\begin{aligned} \tau_{r\varphi,(SL,ges)}(r, \varphi) = & 0 + \frac{1-\mu}{4t} p_1 \frac{a}{r} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \sin \varphi + \\ & + \frac{1}{2t} \sum_{n=2}^{\infty} p_n \frac{a^n}{r^n} n \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \sin n\varphi + \\ & + K_m \frac{p_1 \cdot a \cdot \pi}{4t \cdot b_m} \left[-1 - \frac{2a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right] \sin 2\varphi \end{aligned} \quad (4.77)$$

Für $r=a$ ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\sigma_{r,(SL,ges)}(a, \varphi) = -\frac{p_0}{t} - \frac{1-\mu}{4t} p_1 \left(\frac{3+\mu}{1-\mu} + 1 \right) \cos \varphi - \frac{1}{t} \sum_{n=2}^{\infty} p_n \cos n\varphi \quad (4.78)$$

$$\sigma_{\varphi,(SL,ges)}(a, \varphi) = +\frac{p_0}{t} + \frac{1-\mu}{2t} p_1 \cdot \cos \varphi - \frac{1}{t} \sum_{n=2}^{\infty} p_n \cos n\varphi + K_m \frac{p_1 \cdot a \cdot \pi}{2t \cdot b_m} \cdot (1 - 2 \cos 2\varphi) \quad (4.79)$$

$$\tau_{r\varphi,(SL,ges)}(a, \varphi) = 0 \quad (4.80)$$

4.2.3 Anwendung der analytischen Lösung

4.2.3.1 Vorgehensweise und Berechnungsparameter

Die analytische Lösung wird nun unter Zuhilfenahme geeigneter Software (Computer-Algebra-System, [28]) angewendet, um die Beanspruchung einer Scheibe im „Zugzustand,“ und „Druckzustand“ zu berechnen.

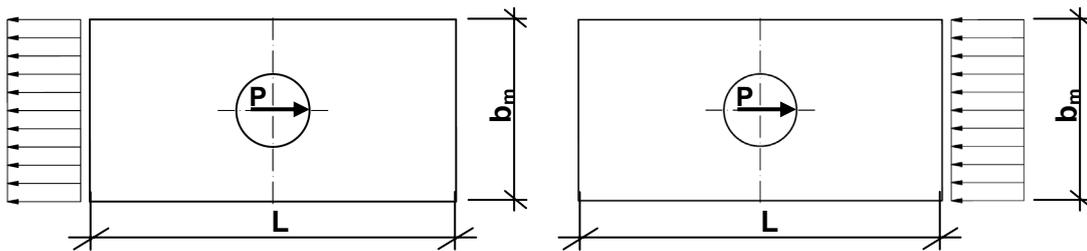


Bild 4.18: Normalkraftbeanspruchte Scheiben, links: „Zugzustand“, rechts: „Druckzustand“

Tabelle 4.1: Parameter der durchgeführten analytischen Berechnungen

Belastung P	[kN]	50
Bohrungsradius a	[mm]	22
Bohrungsdurchmesser $d_o = 2a$	[mm]	44
Bolzendurchmesser d_{Bolzen}	[mm]	30
Scheibendicke t	[mm]	10
Scheibenlänge L	[mm]	1100
Maßgebende Breite b_m	[d_o]	6,8
	[mm]	300
E-Modul Zwischenschicht E_{Zw}	[N/mm ²]	3000
Zwischenschichtstärke b_{Spalt}	[mm]	5

4.2.3.2 Lochleibungsbelastung (Lasteinwirkungsfunktion)

Zur Durchführung von analytischen Berechnungen muss zu Beginn die Lasteinwirkungsfunktion am Bohrungsrand bestimmt werden. Dazu werden Berechnungen mittels Finiter Elemente herangezogen. Den Ergebnissen aus den numerischen Simulationen wurden die Kontaktspannungen am Bohrungsrand entnommen und anschließend mithilfe eines Computer-Algebra-Systems mit einer Cosinus-Reihe nach Gleichung (4.29) beschrieben.

Der Verlauf der Lochleibungsbelastung über den Umfang des Bohrloches ist qualitativ und quantitativ abhängig von der Formänderung von Bolzen, Zwischenschicht und Scheibe.

Die linienförmige Lasteinwirkung ist direkt proportional zu P_x und umgekehrt proportional zum Bohrungsradius a , aus diesem Grund kann ein Faktor $f_p(\varphi)$ als bezogene Lochleibungsbelastung (Größe der Dimension 1) wie folgt definiert werden:

$$f_p(\varphi) = p_x(\varphi) \cdot \frac{a}{P_x} \quad (4.81)$$

Mithilfe von $f_p(\varphi)$, der sich aus durchgeführten Berechnungen ermitteln lässt, kann in Abhängigkeit von φ , bezogen auf die Lastrichtung, siehe z.B. Bild 4.19 rechts, die Belastung am Bohrungsrand durch Bolzendruck gemäß Gleichung (4.82) für beliebige Lasten P_x und beliebigen Bohrungsradius a bestimmt werden.

$$p_x(\varphi) = f_p(\varphi) \cdot \frac{P_x}{a} \quad (4.82)$$

$f_p(\varphi)$ wurde für die in Tabelle 4.1 aufgeführten Berechnungsparameter durch FEM-Berechnungen bestimmt, siehe Anhang A1 Tabelle A.1.

Um den Einfluss aus variierenden Scheibenbreiten b_m auf die Lochleibungsbelastung zu untersuchen, wurde $f_p(\varphi)$ bestimmt für b_m zwischen $3d_o$ und $25d_o$, siehe Bild 4.19. Der grafischen Darstellung kann entnommen werden, dass der Lochleibungsdruck für b_m zwischen $3d_o$ und $25d_o$ nahezu identisch ist und aus diesem Grund der Faktor $f_p(\varphi)$ für Scheibenbreiten b_m innerhalb dieser Grenzen gültig ist.

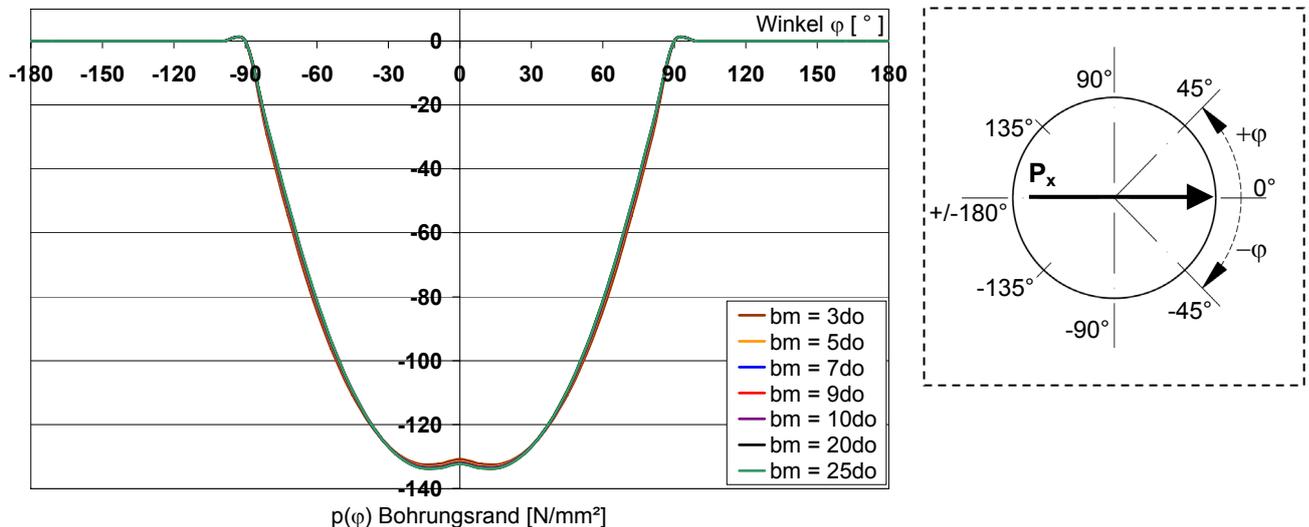


Bild 4.19: $f_p(\varphi)$ der Lochleibungsbelastung, b_m zwischen $3d_o$ und $25 d_o$, FEM

In Bild 4.20 wird $f_p(\varphi)$ mit Variation der Steifigkeit der Zwischenschicht $E=1000$ N/mm² bis $E=5000$ N/mm² dargestellt. Auch hier zeigen sich für diesen Steifigkeitsbereich nahezu identische Verläufe der Lochleibungsbelastung am Bohrungsrand, so

dass $f_p(\varphi)$ für Zwischenschichten der Steifigkeiten von 1000 bis 5000 N/mm² Gültigkeit besitzt.

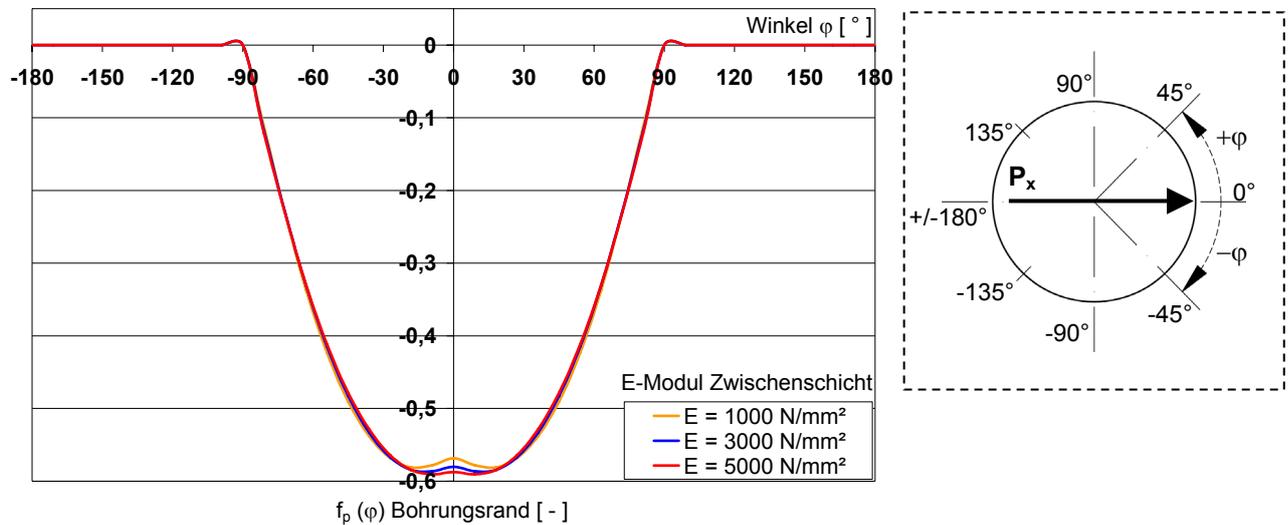


Bild 4.20: $f_p(\varphi)$ der Lochleibungsbelastung, $E_{Zw} = 1000-5000 \text{ N/mm}^2$, FEM

Aus Bild 4.21 kann der Einfluss aus Lagerungsbedingungen der Scheibe auf die Lochleibungsbelastung $p(\varphi)$ entnommen werden. Es zeigt sich, dass $f_p(\varphi)$ für Scheiben im „Zugzustand“ und im „Druckzustand“ mit hinreichender Genauigkeit gleiche Werte annimmt.

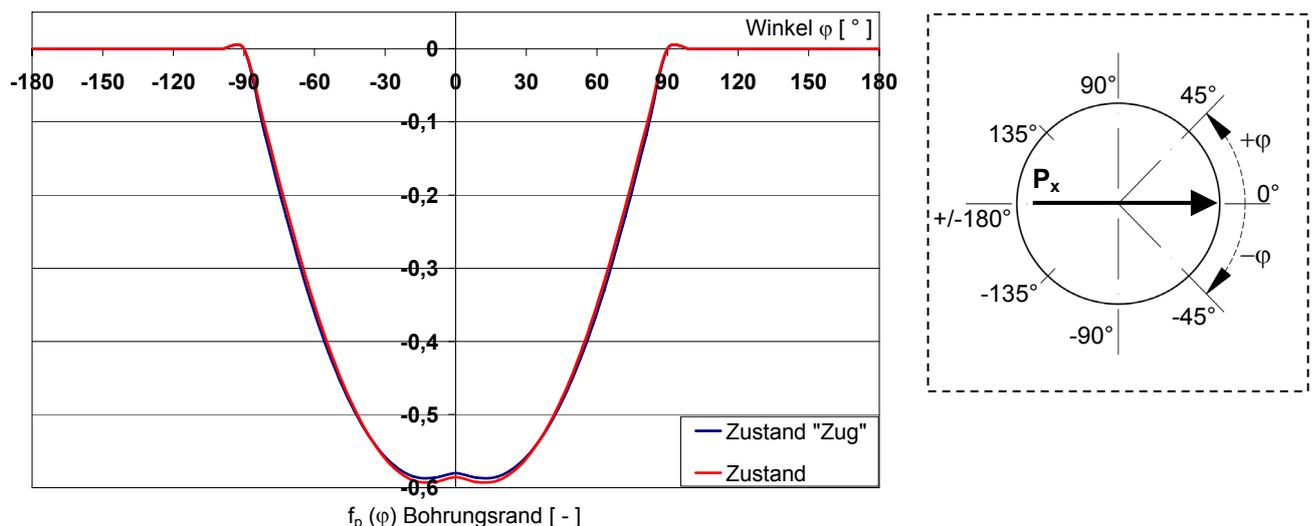


Bild 4.21: $f_p(\varphi)$ der Lochleibungsbelastung, „Zugzustand“ und „Druckzustand“, FEM

Die durchgeführte Parameteruntersuchung zeigt, dass sich $f_p(\varphi)$ unabhängig von den Lagerungsbedingungen und der Scheibenbreite ermitteln lässt. Darüber hinaus ist

$f_p(\varphi)$ für Steifigkeiten der Zwischenschicht zwischen 1000 und 5000 N/mm² nahezu identisch. Der aus den numerischen Simulationen entnommene Lochleibungsdruck $p(\varphi)$ (in N/mm²) kann nun durch Entwicklung einer Cosinus-Reihe ausgedrückt werden und anschließend als Randbedingung in die analytischen Berechnungen eingehen. Bild 4.22 zeigt $p(\varphi)$ aus den numerischen Simulationen im Vergleich zur Belastungskurve, die mittels des analytischen Ansatzes angenähert wurde.

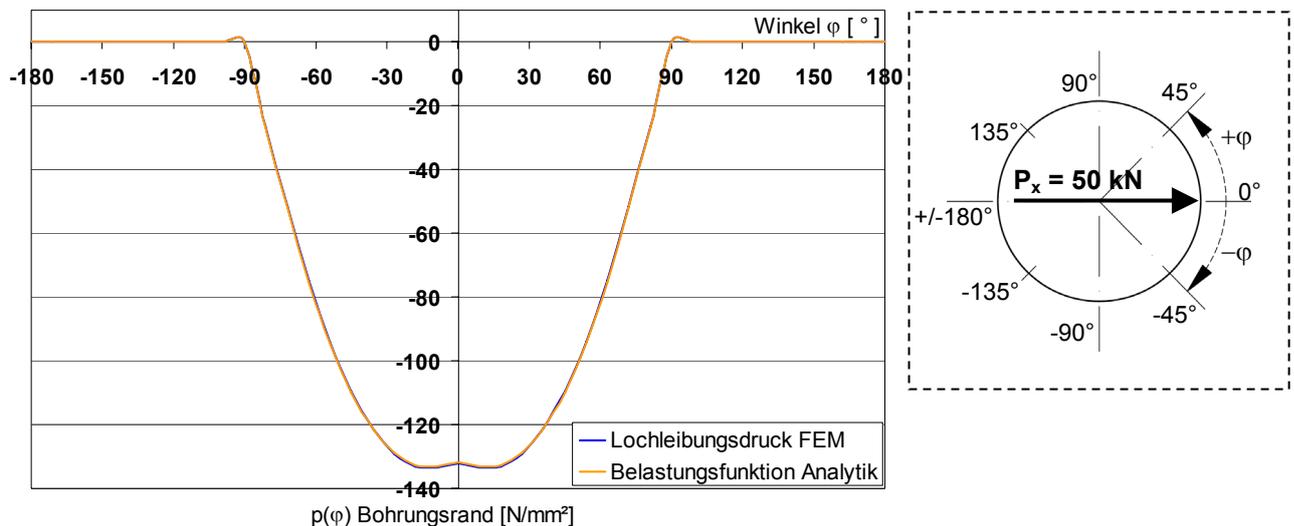


Bild 4.22: $p(\varphi)$ aus FEM und Belastungsfunktion der Analytik

4.2.3.3 Berechnungsergebnisse für normalkraftbeanspruchte Scheiben

Die Berechnungsergebnisse werden in Tabelle 4.2 für den Lochleibungs-Spannungszustand (Bild 4.8), den Grund-Spannungszustand (Bild 4.15) und die resultierenden Spannungszustände „Zugzustand“ und „Druckzustand“ (Bild 4.18) aufgeführt. Es wurde unterstellt, dass sich die Scheibendicke t reziprok auf die Beanspruchung der Scheibe auswirkt, so dass ein Spannungsfaktor $f_\sigma(\varphi)$ definiert werden kann:

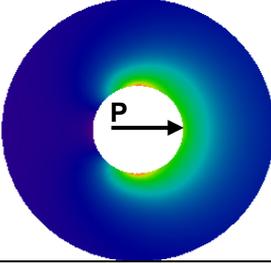
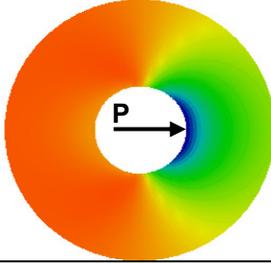
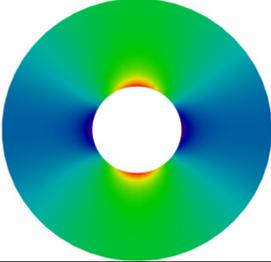
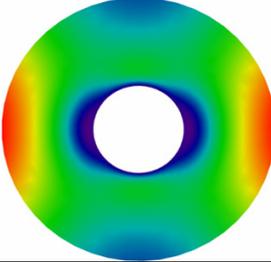
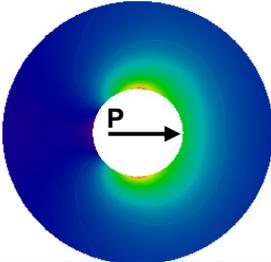
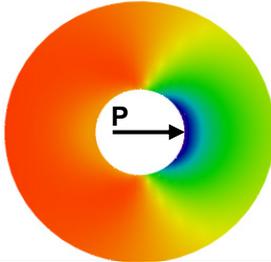
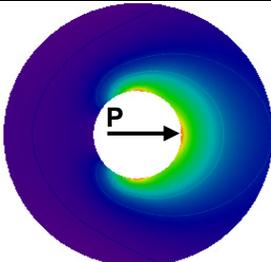
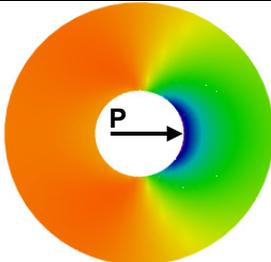
$$f_\sigma(\varphi) = \sigma(a, \varphi) \cdot \frac{a \cdot t}{P_x} \quad (4.83)$$

$$\Leftrightarrow \sigma(a, \varphi) = f_\sigma(\varphi) \cdot \frac{P_x}{a \cdot t} \quad (4.84)$$

worin

- $f_\sigma(\varphi)$ = Spannungsfaktor [-]
- $\sigma(a, \varphi)$ = Spannung am Bohrungsrand
- a = Bohrlochradius = $\frac{1}{2} d_o$
- t = Scheibendicke
- P_x = Bolzenlast

Tabelle 4.2: σ_φ und σ_r im Bohrungsbereich aus Analytik für Lochleibungs- und Grund-Spannungszustand, Zugzustand und Druckzustand

Spannungszustand	σ_φ [N/mm ²]	σ_r [N/mm ²]
Lochleibungs- Spannungszustand Gl. (4.58) Gl. (4.59)		
	$\sigma_{\varphi, \max} = 94,0$ für $\varphi = \pm 89,5^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma, \max}(\pm 89,5^\circ) = 0,41$	$\sigma_{r, \min} = -133,8$ für $\varphi = \pm 12,4^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma, \min}(\pm 12,4^\circ) = -0,59$
Grund-Spannungszustand $\frac{1}{2} p_x = P_x / (2b_m)$ Gl. (4.68) Gl. (4.69)		
	$\sigma_{\varphi, \max} = 25,0$ für $\varphi = \pm 90^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma, \max}(\pm 90^\circ) = 0,11$	Keine Radialspannung am Bohrungsrand
Zugzustand Gl. (4.75) Gl. (4.76)		
	$\sigma_{\varphi, \max} = 119,0$ für $\varphi = \pm 89,5^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma, \max}(\pm 89,5^\circ) = 0,52$	$\sigma_{r, \min} = -133,8$ für $\varphi = \pm 12,4^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma, \min}(\pm 12,4^\circ) = -0,59$
Druckzustand Gl. (4.75) Gl. (4.76)		
	$\sigma_{\varphi, \max} = 70,5$ für $\varphi = 0^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma, \max}(0^\circ) = 0,31$	$\sigma_{r, \min} = -133,8$ für $\varphi = \pm 12,4^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma, \min}(\pm 12,4^\circ) = -0,59$

Zur Überprüfung der Plausibilität der analytischen Berechnungen wurden für jeden der vier Spannungszustände jeweils vier Nachweise geführt, durch die die Einhaltung der erforderlichen Gleichgewichts- und Randbedingungen der statischen Systeme geprüft wird, siehe Tabelle 4.3. Alle Plausibilitätsprüfungen wurden erfüllt, d.h. die Beanspruchung der Scheibe lässt sich für alle vier Spannungszustände mit hinreichender Genauigkeit durch die abgeleitete analytische Lösung berechnen.

Tabelle 4.3: Prüfen der Plausibilität der analytischen Berechnung

Nr.	Beschreibung der zu prüfenden Randbedingung	Mathematische Formulierung
1.	Die Radialspannungen am Lochrand $\sigma_r(a,\varphi)$ müssen dem Belastungsansatz $p(\varphi)$ entsprechen.	$\sigma_r(a,\varphi) = p(\varphi)$
2.	Das Integral der Radialspannungen am Lochrand $\sigma_r(a,\varphi)$ in Lastrichtung muss der Bolzenlast P_x entsprechen, im Grund-Spannungszustand gilt: $P_x=0$	$t \cdot \int_0^{2\pi} \sigma_r(a,\varphi) \cdot a \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi = P_x$
3.	Das Integral der Radialspannung $\sigma_r(a,\varphi)$ am Bohrungsrand senkrecht zur Lastrichtung muss aufgrund der Symmetrie null ergeben.	$t \cdot \int_0^{2\pi} \sigma_r(a,\varphi) \cdot a \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi = 0$
4.	Das Integral der Tangentialspannung $\sigma_\varphi^{(x)}(a,\varphi)$ über den Schnitt A-A, vgl. Bild 4.16 und Bild 4.17, muss dem jeweiligen statischen System entsprechen.	$t \cdot \left(\int_a^{\frac{b}{2}} \sigma_\varphi(r, \frac{\pi}{2}) dr + \int_a^{\frac{b}{2}} \sigma_\varphi(r, -\frac{\pi}{2}) dr \right)$

Entlang des Bohrungsrandes entstehen keine Schubkräfte, d.h. die Tangentialspannungen σ_φ am Bohrungsrand (und nur dort) entsprechen den Hauptzugspannungen. Da die maximalen Tangentialspannungen am Bohrungsrand auftreten, können diese mit Ergebnissen aus der numerischen Simulation verglichen werden. Dazu wurden in Anlehnung an die analytischen Untersuchungen FEM-Berechnungen (ABAQUS V6.6) durchgeführt. Da der Einfluss aus begrenzter Scheibenlänge L gering gehalten werden sollte, wurde das Modell der Scheibe mit $L=25d_0$ generiert, siehe Bild 4.23.

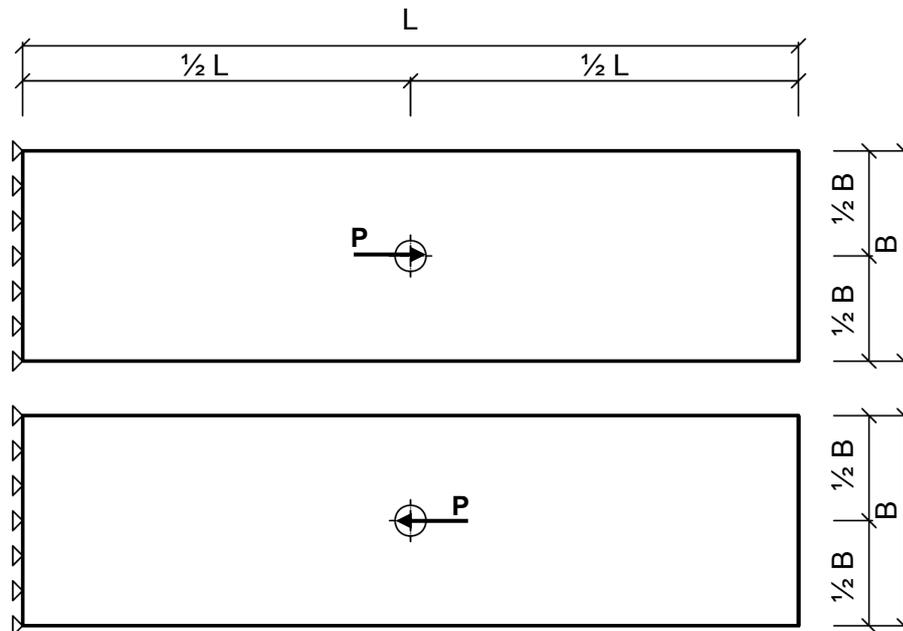


Bild 4.23 Statische Systeme für FEM-Berechnungen, oben: Zugzustand, unten: Druckzustand

Um die Materialeigenschaften sowie die Formänderung der einzelnen Bauteile möglichst exakt zu erfassen, wurde bei der Generierung des Modells der Glasscheibe und der Zwischenschicht auf Volumenelemente zurückgegriffen, der Bolzen wurde als unendlich steifes Element mit 6 Freiheitsgraden modelliert. Der Übergang zwischen Stahlbolzen und Zwischenschicht sowie zwischen Zwischenschicht und Glasbohrung wurde im Finite-Elemente-Modell mittels Kontaktelementen abgebildet. Reibung wurde dabei vernachlässigt, so dass keine Schubkräfte sondern lediglich Normalkräfte durch die Kontaktfuge übertragen werden können. Das Tragverhalten wird damit mit hinreichender Genauigkeit abgebildet. Die Spannungsplots der Hauptzugspannung σ_1 für den Zug- und Druckzustand sind zur Übersicht in Bild 4.24 dargestellt.

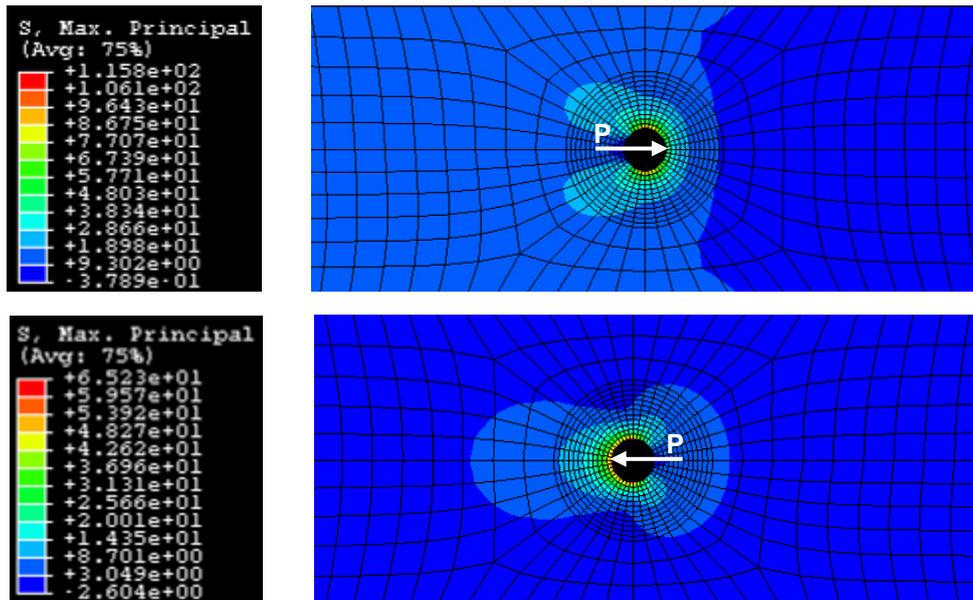


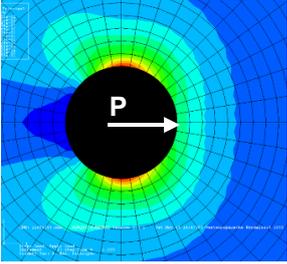
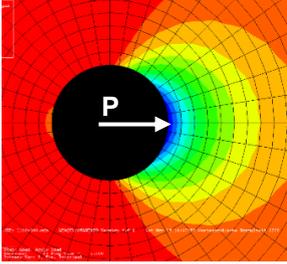
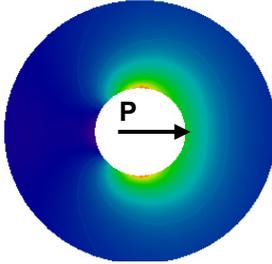
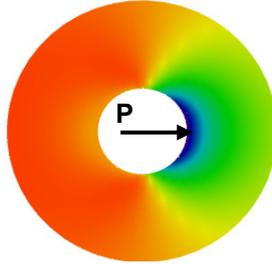
Bild 4.24 Hauptzugspannung σ_1 , oben: Zugzustand, unten: Druckzustand, FEM

Die Berechnungsergebnisse der numerischen Simulationen zeigen, dass sich bei idealen Kontaktbedingungen die maximale Hauptzugspannung $\sigma_{1,max}$ im Winkel von $\varphi=90^\circ$ bezogen auf die Lastrichtung befindet und sich die minimale Hauptdruckspannung $\sigma_{2,min}$ im Winkel von etwa $\varphi=0^\circ$ bezogen auf die Lastrichtung einstellt.

In den folgenden Tabellen werden die Ergebnisse aus analytischer Lösung und numerischer Simulation, getrennt nach Zugzustand und Druckzustand, gegenübergestellt und der Verlauf der minimalen und maximalen Spannungen am Bohrungsrand jeweils grafisch dargestellt.

Die grafischen Darstellungen zeigen, dass die mittels zweier unterschiedlicher Berechnungsverfahren (Analytik und FEM) ermittelten Spannungen am Bohrungsrand mit guter Genauigkeit übereinstimmen. Beim Vergleich von σ_2 und σ_r aus Bild 4.26 und Bild 4.28 ist zu beachten, dass für die analytische Lösung die Kontaktspannung aus den FEM-Berechnungen als Randbedingung herangezogen werden, d.h. die Kontaktspannung aus der FEM entspricht am Bohrungsrand, d.h. in $r=a$, der Radialspannung in der Analytik. Bei numerischen Simulationen (FEM) werden die Verzerrungszustände der Glasscheibe exakt erfasst, so dass sich das steifere Systemverhalten der Glasscheibe im Verlauf von σ_2 bemerkbar macht.

Tabelle 4.4: σ_{\max} und σ_{\min} im Bohrungsbereich aus FEM und Analytik, Zugzustand

FEM		Analytik	
			
<pre> S, Max. Principal (Avg: 75%) +1.158e+02 +1.061e+02 +9.643e+01 +8.675e+01 +7.707e+01 +6.739e+01 +5.771e+01 +4.803e+01 +3.834e+01 +2.866e+01 +1.898e+01 +9.302e+00 -3.789e-01 </pre>	<pre> S, Min. Principal (Avg: 75%) +2.605e+00 -9.442e+00 -22.149e+01 -33.54e+01 -45.538e+01 -58.8e+01 -73.172e+01 -88.377e+01 -1.058e+02 -1.179e+02 -1.299e+02 -1.420e+02 </pre>		
$\sigma_{1,\max} = 115,8 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = \pm 90^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,\max}(\pm 90^\circ) = 0,51$	$\sigma_{2,\min} = -142,0 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = 0^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,\min}(0^\circ) = -0,62$	$\sigma_{\varphi,\max} = 119,0 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = \pm 89,5^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,\max}(\pm 89,5^\circ) = 0,52$	$\sigma_{r,\min} = -133,8 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = \pm 12,4^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,\min}(\pm 12,4^\circ) = -0,59$

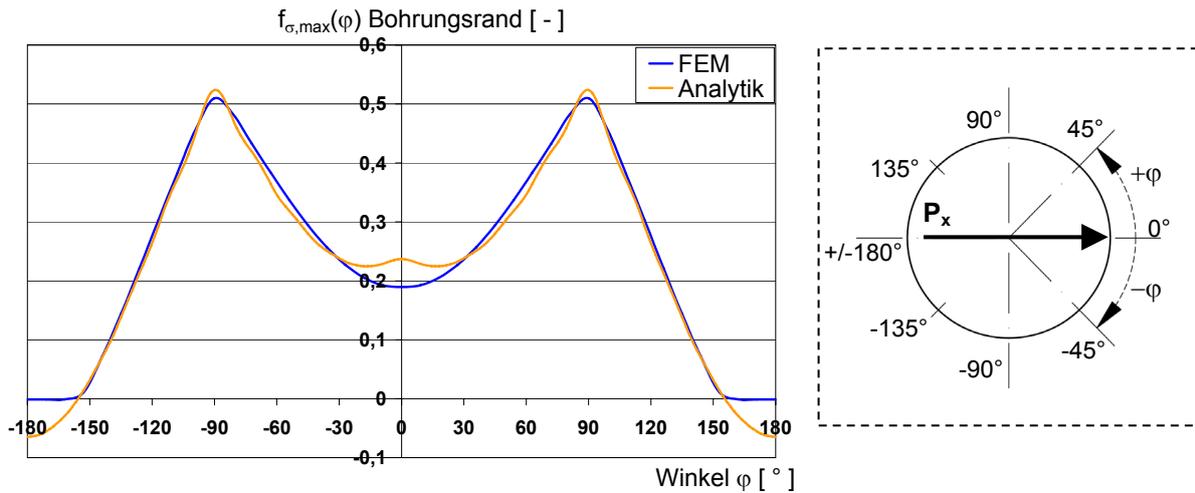


Bild 4.25: $f_{\sigma,\max}(\varphi)$ am Bohrungsrand aus FEM und Analytik, Zugzustand

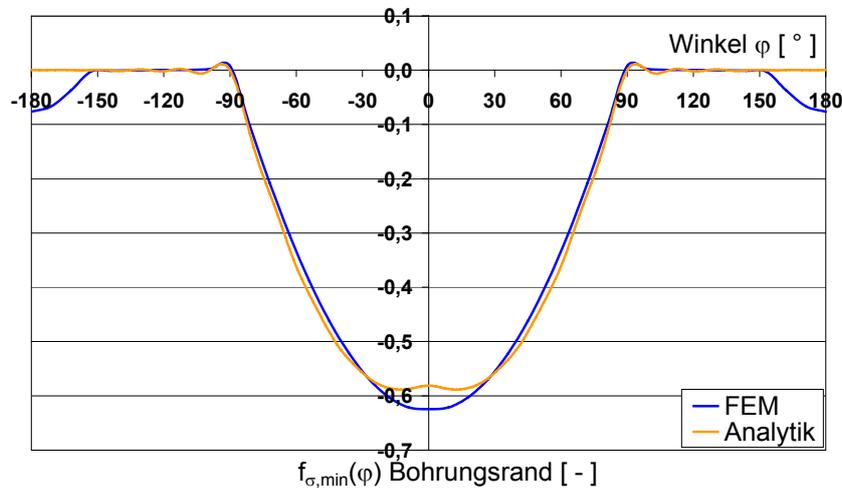
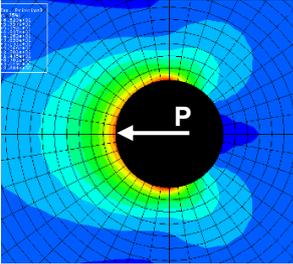
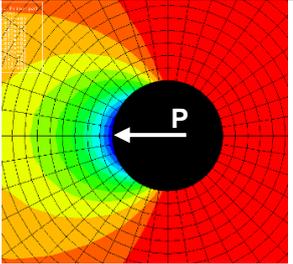
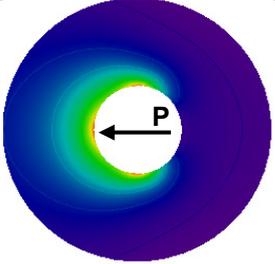
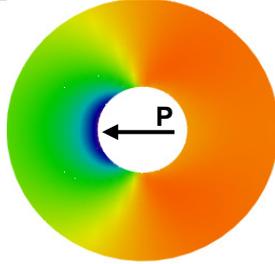


Bild 4.26: $f_{\sigma,\min}(\varphi)$ am Bohrungsrand aus FEM und Analytik, Zugzustand

Tabelle 4.5: σ_{\max} und σ_{\min} im Bohrungsbereich aus FEM und Analytik, Druckzustand

FEM		Analytik	
			
<p>S, Max. Principal (Avg: 75%)</p> <ul style="list-style-type: none"> +6.523e+01 +5.357e+01 +4.392e+01 +4.027e+01 +3.262e+01 +3.096e+01 +1.131e+01 +5.566e+00 +3.001e+00 +1.435e+00 +8.701e+00 +3.049e+00 -2.604e+00 	<p>S, Min. Principal (Avg: 75%)</p> <ul style="list-style-type: none"> +1.716e+00 -1.038e+01 -2.249e+01 -3.459e+01 -4.669e+01 -5.879e+01 -7.089e+01 -8.299e+01 -9.509e+01 -1.072e+02 -1.193e+02 -1.314e+02 -1.435e+02 		
$\sigma_{1,\max} = 65,2 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = \pm 90^\circ$ $f_{\sigma,\max}(\pm 90^\circ) = 0,29$	$\sigma_{2,\min} = -143,5 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = 0^\circ$ $f_{\sigma,\min}(0^\circ) = -0,63$	$\sigma_{\varphi,\max} = 70,5 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = 0^\circ$ $f_{\sigma,\max}(0^\circ) = 0,31$	$\sigma_{r,\min} = -133,8 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = \pm 12,4^\circ$ $f_{\sigma,\min}(\pm 12,4^\circ) = -0,59$

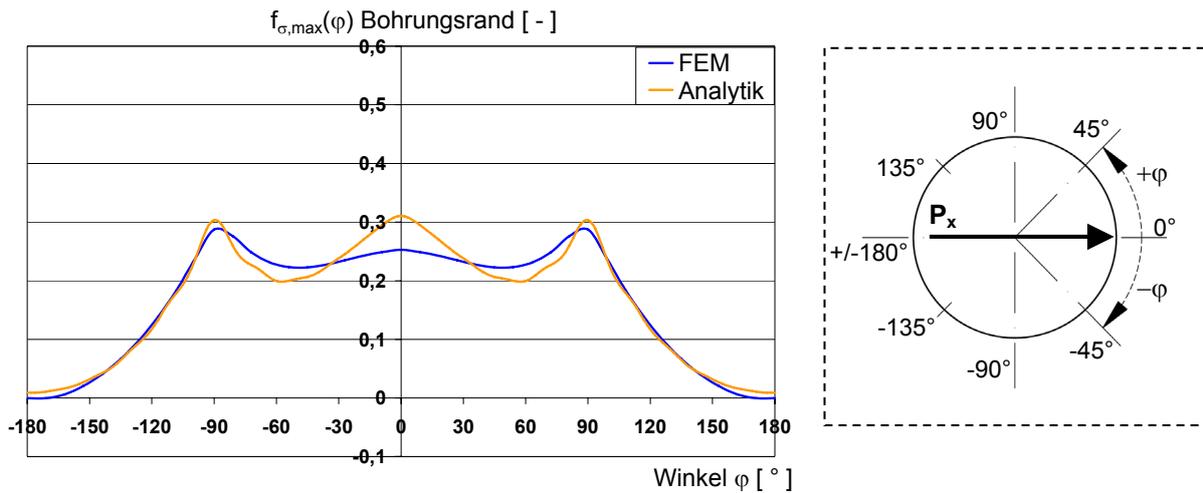


Bild 4.27: $f_{\sigma,\max}(\varphi)$ am Bohrungsrund aus FEM und Analytik, Druckzustand

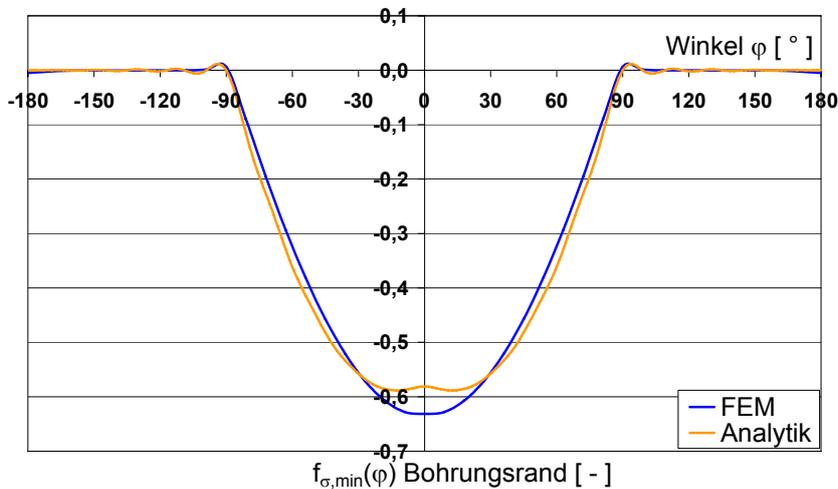


Bild 4.28: $f_{\sigma,\min}(\varphi)$ am Bohrungsrund aus FEM und Analytik, Druckzustand

Abschließend wird in diesem Kapitel der Einfluss aus begrenzter Scheibenbreite auf den Gesamt-Spannungszustand einer Scheibe, wie er in der analytischen Lösung erfasst wird, grafisch dargestellt, siehe Bild 4.29. Die Grafik zeigt, dass mit abnehmender Scheibenbreite b_m der Einfluss aus dem Grund-Spannungszustand auf die Zugspannungen am Bohrungsrand überproportional ansteigt.

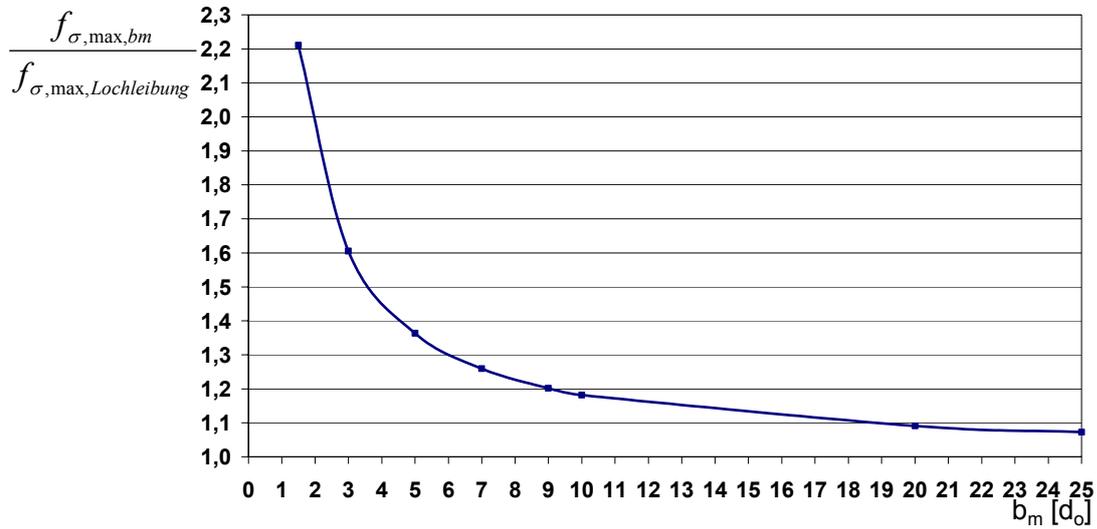


Bild 4.29: Einfluss des Grund-Spannungszustandes auf den Gesamt-Spannungszustand in Abhängigkeit von b_m

4.3 Analytische Methode zur Bestimmung der Beanspruchungen von Scheiben mit mehreren Lochbohrungen für beliebige Randbedingungen

4.3.1 Problemstellung und Lösungsweg

Die Gültigkeit der analytischen Methode zur Bestimmung der Beanspruchung im Glas, wie sie in Kapitel 4.2 hergeleitet wurde, ist bisher für Verbindungen mit nur einer Lochbohrung gezeigt worden, die sich im Zugzustand oder im Druckzustand befindet, siehe Bild 4.18, d.h. die Gleichungen (4.75), (4.76) und (4.77) wurden bisher gelöst für den Beiwert des Grund-Spannungszustandes $K_m = 1$ und $K_m = -1$.

Für die Spannungsberechnung von beliebigen Verbindungsdetails, also auch solchen mit mehreren Lochbohrungen und beliebigen Lagerungsbedingungen, bedarf es einer Ergänzung des analytischen Modells aus Kapitel 4.2 und der Herleitung einer allgemeingültigen Lösung.

4.3.2 Herleitung einer allgemeingültigen analytischen Lösung

Zur besseren Übersicht werden an dieser Stelle erneut die in Kapitel 4.2 als Formeln (4.75), (4.76) und (4.77) hergeleiteten Gleichungen zur Berechnung der Spannungskomponenten σ_φ , σ_r und $\tau_{r\varphi}$ für Scher-Lochleibungsverbindungen aufgeführt.

$$\begin{aligned} \sigma_{r,(SL,ges)}(r, \varphi) = & -\frac{p_0}{t} \cdot \frac{a^2}{r^2} - \frac{1-\mu}{4t} p_1 \frac{a}{r} \left(\frac{3+\mu}{1-\mu} + \frac{a^2}{r^2} \right) \cos \varphi - \\ & - \frac{1}{2t} \sum_{n=2}^{\infty} p_n \frac{a^n}{r^n} \left((n+2) - n \frac{a^2}{r^2} \right) \cos n\varphi + \\ & + K_m \frac{p_1 \cdot a \cdot \pi}{4t \cdot b_m} \cdot \left[1 - \frac{a^2}{r^2} + \left(1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\varphi \right] \end{aligned} \quad (4.85)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi,(SL,ges)}(r, \varphi) = & \frac{p_0}{t} \cdot \frac{a^2}{r^2} - \frac{1-\mu}{4t} p_1 \frac{a}{r} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \cos \varphi + \\ & + \frac{1}{2t} \sum_{n=2}^{\infty} p_n \frac{a^n}{r^n} \left((n-2) - n \cdot \frac{a^2}{r^2} \right) \cos n\varphi + \\ & + K_m \frac{p_1 \cdot a \cdot \pi}{4t \cdot b_m} \cdot \left[1 + \frac{a^2}{r^2} - \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\varphi \right] \end{aligned} \quad (4.86)$$

$$\begin{aligned}
 \tau_{r\varphi,(SL,ges)}(r, \varphi) = & \frac{1-\mu}{4t} p_1 \frac{a}{r} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \sin \varphi + \\
 & + \frac{1}{2t} \sum_{n=2}^{\infty} p_n \frac{a^n}{r^n} n \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \sin n\varphi + \\
 & + K_m \frac{p_1 \cdot a \cdot \pi}{4t \cdot b_m} \left[-1 - \frac{2a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right] \sin 2\varphi
 \end{aligned} \tag{4.87}$$

Es wurde in Abschnitt 4.2.3.3 gezeigt, dass der Einfluss aus unterschiedlichen Scheibenbreiten und Lagerungsbedingungen auf den reinen Lochleibungs-Spannungszustand vernachlässigbar ist, so dass die Beanspruchung der Scheibe bei verschiedenen Entwurfparametern durch den Beiwert K_m erfasst werden kann, siehe Gleichung (4.71).

Zur Bestimmung von K_m wird jede einzelne Lochbohrung betrachtet, d.h. der Gesamtanschluss aus mehreren Lochbohrungen wird in einzelne Systeme (Sub-Systeme) untergliedert, an denen das Kräftegleichgewicht gebildet wird. Zu ermitteln ist dann der Parameter K_m für jeweils eine Lochbohrung in Abhängigkeit des Kräftegleichgewichts am geschnittenen System. Das statische System des Gesamtanschlusses hat dabei einen entscheidenden Einfluss auf das sich einstellende Kräftegleichgewicht im Bereich einer jeden Lochbohrung.

Folgende Randbedingungen liegen der allgemeinen Lösung zugrunde:

- (1) Der Lochleibungsdruck $p(\varphi)$, der aus der Kontaktspannung zwischen Vergussmörtel und Glasscheibe aus numerischen Simulationen ermittelt wurde, entspricht der Radialspannung σ_φ in der Glasscheibe, d.h. das Steifigkeitsverhältnis zwischen Glasbauteil und Zwischenschicht geht nicht in die Spannungsberechnung ein.
- (2) Die Randspannungen werden auf die Breite b_m reduziert.
- (3) Die Randspannungen der Sub-Systeme werden über die Breite b_m als konstant angenommen, Biegeanteile und Einschnürungen im Bereich der Lochbohrung werden nicht berücksichtigt.
- (4) Schubspannungen, die sich aus dem Gleichgewichtssystem des Gesamtanschlusses ergeben, werden nicht berücksichtigt.
- (5) Es wird ein ebener Formänderungs- und Gestaltänderungszustand zugrunde gelegt.
- (6) Es finden keine Lastumlagerungen zwischen den Verbindungselementen statt.

Die Lösungen für K_m werden nun für ein breites Spektrum möglicher Anschlussdetails, wie sie insbesondere im konstruktiven Glasbau Anwendung finden, entwickelt. Unterschieden wird dabei zwischen Verbindungen, die durch Längskraft (Normalkraft) beansprucht werden und solche, die zur Übertragung von Normalkraft, Querkraft und Moment dienen.

4.3.2.1 Nicht-kontinuierlich normalkraftbeanspruchte Verbindungen (s. auch Kap. 6)

In diesem Kapitel soll K_m der Gleichungen (4.85), (4.86) und (4.87) für den allgemeinen Fall an Lochbohrung m einer mittels Normalkraft beanspruchten Verbindung bei beliebiger Anzahl n der Verbindungsmittel abgeleitet werden.

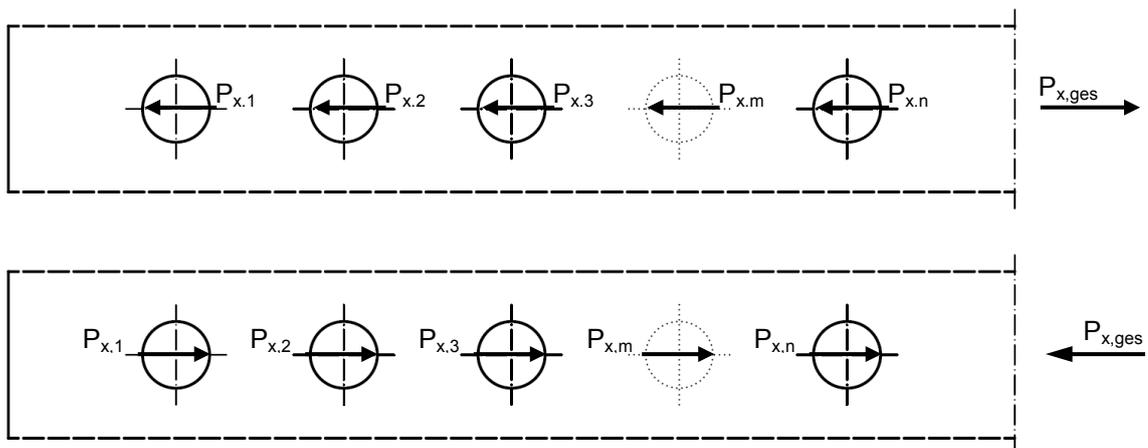


Bild 4.30: Normalkraftverbindung für den allgemeinen Fall, oben: „Zug“, unten: „Druck“

Zu beachten ist, dass die Lastabtragung der Gesamtlast $P_{x,ges}$ bei langen Schraubenverbindungen, d.h. für den Fall $n > 2$, entsprechend der bekannten Aufteilung ungleichförmig über die Verbindungslänge auf die Einzelbolzen erfolgt, vgl. auch Kapitel 6. Aus diesem Grund wird nun für den allgemeinen Fall jeder Bolzen mit einer beliebigen Last $P_{x,m}$ beansprucht.

Es gilt:

$$\sum_{i=1}^n P_{x,i} = P_{x,ges} \quad (4.88)$$

Es wird für die Herleitung von K_m für den allgemeinen Fall von Normalkraftverbindungen jeweils eine Lochbohrung aus den in Bild 4.30 dargestellten Scheiben herausgeschnitten und das Kräftegleichgewicht wird aufgestellt. Das sich einstellende Gleichgewichtssystem für den allgemeinen Fall „Zug“ ist in Bild 4.31, für den Fall „Druck“ in Bild 4.32 abgebildet.

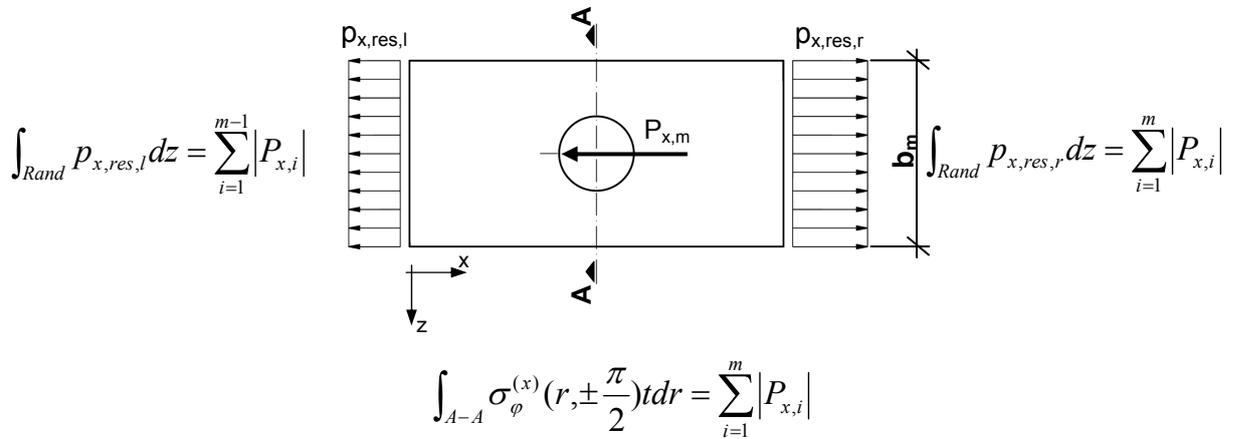


Bild 4.31: Gleichgewichtssystem einer Normalkraftverbindung für den allgemeinen Fall „Zug“

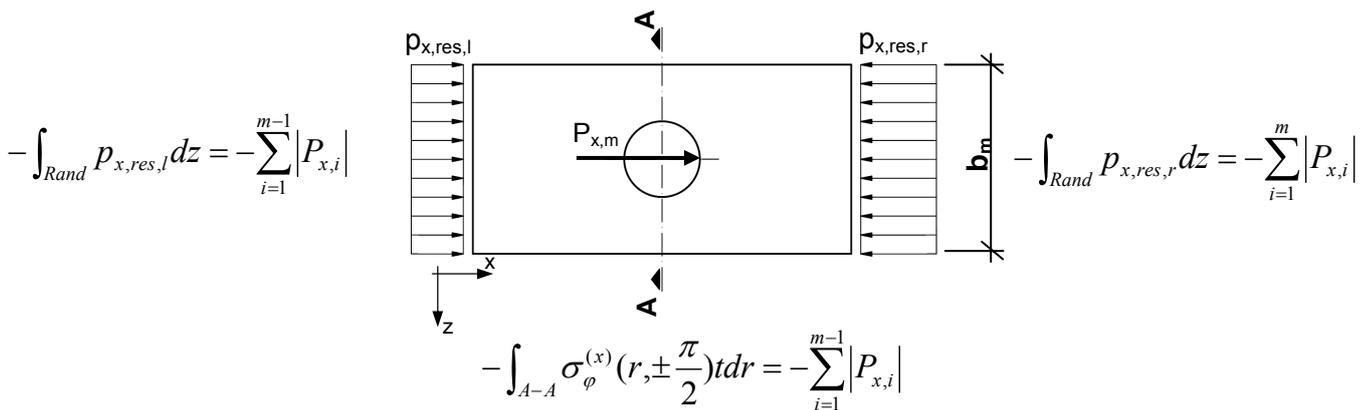


Bild 4.32: Gleichgewichtssystem einer Normalkraftverbindung für den allgemeinen Fall „Druck“

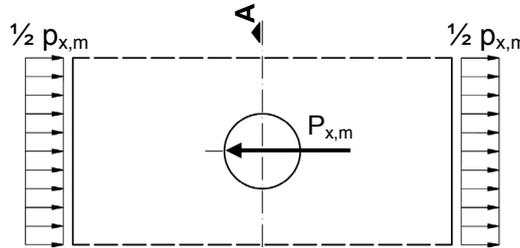
Durch Überlagerung des Lochleibungs-Spannungszustands mit dem K_m -fachen des Grund-Spannungszustands können nun, wie in den vorhergehenden Kapiteln bereits ausführlich erläutert, die beiden Fälle „Zugzustand“ und „Druckzustand“ allgemein abgeleitet werden. Bild 4.33 und Bild 4.34 kann in schematischer Darstellung diese Herleitung entnommen werden.

Resultierende Längskraft
linker Scheibenrand

Resultierende Längskraft
rechter Scheibenrand

Lochleibungs-Spannungszustand

$$-\int_{Rand} \frac{p_{x,m}}{2} dz = -\frac{|P_{x,m}|}{2}$$



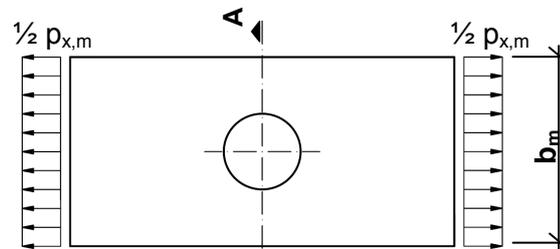
$$\int_{Rand} \frac{p_{x,m}}{2} dz = \frac{|P_{x,m}|}{2}$$

$$\int_{A-A} \sigma_{\varphi}^{(x)} \left(r, \pm \frac{\pi}{2} \right) t dr = \frac{|P_{x,m}|}{2}$$

„+“

K_m x Grund-Spannungszustand

$$K_m \int_{Rand} \frac{p_{x,m}}{2} dz = K_m \frac{|P_{x,m}|}{2}$$

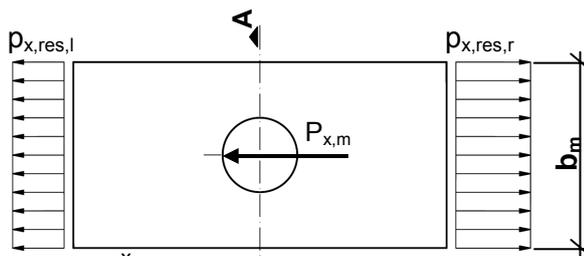


$$K_m \int_{Rand} \frac{p_{x,m}}{2} dz = K_m \frac{|P_{x,m}|}{2}$$

$$K_m \int_{A-A} \sigma_{\varphi}^{(x)} \left(r, \pm \frac{\pi}{2} \right) t dr = K_m \frac{|P_{x,m}|}{2}$$

≡ Resultierender Normalkraft-Spannungszustand „Zug“ allgemein

$$\int_{Rand} p_{x,res,l} dz = \sum_{i=1}^{m-1} |P_{x,i}|$$



$$\int_{Rand} p_{x,res,r} dz = \sum_{i=1}^m |P_{x,i}|$$

$$\int_{A-A} \sigma_{\varphi}^{(x)} \left(r, \pm \frac{\pi}{2} \right) t dr = \sum_{i=1}^m |P_{x,i}|$$

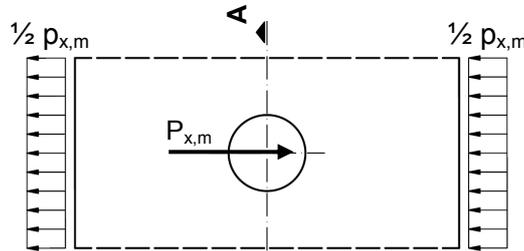
Bild 4.33: Herleitung des Spannungszustandes „Zugzustand“ für Lochbohrung m

Resultierende Längskraft
linker Scheibenrand

Resultierende Längskraft
rechter Scheibenrand

Lochleibungs-Spannungszustand

$$\int_{Rand} \frac{p_{x,m}}{2} dz = \frac{|P_{x,m}|}{2}$$

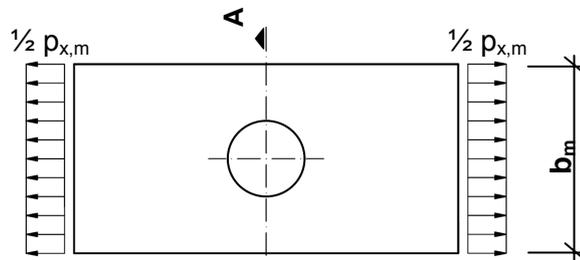


$$-\int_{Rand} \frac{p_{x,m}}{2} dz = -\frac{|P_{x,m}|}{2}$$

$$\int_{A-A} \sigma_{\varphi}^{(x)}\left(r, \pm \frac{\pi}{2}\right) t dr = \frac{|P_{x,m}|}{2}$$

„+“ K_m x Grund-Spannungszustand

$$K_m \int_{Rand} \frac{p_{x,m}}{2} dz = K_m \frac{|P_{x,m}|}{2}$$

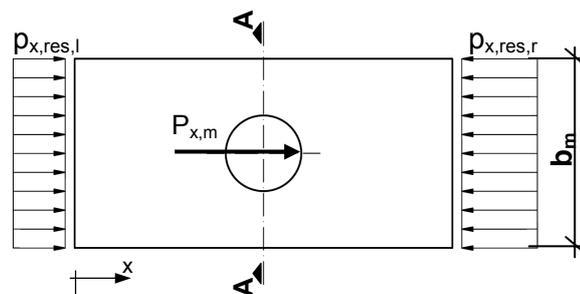


$$K_m \int_{Rand} \frac{p_{x,m}}{2} dz = K_m \frac{|P_{x,m}|}{2}$$

$$K_m \int_{A-A} \sigma_{\varphi}^{(x)}\left(r, \pm \frac{\pi}{2}\right) dr = K_m \frac{|P_{x,m}|}{2}$$

= Resultierender Normalkraft-Spannungszustand „Druck“ allgemein

$$-\int_{Rand} p_{x,res,l} dz = -\sum_{i=1}^{m-1} |P_{x,i}|$$



$$-\int_{Rand} p_{x,res,r} dz = -\sum_{i=1}^m |P_{x,i}|$$

$$-\int_{A-A} \sigma_{\varphi}^{(x)}\left(r, \pm \frac{\pi}{2}\right) t dr = -\sum_{i=1}^{m-1} |P_{x,i}|$$

Bild 4.34: Herleitung des Spannungszustandes „Druckzustand“ für Lochbohrung m

Im Folgenden soll K_m für die durch Normalkraft beanspruchte Scheibe für Fall 1 „Zug“ und Fall 2 „Druck“ allgemein, in Abhängigkeit der Bolzenbelastung $P_{x,i}$, gelöst werden.

Betrachtet wird nun vorerst der resultierende Spannungszustand „Zug“ aus Bild 4.33.

Aus der Berechnung der resultierenden Belastung am linken Scheibenrand ergibt sich

$$-\frac{|P_{x,m}|}{2} + K_m \cdot \frac{|P_{x,m}|}{2} = \sum_{i=1}^{m-1} |P_{x,i}| \quad (4.89)$$

$$\Leftrightarrow K_m = \frac{2}{|P_{x,m}|} \cdot \left(\frac{|P_{x,m}|}{2} + \sum_{i=1}^{m-1} |P_{x,i}| \right) \quad (4.90)$$

$$\Leftrightarrow K_m = 1 + 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{m-1} |P_{x,i}|}{|P_{x,m}|} \quad (4.91)$$

Und am rechten Scheibenrand:

$$\frac{|P_{x,m}|}{2} + K_m \cdot \frac{|P_{x,m}|}{2} = \sum_{i=1}^m |P_{x,i}| \quad (4.92)$$

$$\Leftrightarrow K_m = \frac{2}{|P_{x,m}|} \cdot \left(-\frac{|P_{x,m}|}{2} + \sum_{i=1}^m |P_{x,i}| \right) \quad (4.93)$$

$$\Leftrightarrow K_m = -1 + 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^m |P_{x,i}|}{|P_{x,m}|} = - \left(1 - 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^m |P_{x,i}|}{|P_{x,m}|} \right) \quad (4.94)$$

Für $m = n$ gilt:

$$\Leftrightarrow K_n = -1 + 2 \cdot \frac{|P_{x,ges}|}{|P_{x,n}|} \quad (4.95)$$

Der Parameter K_m wird nun auf die gleiche Weise für Fall 2 „Druck“ aus Bild 4.33 im allgemeinen Fall hergeleitet, vorerst für den linken Scheibenrand:

$$\frac{|P_{x,m}|}{2} + K_m \cdot \frac{|P_{x,m}|}{2} = - \sum_{i=1}^{m-1} |P_{x,i}| \quad (4.96)$$

$$\Leftrightarrow K_m = \frac{2}{|P_{x,m}|} \cdot \left(-\frac{|P_{x,m}|}{2} - \sum_{i=1}^{m-1} |P_{x,i}| \right) \quad (4.97)$$

$$\Leftrightarrow K_m = -1 - 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{m-1} |P_{x,i}|}{|P_{x,m}|} \quad (4.98)$$

und anschließend für den rechten Scheibenrand:

$$-\frac{|P_{x,m}|}{2} + K_m \cdot \frac{|P_{x,m}|}{2} = -\sum_{i=1}^m |P_{x,i}| \quad (4.99)$$

$$\Leftrightarrow K_m = \frac{2}{|P_{x,m}|} \cdot \left(\frac{|P_{x,m}|}{2} - \sum_{i=1}^m |P_{x,i}| \right) \quad (4.100)$$

$$\Leftrightarrow K_m = 1 - 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^m |P_{x,i}|}{|P_{x,m}|} \quad (4.101)$$

Für $m = n$ gilt:

$$\Leftrightarrow K_n = 1 - 2 \cdot \frac{|P_{x,ges}|}{|P_{x,n}|} \quad (4.102)$$

Zusammenfassend sind die allgemeinen Lösungen für den Parameter K_m für den Zug- und den Druckzustand Tabelle 4.6 zu entnehmen.

Tabelle 4.6: K_m -Werte für Normalkraftanschlüsse gemäß Bild 4.30

Zug	Druck
$K_{m,Zug} = - \left(1 - 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i} }{ P_{x,m} } \right)$	$K_{m,Druck} = 1 - 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i} }{ P_{x,m} }$

Die hergeleiteten K_m -Werte zeigen, wie bereits erwartet werden konnte, dass

$$K_{m,Zug} = -K_{m,Druck}$$

Das allgemeine Ergebnis für K_m aus Tabelle 4.6 zur Berechnung der Beanspruchung der Scheibe bei Normalkraftanschlüssen wird nun zur Veranschaulichung auf eine Scheibe mit einer Lochbohrung, die durch Zug bzw. durch Druck beansprucht wird, übertragen, siehe Bild 4.35 und Tabelle 4.7.

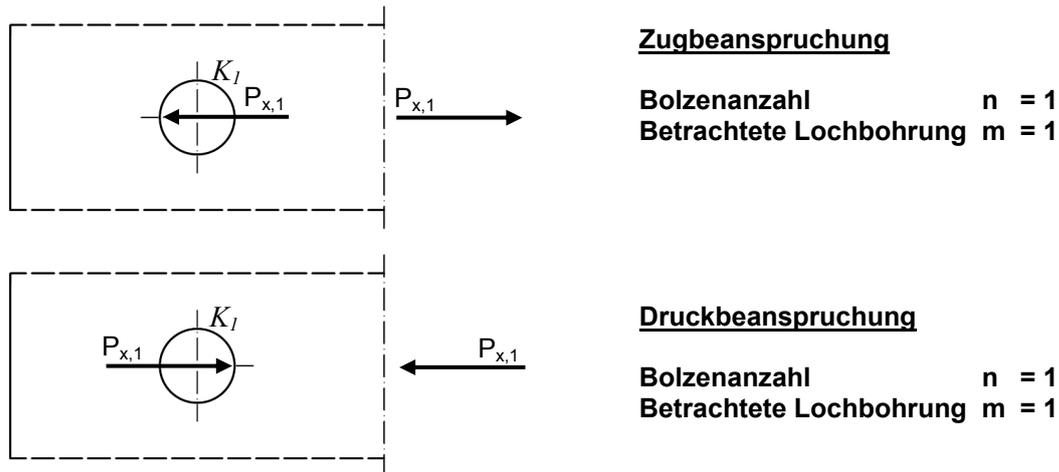


Bild 4.35: Gleichgewichtssysteme für Scheiben mit einer Lochbohrung

Tabelle 4.7: K_m -Werte für Gleichgewichtssysteme aus Bild 4.35

Anzahl Bolzen n	Betrachtete Lochbohrung		Zustand	Ermittlung K_m
	Bedingung	m		
1	$\sum_{i=1}^m P_{x,i} = P_{x,1} $	1	Zug	$K_1 = - \left(1 - 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i} }{ P_{x,m} } \right) = - \left(1 - 2 \cdot \frac{ P_{x,1} }{ P_{x,1} } \right) = 1 \quad (4.103)$
			Druck	$K_1 = 1 - 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i} }{ P_{x,m} } = 1 - 2 \cdot \frac{ P_{x,1} }{ P_{x,1} } = -1 \quad (4.104)$

Für zwei in Reihe angeordnete Lochbohrungen und der Belastung $P_{x,ges} = P_{x,1} + P_{x,2}$, siehe Bild 4.36, wird für den Sonderfall $P_{x,1} = P_{x,2}$ beispielhaft in Tabelle 4.8 der Parameter K_m bestimmt.

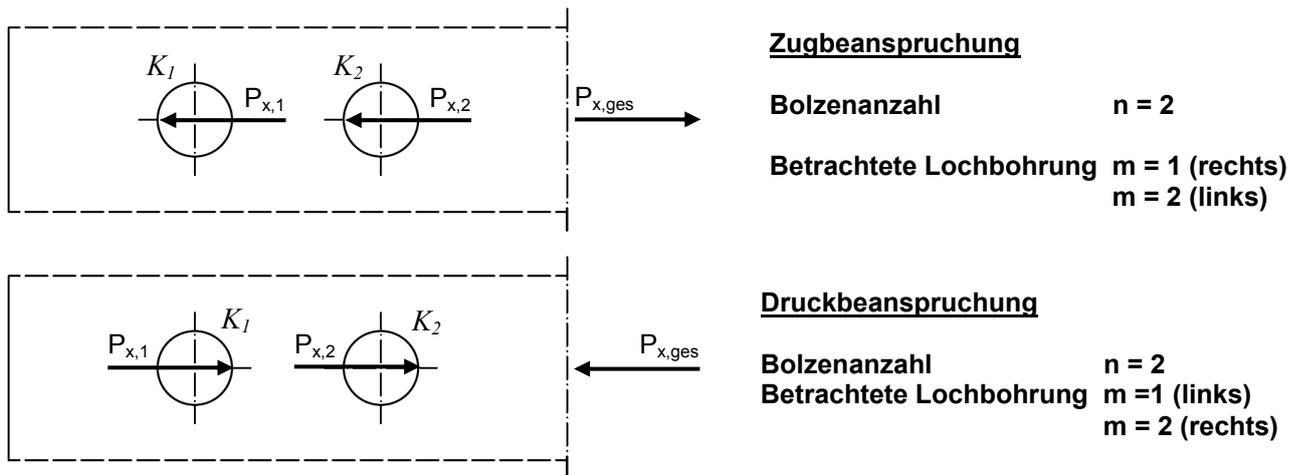


Bild 4.36: Gleichgewichtssysteme bei 2 hintereinander angeordneten Lochbohrungen

Tabelle 4.8: K_m -Werte für die Gleichgewichtssysteme aus Bild 4.36

Anzahl Bolzen n	Betrachtete Lochbohrung		Zustand	Ermittlung K_m
	Bedingung	m		
2	$P_{x,1} = P_{x,2}$	1	Zug	$K_1 = - \left(1 - 2 \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i} }{ P_{x,m} } \right) = - \left(1 - 2 \frac{P_{x,1}}{P_{x,1}} \right) \quad (4.105)$ $= -(1 - 2) = 1$
			Druck	$K_1 = 1 - 2 \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i} }{ P_{x,m} } = 1 - 2 \frac{P_{x,1}}{P_{x,1}} = 1 - 2 = -1 \quad (4.106)$
		2	Zug	$K_2 = - \left(1 - 2 \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i} }{ P_{x,m} } \right) = - \left(1 - 2 \frac{ P_{x,1} + P_{x,2} }{ P_{x,2} } \right) \quad (4.107)$ $= -(1 - 4) = 3$
			Druck	$K_2 = 1 - 2 \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i} }{ P_{x,m} } = 1 - 2 \frac{ P_{x,1} + P_{x,2} }{ P_{x,2} } \quad (4.108)$ $= 1 - 4 = -3$

Das Beispiel aus Bild 4.36 wird anschließend noch einmal aufgegriffen und der Spannungszustand an der rechten Lochbohrung (L_2) unter Zuhilfenahme der in Tabelle 4.8 berechneten K_m -Werte ermittelt. Das betrachtete System unter Angabe der Integrale über die Spannung in Schnitt A-A, Schnitt B-B und an den Scheibenrändern ist Bild 4.37 zu entnehmen.

Es gilt:

$$P_{x,1} = P_{x,2} = P_x \quad (4.109)$$

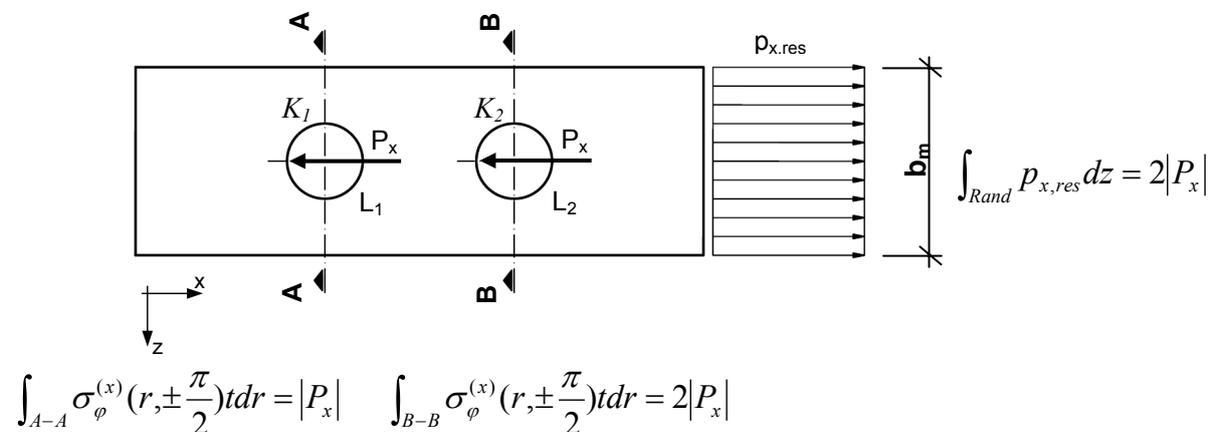


Bild 4.37: Gleichgewichtssystem einer Scheibe mit 2 in Reihe angeordneten Lochbohrungen

In Bild 4.38 wird der Spannungszustand für Lochbohrung 2 durch Überlagerung des Lochleibungs-Spannungszustandes und des 3-fachen Grund-Spannungszustandes, d.h. $K_2=3$, siehe Gleichung (4.107), abgeleitet.

Resultierende Längskraft
linker Scheibenrand

Resultierende Längskraft
rechter Scheibenrand

Lochleibungs-Spannungszustand

$$-\int_{Rand} \frac{p_x}{2} dz = -\frac{|P_x|}{2}$$

$$\int_{Rand} \frac{p_x}{2} dz = \frac{|P_x|}{2}$$

$$\int_{A-A} \sigma_{\varphi}^{(x)}(r, \pm \frac{\pi}{2}) t dr = \frac{|P_x|}{2}$$

„+“ **3 x Grund-Spannungszustand**

$$3 \int_{Rand} \frac{p_x}{2} dz = 3 \frac{|P_x|}{2}$$

$$3 \int_{Rand} \frac{p_x}{2} dz = 3 \frac{|P_x|}{2}$$

$$3 \int_{A-A} \sigma_{\varphi}^{(x)}(r, \pm \frac{\pi}{2}) t dr = 3 \frac{|P_x|}{2}$$

= Resultierender Normalkraft-Spannungszustand L₂

$$\int_{Rand} p_{x,res,l} dz = |P_x|$$

$$\int_{Rand} p_{x,res,r} dz = 2|P_x|$$

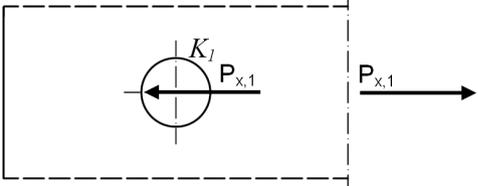
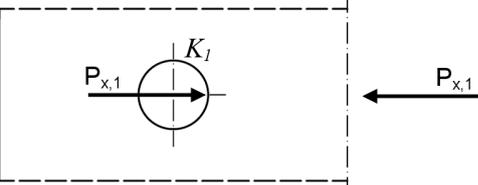
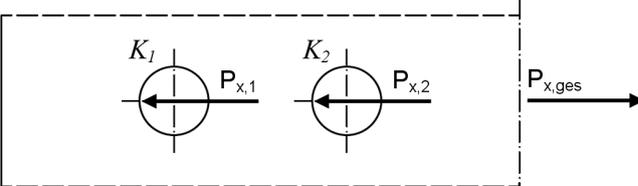
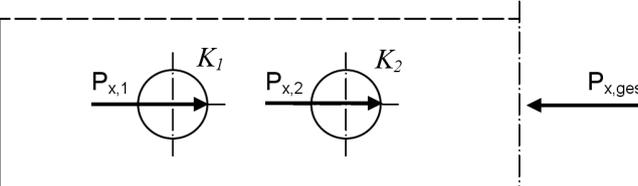
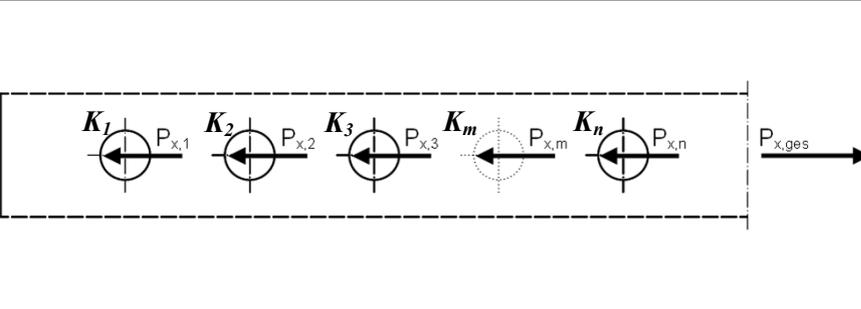
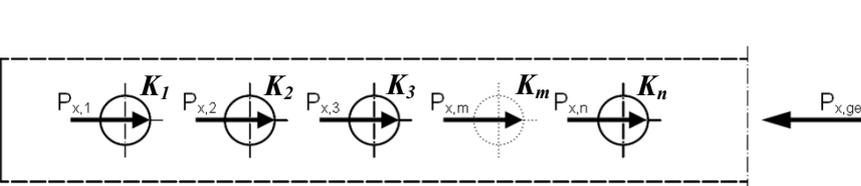
$$\int_{A-A} \sigma_{\varphi}^{(x)}(r, \pm \frac{\pi}{2}) t dr = 2|P_x|$$

Bild 4.38: Berechnung des Spannungszustandes für Lochbohrung L₂ aus Bild 4.37

Für einige ausgewählte Sonderfälle sowie für den allgemeinen Spannungszustand für eine durch Normalkraft beanspruchte Scheibe werden in Tabelle 4.9 abschließend für dieses Kapitel Ergebnisse für K_m -Werte zusammengestellt, die für Anwendungen im konstruktiven Glasbau hilfreich sind. Bei Einsetzen der entsprechenden K_m -Werte in die Spannungsgleichungen (4.85), (4.86) und (4.87) können direkt die maximalen Radial-, Tangential- und Schubspannungen im Bereich der betrachteten

Lochbohrung in Abhängigkeit der Bolzenkraft P_x , die an dieser Lochbohrung angreift, berechnet werden.

Tabelle 4.9: K_m -Werte für Normalkraftanschlüsse in Abhängigkeit des Gleichgewichtssystems

Gleichgewichtssystem	K_m -Wert
	$K_I = 1$
	$K_I = -1$
	Für $P_{x,1} = P_{x,2}$ gilt: $K_1 = 1$ $K_2 = 3$
	Für $P_{x,1} = P_{x,2}$ gilt: $K_1 = -1$ $K_2 = -3$
	Für beliebige Lochbohrung $m \leq n$: $K_m = - \left(1 - 2 \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i} }{ P_{x,m} } \right)$
	Für beliebige Lochbohrung $m \leq n$: $K_m = 1 - 2 \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i} }{ P_{x,m} }$

4.3.2.2 Verbindung zur Übertragung von Querkraft und Moment

In diesem Kapitel werden K_m -Werte allgemein für Verbindungen hergeleitet, die zur Übertragung von Querkraft V und Moment M dienen. Zur Ermittlung des K_m -Wertes und zur Berechnung der maximalen Spannungen wird jede Lochbohrung einzeln hinsichtlich ihrer Belastung und ihrer Randbedingung als Sub-System betrachtet. Es werden idealisierte Schubspannungsverteilungen unterstellt.

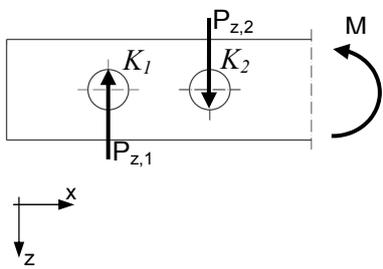
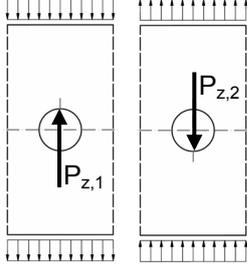
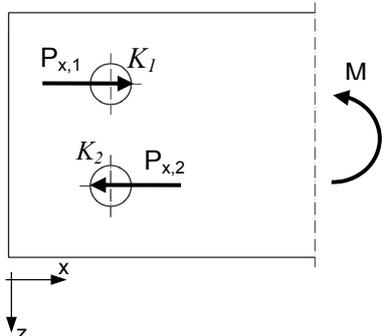
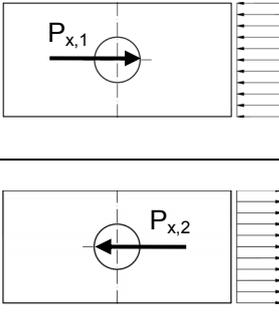
Grundsätzlich muss stets die Wirkung der Kraftkomponenten geklärt werden, d.h. ob Grundspannungszustände, die den bohrlochbeeinflussten Abbau eingepprägter Bruttozustände darstellen, mit Lochleibungsspannungszuständen überlagert werden müssen oder nicht.

Zu Beginn werden Verbindungen untersucht, die lediglich Momente übertragen, d.h. reine Momentenanschlüsse. Beispielhaft werden vorerst für folgende zwei statische Systeme die K_m -Werte abgeleitet:

- (1) für Verbindung mit zwei in Reihe angeordneten Lochbohrungen und
- (2) für Verbindung mit zwei untereinander angeordneten Lochbohrungen.

System und Belastung für die unter (1) und (2) genannten Systeme können Tabelle 4.10 entnommen werden. Die äußere Belastung M wird als Kräftepaar und somit als Einzellast auf jeden einzelnen Bolzen nach den baustatischen Regeln aufgeteilt. Anschließend wird das Gleichgewichtssystem jeder einzelnen Lochbohrung betrachtet und die zuvor hergeleiteten K_m -Werte können ohne weitere Berechnung abgeleitet werden, siehe Tabelle 4.10.

Tabelle 4.10: K_m -Werte für beispielhafte Momentenanschlüsse

System und Belastung	Gleichgewichtssystem für jede einzelne Lochbohrung	K_m
		$K_1 = K_2 = 0$ (Lochleibungs- Spannungszustand)
		$K_1 = -1$ (Druckbeanspruchung) $K_2 = 1$ (Zugbeanspruchung)

Nun werden die K_m -Werte für die unter (1) und (2) genannten Anschlüsse bestimmt, wenn über die Verbindung zusätzlich zum Moment M auch eine Querkraft V übertragen wird. Wiederum werden dazu die resultierenden Einzellasten je Lochbohrung infolge äußerer Belastung ermittelt und zur Herleitung der K_m -Werte jeweils in ihre x - und in ihre z -Komponente zerlegt.

Die Ermittlung von K_m für eine Verbindung, die aus zwei in Reihe angeordneten Lochbohrungen besteht, kann Tabelle 4.11 entnommen werden. In Tabelle 4.12 ist die Herleitung für zwei untereinander angeordnete Lochbohrungen zu finden.

Solange die resultierenden Bolzenlasten gleiche Wirkungsrichtung haben, können die K_m -Werte entweder für jede äußere Last einzeln oder für die addierten Lasten gemeinsam bestimmt werden, siehe Tabelle 4.11. Wie Tabelle 4.12 entnommen werden kann, gelingt dies nicht, wenn die resultierenden Bolzenlasten in zwei unterschiedliche Richtungen weisen. Für diesen Fall sind die K_m -Werte für jede Bolzenlast P_x und P_z einzeln zu ermitteln und in den Spannungsgleichungen zu berücksichtigen. Die Lage der maximalen Spannung in der Glasscheibe ist dann in Abhängigkeit der unterschiedlichen Lastrichtungen zu berechnen.

Tabelle 4.11: Herleitung K_m -Werte für Q-M-Anschluss, Zerlegung in einzelne Belastungsanteile, zwei in Reihe angeordnete Lochbohrungen

Anteile	System und Belastung	K_m
Momentenanteil		$K_{1M} = K_{2M} = 0$ (Lochleibungs-Spannungszustand)
Querkraftanteil „+“		$K_{1V} = K_{2V} = 0$ (Lochleibungs-Spannungszustand)
Gesamt „=“		$K_1 = K_{1M} + K_{1V} = 0$ für $P_{z,1} = P_{zM,1} + P_{zV,1}$ $K_2 = K_{2M} + K_{2V} = 0$ für $P_{z,2} = P_{zM,2} + P_{zV,2}$

Tabelle 4.12: Herleitung K_m -Werte für Q-M-Anschluss, Zerlegung in einzelne Belastungsanteile, zwei übereinander liegende Lochbohrungen

Anteile	System und Belastung	K_m
Momentenanteil		$K_{1M} = -1$ (Druckbeanspruchung) $K_{2M} = 1$ (Zugbeanspruchung)
Querkraftanteil „+“		$K_{1V} = K_{2V} = 0$ (Lochleibungs-Spannungszustand)
Gesamt „=“		

Für beliebige Anschlüsse, die zur Übertragung von Querkraft und Moment dienen, bedeutet dies, dass die äußeren Lasten gemäß der bekannten baustatischen Regeln auf die einzelnen Bolzen aufgeteilt werden müssen und zur Bestimmung von K_m anschließend in x- und z-Komponente gemäß der vorherigen Definition zu zerlegen sind. Die allgemeine Herleitung von K_m wird im folgenden Kapitel 4.3.2.3 vorgenommen, wo Anschlüsse zur Übertragung von Normalkraft, Querkraft und Moment untersucht werden. Für reine Querkraft-Momenten-Anschlüsse muss die Normalkraft N_x dort zu null gesetzt werden.

4.3.2.3 Verbindung zur Übertragung von Normalkraft, Querkraft und Moment

Grundsätzlich muss stets die Wirkung der Kraftkomponenten geklärt werden, d.h. ob Grundspannungszustände, die den bohrlochbeeinflussten Abbau eingepprägter Bruttozustände darstellen, mit Lochleibungsspannungszuständen überlagert werden müssen oder nicht. Es werden idealisierte Schubspannungsverteilungen unterstellt.

Betrachtet werden nun Verbindungen, die zur Übertragung von Normalkraft N_x , Moment M_y und Querkraft V_z dienen, d.h. die Beanspruchung einer Scheibe soll nun für eine beliebige an der Lochbohrung angreifenden Bolzenkraft bei beliebiger Anschlussgeometrie hergeleitet werden.

Zu Beginn werden die Schnittgrößen eines geraden Balkens gemäß den baustatischen Konventionen definiert, siehe Bild 4.39.

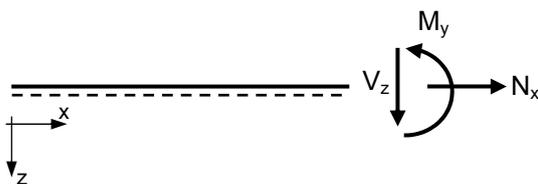


Bild 4.39: Definition der Schnittgrößen eines geraden Balkens

Die Schnittgrößen N_x , M_y und V_z sollen über eine Bolzenverbindung durch Lochleibungsdruck übertragen werden, in Bild 4.40 ist beispielhaft eine Verbindung mit 4 Bolzen dargestellt. Auf jeden Bolzen entfällt nach bekannten baustatischen Regeln eine resultierende Bolzenkraft P_m (in Bild 4.40 gilt $m = 1 \dots 4$).

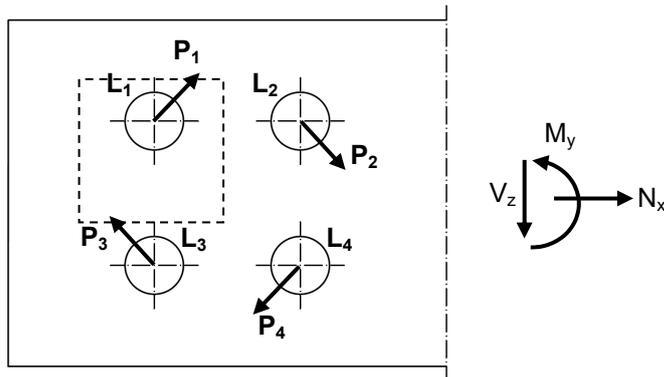
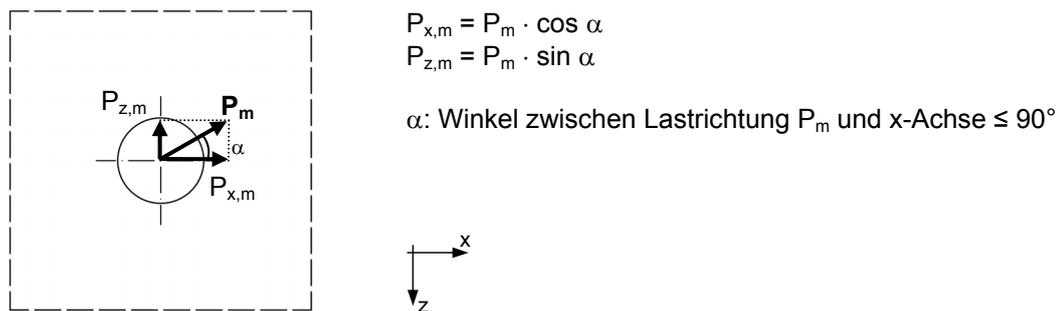


Bild 4.40: Bolzenlasten P_1 bis P_4 eines geraden Balkens, Verbindung mit 4 Bolzen

Nun wird der Bereich um Bohrung L_1 aus dem Anschluss herausgeschnitten und die Last wird allgemein formuliert, siehe Bild 4.41. Die Bolzenlast P_m , die in einem Winkel α bezogen auf die x-Achse verläuft, wird in die beiden Komponenten $P_{x,m}$ (resultierende Bolzenlast in x-Richtung) und $P_{z,m}$ (resultierende Bolzenlast in z-Richtung) zerlegt.



$$P_{x,m} = P_m \cdot \cos \alpha$$

$$P_{z,m} = P_m \cdot \sin \alpha$$

α : Winkel zwischen Lastrichtung P_m und x-Achse $\leq 90^\circ$

Bild 4.41: Bolzenlast P_m an Lochbohrung m mit Lastkomponenten $P_{x,m}$ und $P_{z,m}$

Entsprechend der Überlegungen aus dem vorhergehenden Kapitel werden nun für die Lochbohrung m die K_m -Werte getrennt nach x- und z-Richtung bestimmt, um sie dann anschließend in die Spannungsgleichungen einfließen zu lassen.

Wir betrachten vorerst erneut die zuvor hergeleiteten Lösungen zur Spannungsermittlung infolge Bolzendrucks an der Bohrlochwandung. Der Gesamtspannungszustand wurde aufgeteilt in einen Lochleibungs-Spannungszustand und einen Grund-Spannungszustand. Die AIRY'sche Spannungsfunktion lautete wie folgt:

$$F_{SL,ges}(r, \varphi) = F_{Lochleibung}(r, \varphi) + K_m \cdot F_{Grund}(r, \varphi) \quad (4.110)$$

Es wurde erläutert, dass der reine Lochleibungs-Spannungszustand unabhängig von den Randbedingungen betrachtet werden kann, d.h. Einflüsse aus Lagerung, begrenzter Scheibenbreite, maßgebender Breite usw. können vernachlässigt werden.

Für diesen Anteil der Spannungsfunktion $F_{\text{Lochleibung}}$, der den Lochleibungs-Spannungszustand beschreibt, ist somit für den an dieser Stelle betrachteten allgemeinen Fall keine weitere Modifikation vorzunehmen.

Im Grund-Spannungszustand hingegen ist der Einfluss aus Lagerung, begrenzter Scheibenbreite, maßgebender Breite usw. von entscheidender Bedeutung und ist in der Lösung der Spannungen zu berücksichtigen.

Betrachtet werden nun unabhängig voneinander die beiden in x- und z-Richtung zerlegten Lastkomponenten der Bolzenkraft. $P_{z,m}$ liefert bei Einhaltung des statischen Systems aus Bild 4.39, wie in Kapitel 4.3.2.2 dargestellt, keinen Beitrag zum Grund-Spannungszustand, d.h. für den Anteil aus $P_{z,m}$ zur Gesamtspannung in der Scheibe gilt: $K_m = 0$.

Der Spannungszustand, der durch $P_{x,m}$ hervorgerufen wird, liefert hingegen einen Beitrag zum Grund-Spannungszustand, es gilt also $K_m \neq 0$. Auch hier ist K_m in Abhängigkeit des Gleichgewichtszustandes einer jeden Lochbohrung zu bestimmen.

Die resultierenden Spannungen in der Scheibe werden nach dem in Bild 4.42 dargestellten Prinzip berechnet.

$$\begin{aligned} \text{Gesamt-Spannungszustand} &= \text{Lochleibungs-Spannungszustand} && + && K_m \cdot \text{Grund-Spannungszustand} \\ F_{SL,ges} &= F_{\text{Lochleibung}} && + && K_m \cdot F_{\text{Grund}} \\ &\text{infolge } P_m && && \text{infolge } P_{x,m} \end{aligned}$$

Bild 4.42: Vorgehen bei der Berechnung des Gesamt-Spannungszustands infolge P_m

Die Herleitung des allgemeinen Spannungs-Zustandes soll nun auch für den allgemeinen Fall einer unter Längskraft, Querkraft und Moment beanspruchten Verbindung vorerst schematisch dargestellt werden. Es werden zur Veranschaulichung Streifen aus der durch N_x , V_z und M_y beanspruchten Verbindung herausgeschnitten, so dass immer eine Schraubenreihe parallel zur Lastrichtung x betrachtet wird. In Bild 4.43 und Bild 4.44 wird ein Streifen im Druck-Zustand und ein Streifen im Zug-Zustand unter Berücksichtigung lediglich der x-Komponenten der resultierenden Bolzenlasten dargestellt.

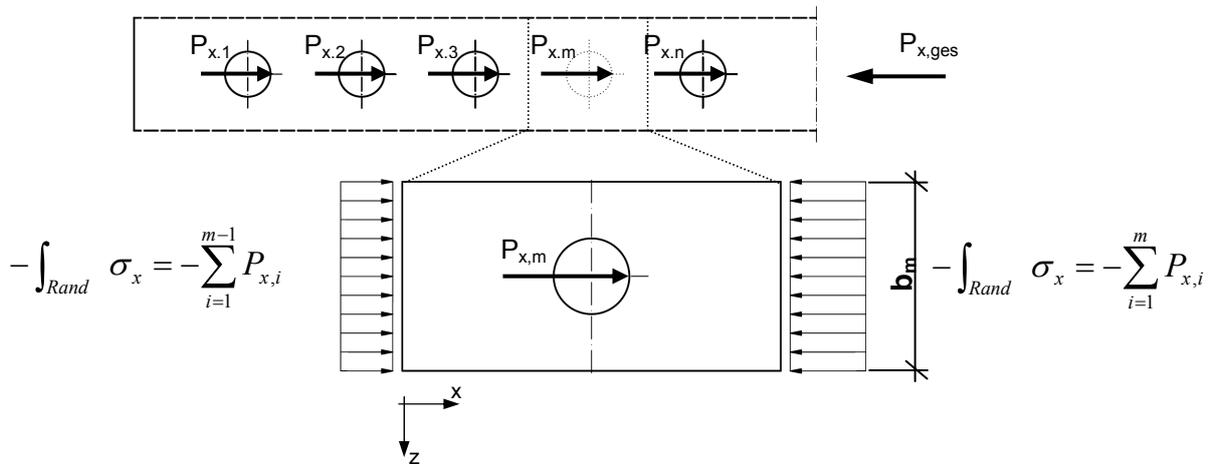


Bild 4.43: Gleichgewichtssystem in x-Richtung eines Scheibenstreifens im „Druck“-Zustand

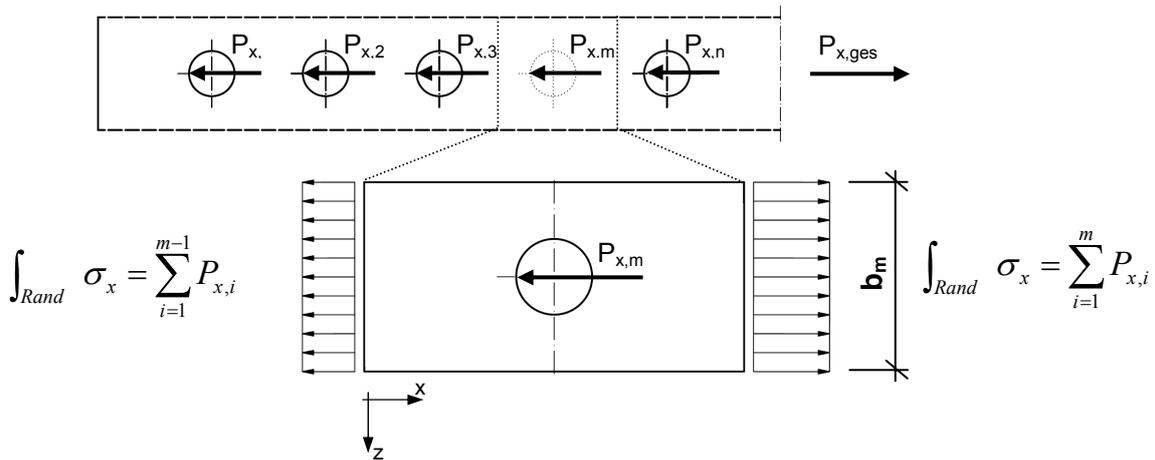


Bild 4.44: Gleichgewichtssystem in x-Richtung eines Scheibenstreifens im „Zug“-Zustand

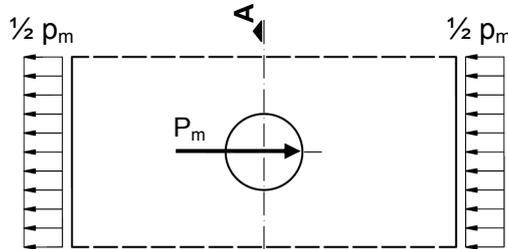
Die allgemeine Herleitung des resultierenden Spannungszustands wird schematisch in Bild 4.45 dargestellt. Das Koordinatensystem wird dabei in Anlehnung an die bisher dargestellten Herleitungen so definiert, dass die x-Achse in Richtung der resultierenden Bolzenkraft P_m verläuft, sie wird deshalb in Bild 4.45 als x' - z' -System bezeichnet.

Resultierende Längskraft
linker Scheibenrand

Resultierende Längskraft
rechter Scheibenrand

Lochleibungs-Spannungszustand

$$\int_{Rand} \frac{p_m}{2} dz' = \frac{|P_m|}{2}$$

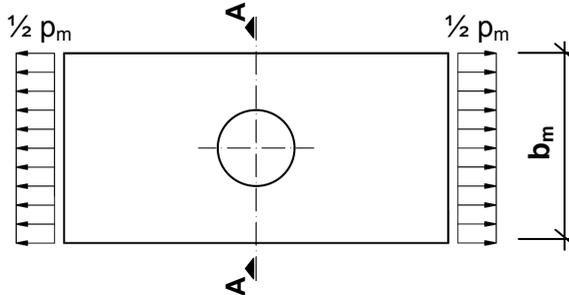


$$-\int_{Rand} \frac{p_m}{2} dz' = -\frac{|P_m|}{2}$$

$$\int_{A-A} \sigma_{\varphi}^{(x')} \left(r, \pm \frac{\pi}{2} \right) t dr = \frac{|P_m|}{2}$$

„+“ $K_m \times$ Grund-Spannungszustand, worin K_m infolge $P_{m,x}$ zu berechnen ist

$$K_m \int_{Rand} \frac{p_m}{2} dz' = K_m \frac{|P_m|}{2}$$

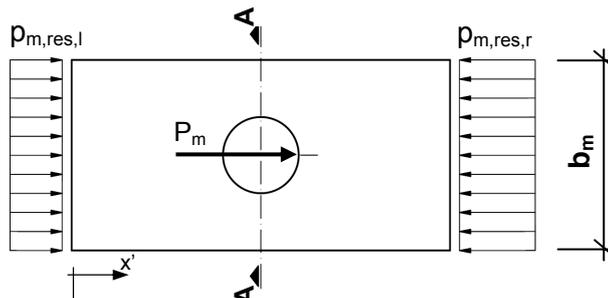


$$K_m \int_{Rand} \frac{p_m}{2} dz' = K_m \frac{|P_m|}{2}$$

$$K_m \cdot \int_{A-A} \sigma_{\varphi}^{(x')} \left(r, \pm \frac{\pi}{2} \right) dr = K_m \frac{|P_m|}{2}$$

= Resultierender Spannungszustand allgemein (hier in der Darstellung beispielhaft „Druck“ dargestellt)

$$-\int_{Rand} p_{m,res,l} dz' = -\frac{1}{2} (|P_m| + K_m |P_m|)$$



$$-\int_{Rand} p_{m,res,r} dz' = -\frac{1}{2} (|P_m| - K_m |P_m|)$$

$$-\int_{A-A} \sigma_{\varphi}^{(x')} \left(r, \pm \frac{\pi}{2} \right) t dr = -\frac{1}{2} (|P_m| + K_m |P_m|)$$

Bild 4.45: Herleitung des Spannungszustands bei nicht zur x-Achse verlaufendem P_m

Zu beachten ist, dass der Faktor K_m in Abhängigkeit der x-Komponente $P_{x,m}$ zu ermitteln ist. Da Lastrichtung von P_m und $P_{m,x}$ nicht übereinstimmen und die Laufkoordinate φ nach der vorher festgelegten Konvention in Lastrichtung $\varphi=0$ beginnt, wird an dieser Stelle für den Grund-Spannungszustand eine neue Laufkoordinate

ξ mit $\xi = \varphi + \alpha$ eingeführt. Dabei ist α der Winkel zwischen der Lastrichtung von P_m und der x-Achse $\leq 90^\circ$, siehe Bild 4.41.

Die entsprechende AIRY'sche Funktion für den Grund-Spannungszustand lautet:

$$F_{\text{Grund}}(r, \xi) = K_m \cdot \frac{1}{4t} p_m \cdot \left[r^2 - 2a^2 \ln r - \frac{(r^2 - a^2)^2}{r^2} \cdot \cos 2\xi \right] \quad (4.111)$$

mit:

$$\xi = \varphi + \alpha$$

α : Winkel zwischen Lastrichtung von P_m und x-Achse $\leq 90^\circ$

Äquivalent zu der in Kapitel 4.2.2.3 dargestellten Herleitung ergeben sich für die Spannungskomponenten folgende Lösungen:

$$\begin{aligned} \sigma_{r,(SL,ges)}(r, \varphi, \xi) = & -\frac{p_0}{t} \cdot \frac{a^2}{r^2} - \frac{1-\mu}{4t} p_1 \frac{a}{r} \left(\frac{3+\mu}{1-\mu} + \frac{a^2}{r^2} \right) \cos \varphi - \\ & -\frac{1}{2t} \sum_{n=2}^{\infty} p_n \frac{a^n}{r^n} \left((n+2) - n \frac{a^2}{r^2} \right) \cos n\varphi + \\ & + K_m \frac{p_1 \cdot a \cdot \pi}{4t \cdot b_m} \left[1 - \frac{a^2}{r^2} + \left(1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\xi \right] \end{aligned} \quad (4.112)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi,(SL,ges)}(r, \varphi, \xi) = & +\frac{p_0}{t} \cdot \frac{a^2}{r^2} - \frac{1-\mu}{4t} p_1 \frac{a}{r} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \cos \varphi + \\ & +\frac{1}{2t} \sum_{n=2}^{\infty} p_n \frac{a^n}{r^n} \left((n-2) - n \frac{a^2}{r^2} \right) \cos n\varphi + \\ & + K_m \frac{p_1 \cdot a \cdot \pi}{4t \cdot b_m} \left[1 + \frac{a^2}{r^2} - \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\xi \right] \end{aligned} \quad (4.113)$$

$$\begin{aligned} \tau_{r\varphi,(SL,ges)}(r, \varphi, \xi) = & 0 + \frac{1-\mu}{4t} p_1 \frac{a}{r} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \sin \varphi + \\ & +\frac{1}{2t} \sum_{n=2}^{\infty} p_n \frac{a^n}{r^n} n \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \sin n\varphi + \\ & + K_m \frac{p_1 \cdot a \cdot \pi}{4t \cdot b_m} \left[-1 - \frac{2a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right] \sin 2\xi \end{aligned} \quad (4.114)$$

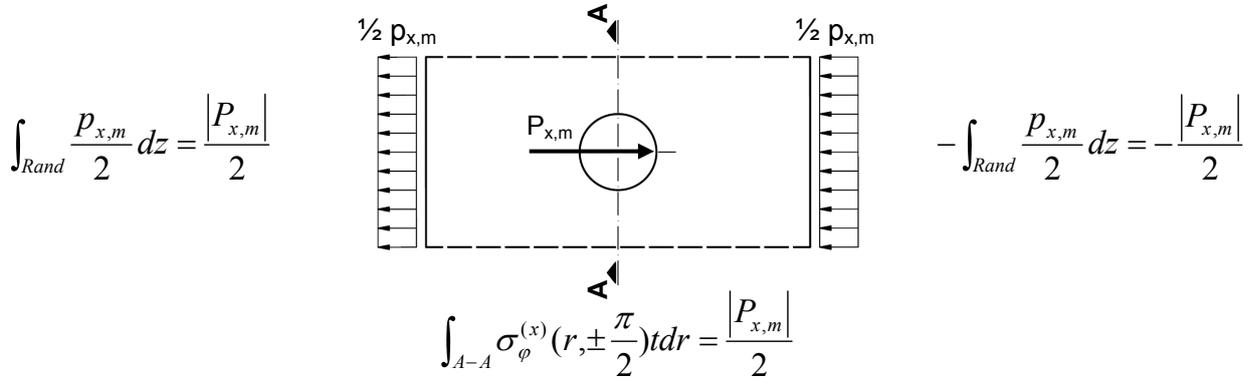
Nun wird der K_m -Wert allgemein ausgedrückt für die in Bild 4.40 dargestellten N-M-Verbindung hergeleitet. Wie oben bereits erwähnt wurde, leisten nur die Komponenten in x-Richtung einen Beitrag zum Grund-Spannungszustand, da der eingeprägte Spannungszustand, der sich aus dem angeschlossenen Bruttoquerschnitt in den Anschluss überträgt, abgebaut werden muss. Der Lochleibungs-Spannungszustand wird für P_m in der resultierenden Lastrichtung berechnet.

Die Herleitung von K_m erfolgt durch Aufstellung des Kräftegleichgewichts an Lochbohrung m wie es schematisch in Bild 4.46 dargestellt ist. Hierbei ist zu beachten, dass der Spannungszustand gesucht wird, der durch die x-Komponente $P_{x,m}$ hervorgerufen wird und sich somit aus der Überlagerung des Lochleibungs-Spannungszustands der Last $P_{x,m}$ (Komponente in x-Richtung) mit dem K_m -fachen des Grund-Spannungszustands der resultierenden Last P_m (Belastungsrichtung ggf. ungleich des x-Achsenverlaufs) bilden lässt.

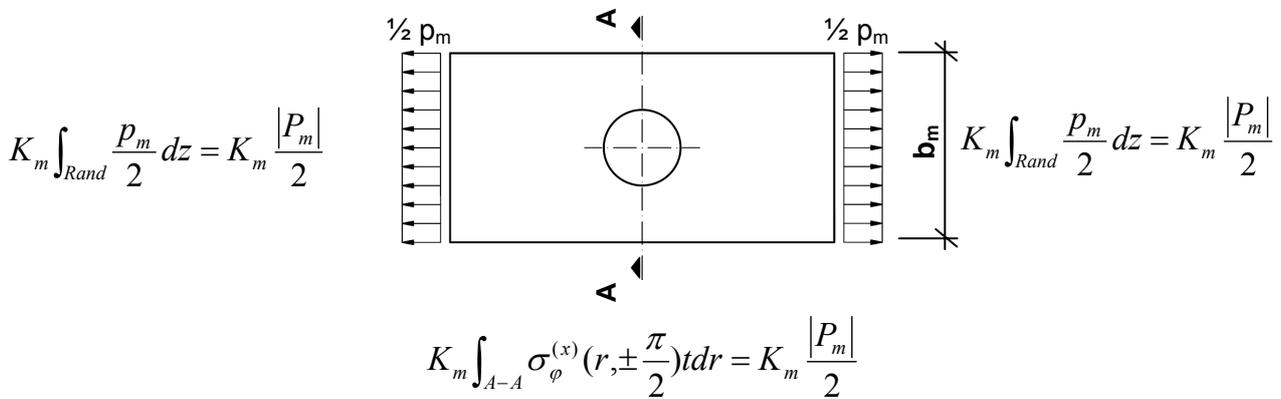
Resultierende Längskraft
linker Scheibenrand

Resultierende Längskraft
rechter Scheibenrand

Lochleibungs-Spannungszustand



„+“ K_m x Grund-Spannungszustand



= Resultierender Spannungszustand aus $P_{x,m}$ allgemein

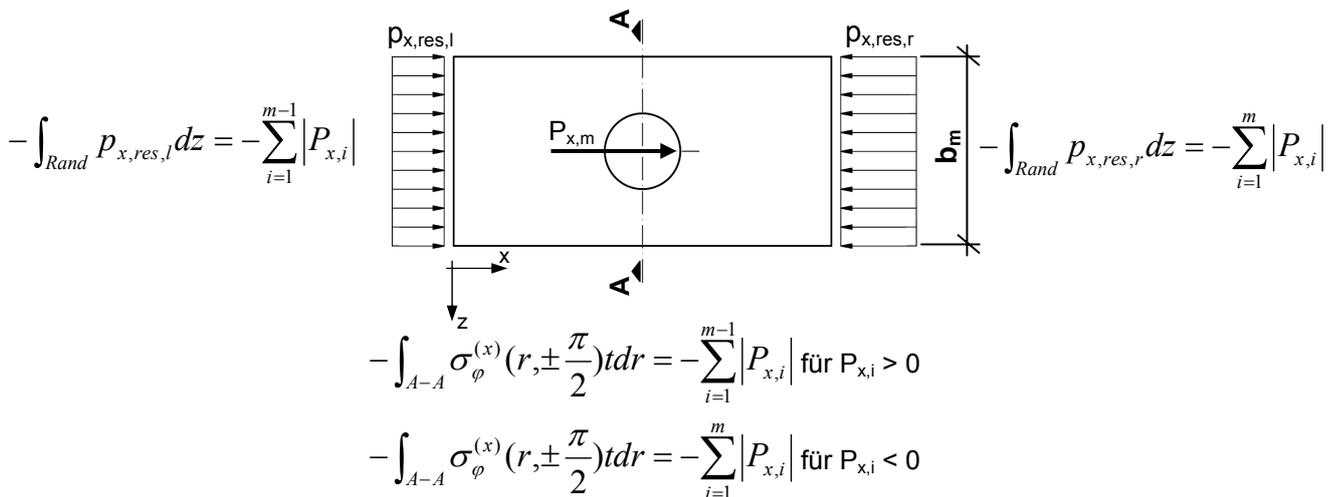


Bild 4.46: Ermittlung von K_m bei einer Bolzenlast, die nicht parallel zur x-Achse verläuft

Aus der Betrachtung des linken Scheibenrandes ergibt sich folgendes Gleichgewicht:

$$-\frac{P_{x,m}}{2} - K_m \cdot \frac{|P_m|}{2} = \sum_{i=1}^{m-1} P_{x,i} \quad (4.115)$$

$$\Leftrightarrow K_m = -\frac{2}{|P_m|} \cdot \left(\frac{P_{x,m}}{2} + \sum_{i=1}^{m-1} P_{x,i} \right) = -\frac{1}{|P_m|} \cdot \left(P_{x,m} + 2 \cdot \sum_{i=1}^{m-1} P_{x,i} \right) \quad (4.116)$$

$$\Leftrightarrow K_m = -\left(\frac{P_{x,m}}{|P_m|} + 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{m-1} P_{x,i}}{|P_m|} \right) = -\left(\cos \alpha + 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{m-1} P_{x,i}}{|P_m|} \right) \quad (4.117)$$

Das Gleichgewicht wird nun für den rechten Scheibenrand aufgestellt:

$$-\frac{P_{x,m}}{2} + K_m \cdot \frac{|P_m|}{2} = -\sum_{i=1}^m P_{x,i} \quad (4.118)$$

$$\Leftrightarrow K_m = \frac{2}{|P_m|} \cdot \left(\frac{P_{x,m}}{2} - \sum_{i=1}^m P_{x,i} \right) = \frac{1}{|P_m|} \cdot \left(P_{x,m} - 2 \cdot \sum_{i=1}^m P_{x,i} \right) \quad (4.119)$$

$$\Leftrightarrow K_m = \frac{P_{x,m}}{|P_m|} - 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i}}{|P_m|} = \cos \alpha - 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i}}{|P_m|} \quad (4.120)$$

In Tabelle 4.13 wird die Berechnung für K_m eines allgemeinen Anschlusses bei beliebiger Belastung dargestellt. Zur Berechnung von K_m wird jeweils lediglich eine Schraubenreihe herangezogen. K_m ist für jede einzelne Lochbohrung zu bestimmen, um jeweils die Spannungsverteilung im Bereich dieser Lochbohrung berechnen zu können.

Tabelle 4.13: K_m -Wert allgemein formuliert für einen beliebigen Anschluss

Gleichgewichtssystem	K_m -Wert
	$K_m = \cos \alpha - 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i}}{ P_m }$ <p>worin:</p> $\cos \alpha = \frac{P_{x,m}}{ P_m }$
<p>Hinweise: Für die Berechnung von K_m wird immer eine Schraubenreihe betrachtet. Das Vorzeichen von $P_{x,i}$ ist gemäß angegebenem Koordinatensystem festzulegen. $P_{z,i}$ geht nicht in die Berechnung von K_m ein.</p>	

Die allgemeine Lösung, wie sie Tabelle 4.13 zu entnehmen ist, reduziert den Gesamtanschluss auf Scheibenstreifen der Breite b_m . Dies ist deswegen möglich, weil der Grundspannungszustand (Komponenten mit $K_m \neq 0$) die aus dem Bruttoquerschnittszustand ankommenden Spannungen abbaut und diese, überlagert mit dem Lochleibungs-Spannungszustand, in Streifenrichtung weitestgehend unabhängig ist von den Spannungen aus den Komponenten senkrecht dazu. Natürlich muss der Nachweis für den maßgebenden Streifen senkrecht dazu, d.h. hier z-Richtung, mit $K_m = 0$ ebenfalls geführt werden. Ferner werden Schubspannungsflüsse in dem Ingenieurmodell vernachlässigt. Die Vereinfachungen stellen jedoch in der Gesamtheit und in Hinblick auf die Handhabbarkeit eine auf der sicheren Seite liegende Praxislösung dar.

Für eine genauere Lösung zur Berechnung der Spannungen am Bohrungsrand für kombinierte Beanspruchungen aus Normalkraft, Querkraft und Moment bedarf es der getrennten Betrachtung der drei Schnittgrößen. Dabei werden die drei Lastkomponenten wie folgt auf die Einzelbolzen aufgeteilt:

1. Die am Gesamtanschluss angreifende Normalkraft verteilt sich in Abhängigkeit der ungleichmäßigen Schubkraftverteilung über die Verbindungslänge auf die Einzelbolzen (s. Kapitel 6). Darüber hinaus wird die Normalkraft gleichmäßig auf alle Schraubenreihen aufgeteilt und die Spannungen am Bohrungsrand können für jede beliebige Lochbohrung, wie es in Kapitel 4.3.2.1, vorgestellt wurde bestimmt werden.
2. Aus der am Gesamtanschluss angreifenden Querkraft entsteht Schub, der gleichmäßig über alle Verbindungsmittel in Form von Bolzenlasten abgetragen wird. Betrachtet man die einzelnen Lochbohrungen getrennt voneinander, so lassen sich die Spannungszustände jeweils durch den Lochleibungs-Spannungszustand, d.h. für $K_m=0$, formulieren. Schubkräfte, die im Glasbauteil weitergeleitet werden, werden bei der Ermittlung der Glasspannungen vernachlässigt, vgl. Kapitel 4.3.2.
3. Momente, die von außen am Gesamtanschluss angreifen, werden in Abhängigkeit des polaren Trägheitsmomentes der Verbindung auf die Einzelbolzen aufgeteilt. Betrachtet man jede Lochbohrung einzeln, so stellen sich auch hier Spannungszustände ein, die sich durch den Lochleibungs-Spannungszustand ($K_m=0$) beschreiben lassen, vgl. Bild 4.47.
4. Momente, die aus Biegung des angeschlossenen Bauteils herrühren, werden wie vor K_m -mäßig behandelt, d.h. die in Richtung des Grund-Spannungszustands befindlichen Komponenten werden zum Abbau der aus dem Bruttoquerschnitt ankommenden Spannungen mit K_m gemäß Gleichung (4.117) behandelt; die senkrecht dazu liegen sind die vom Grund-Spannungszustand unbeeinflussten Komponenten, d.h. $K_m=0$ (vergleichbarer Fall 3.).

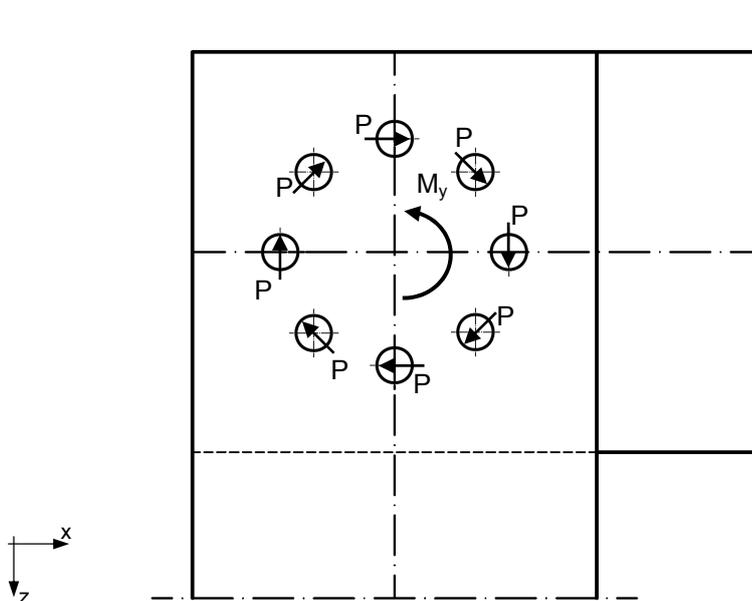


Bild 4.47: Verbindung mit kreisförmigem Schraubenbild und äußerlich angreifendem Moment

Die unter Punkt 1 bis 4 vorgestellte Lösung bedarf jedoch eines höheren Berechnungs- und Bemessungsaufwandes, so dass es sich anbietet, die kombinierten Beanspruchungen aus Normalkraft, Querkraft und Moment zu überlagern und eine resultierende Bolzenlast für jede Lochbohrung zu berechnen, für die dann ein Verfahren bereitgestellt wird, dass den getrennten Nachweis nicht mehr erforderlich macht, siehe Tabelle 4.13.

Die allgemeine Formulierung für die Berechnung von K_m wird nun mit der in Kapitel 4.3.2.1 hergeleiteten allgemeinen Formulierung für reine Normalkraftanschlüsse verglichen, siehe Tabelle 4.14.

Tabelle 4.14: K_m -Werte allgemein formuliert für reine Normalkraftanschlüsse

Gleichgewichtssystem	K_m -Wert
	<p>Für beliebige Lochbohrung $m \leq n$:</p> $K_m = - \left(1 - 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i}}{P_{x,m}} \right)$
	<p>Für beliebige Lochbohrung $m \leq n$:</p> $K_m = 1 - 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i}}{P_{x,m}}$

Darin gilt für reine Normalkraftanschlüsse:

$$\cos \alpha = \cos 0^\circ = 1 \tag{4.121}$$

und

$$|P_m| = |P_{x,m}| \tag{4.122}$$

Für die untere Verbindung („Druck“) aus Tabelle 4.14 gilt:

$$\Leftrightarrow K_m = \cos \alpha - 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i}}{|P_m|} = 1 - 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i}}{|P_m|} = 1 - 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i}}{|P_{x,m}|} \quad \checkmark \tag{4.123}$$

4.3.3 Anwendung der analytischen Lösung

4.3.3.1 Vorgehensweise und Berechnungsparameter

Anhand der zuvor abgeleiteten Lösung kann die Beanspruchung einer Scheibe für eine Q-M-Verbindung, siehe Bild 4.48 und Tabelle 4.15, analytisch berechnet werden.

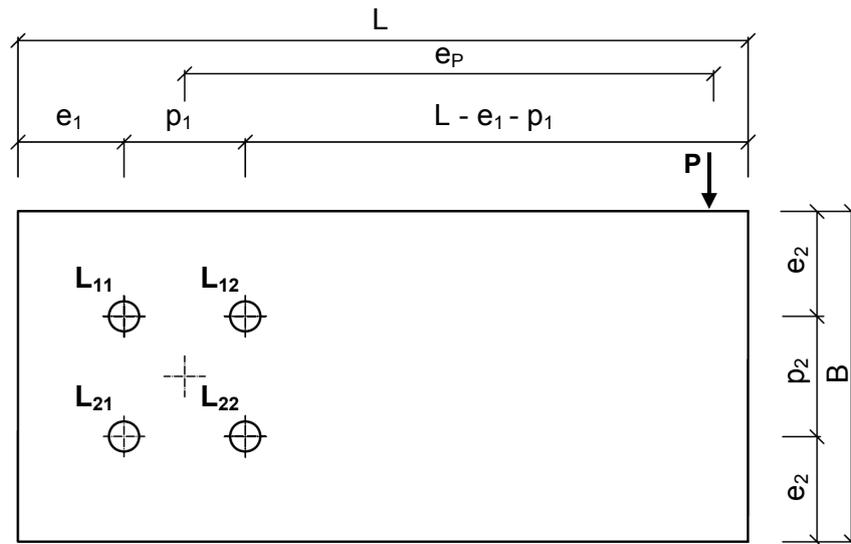


Bild 4.48: Geometrie und Belastung des Q-M-Anschlusses für die analytische Berechnung

Tabelle 4.15: Parameter der durchgeführten analytischen Berechnungen

Belastung P	[kN]	50
Bohrungsradius a	[mm]	22
Bohrungsdurchmesser $d_o = 2a$	[mm]	44
Scheibendicke t	[mm]	10
Scheibenbreite B	[d_o]	11
	[mm]	484
Scheibenlänge L	[d_o]	24
	[mm]	1056
$e_1 = e_2$	[d_o]	3,5
	[mm]	154
$p_1 = p_2$	[d_o]	4
	[mm]	176
e_p	[d_o]	14,5
	[mm]	638
b_m (vgl. Bild 4.49)	[d_o]	4
	[mm]	176

Die maßgebende Breite b_m wird in Anlehnung an Kapitel 4.2.2.2 unter Berücksichtigung von $p_1=p_2=4d_o$ ($=176\text{mm}$) und $e_1=e_2=3,5d_o$ ($=154\text{mm}$) wie folgt bestimmt:

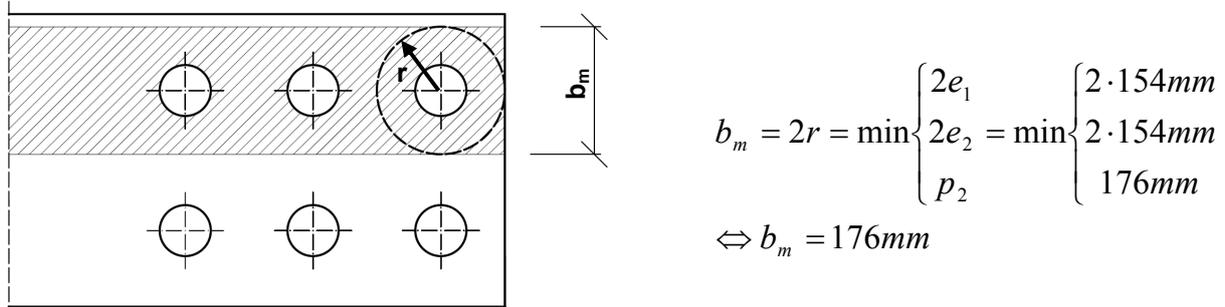


Bild 4.49: Ermittlung von b_m

4.3.3.2 Lochleibungsbelastung (Lasteinwirkungsfunktion)

Zur Ermittlung der Beanspruchung der Scheibe mittels analytischer Lösung muss vorerst die Lasteinwirkungsfunktion am Bohrungsrand der vier Lochbohrungen bestimmt werden. Dazu wurden den Ergebnissen aus den numerischen Simulationen die Kontaktspannungen am Bohrungsrand entnommen und anschließend mit einer Cosinus-Reihe nach Gleichung (4.29) beschrieben, siehe Kapitel 4.2.2.1.2.

Der Verlauf des Lochleibungsdrucks über den Umfang des Bohrloches ist qualitativ und quantitativ abhängig von der Formänderung von Bolzen, Zwischenschicht und Scheibe. Er ist direkt proportional zur Belastung P_m und antiproportional zu Lochradius a , d.h. die Lochleibungsbelastung kann mit Hilfe des bereits eingeführten Faktors $f_p(\varphi)$ berechnet werden:

$$f_p(\varphi) = p_m(\varphi) \cdot \frac{a}{P_m} \quad (4.124)$$

$f_p(\varphi)$ ist dabei ein Faktor, mit dem die Lochleibungsbelastung infolge einer beliebigen resultierenden Bolzenlast P_m bei beliebigem Bohrungsradius a und beliebiger Scheibendicke t in Abhängigkeit des Winkels φ bezogen auf die Lastrichtung von P_m durch

Multiplikation mit dem Faktor $\frac{P_m}{a}$ berechnet werden kann.

Die Lochleibungsbelastung kann somit für jede Lochbohrung des Q-M-Anschlusses in Abhängigkeit der jeweiligen resultierenden Bolzenlast P_m bestimmt werden.

4.3.3.3 Berechnungsergebnisse für Q-M-Anschluss mit vier Bolzen

Die resultierenden Bolzenlasten P_{11} , P_{12} , P_{21} , P_{22} errechnen sich aus der äußeren Belastung und dem polaren Trägheitsmoment der Bolzenanordnung, α beschreibt den Winkel zwischen Lastrichtung P_m und x-Achse $\leq 90^\circ$, siehe Bild 4.41, und K_m bestimmt sich aus Tabelle 4.13.

Es kann folgender Zusammenhang zwischen ξ und φ in Abhängigkeit von K_m hergestellt werden:

$$\text{Für } K_m \neq \pm 1 \text{ gilt } \xi = \varphi + \alpha \quad (4.125)$$

mit:

α = Winkel zwischen Lastrichtung von P_m und x-Achse $\leq 90^\circ$

und

$$\text{Für } K_m = \pm 1 \text{ gilt: } \xi = \varphi \Leftrightarrow \xi - \varphi = 0 \quad (4.126)$$

Tabelle 4.16: Berechnungswerte für Analytik, L_{11} , L_{12} , L_{21} , L_{22}

	Einheit	L_{11}	L_{12}	L_{21}	L_{22}
K_m	[-]	1	1,851	-1	-1,851
α	[°]	35,91	51,91	35,91	51,91
$\xi - \varphi$	[°]	0	51,91	0	51,91
P_m	[kN]	55,95	73,45	55,95	73,45

Die Ergebnisse aus den durchgeführten analytischen Berechnungen zur Ermittlung der Beanspruchung im Bereich jeder Lochbohrung L_{11} bis L_{22} sind in Tabelle 4.17 aufgeführt.

Mittels der FEM (ABAQUS V6.6) wurden zum Vergleich Berechnungen durchgeführt, bei denen, ebenso wie bei den Berechnungen der normalkraftbeanspruchten Scheibe, bei der Generierung des Modells der Glasscheibe und der Zwischenschicht auf Volumenelemente (mit mindestens 20 Knoten) zurückgegriffen wurde. Der Bolzen wurde als unendlich steifes Element mit 6 Freiheitsgraden modelliert. Kontaktbereiche zwischen Bolzen und Hülse und zwischen Hülse und Bohrungsrand der Glasscheibe wurden unter Vernachlässigung von Reibung generiert.

Bild 4.50 zeigt das Spannungsplot der Hauptzugspannung σ_1 aus numerischer Simulation und qualitativ σ_φ (Darstellung für $\sigma_\varphi > 50 \text{ N/mm}^2$) aus analytischer Lösung im Bereich der vier Lochbohrungen.

Tabelle 4.17: σ_φ und σ_r im Bohrungsbereich aus FEM und Analytik, L_{11} , L_{12} , L_{21} , L_{22}

σ_φ Gl. (4.113)		σ_r Gl. (4.112)	
$\sigma_{\varphi,max} = 152,9 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = \pm 89,5^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,max}(\pm 89,5^\circ) = 0,60$	$\sigma_{\varphi,max} = 196,4 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = -38,6^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,max}(-38,6^\circ) = 0,59$	$\sigma_{r,min} = -149,7 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = \pm 12,4^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,min}(\pm 12,4^\circ) = -0,59$	$\sigma_{r,min} = -196,5 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = \pm 12,4^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,min}(\pm 12,4^\circ) = -0,59$
$\sigma_{\varphi,max} = 86,7 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = 0^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,max}(0^\circ) = 0,34$	$\sigma_{\varphi,max} = 130,1 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = -67,9^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,max}(-67,9^\circ) = 0,39$	$\sigma_{r,min} = -149,7 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = \pm 12,4^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,min}(\pm 12,4^\circ) = -0,59$	$\sigma_{r,min} = -196,5 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = \pm 12,4^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,min}(\pm 12,4^\circ) = -0,59$

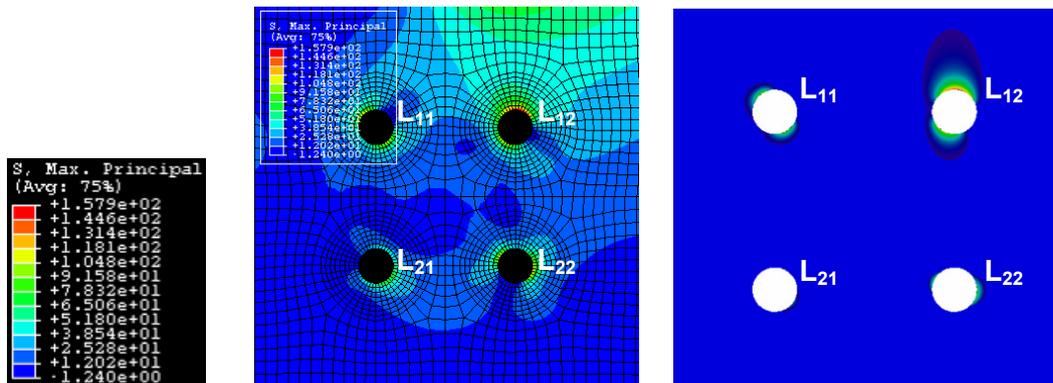
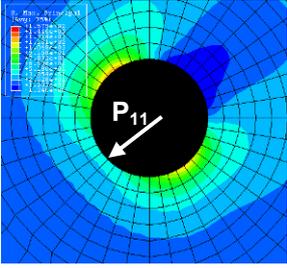
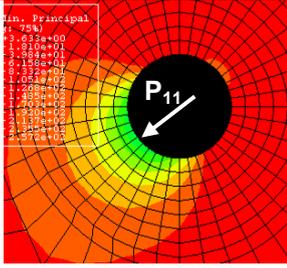
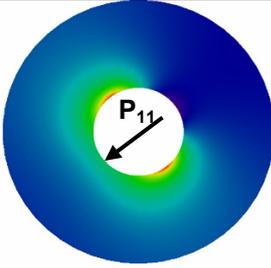
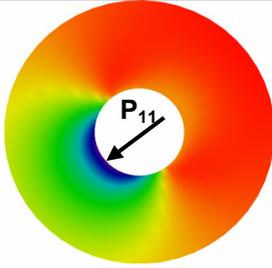


Bild 4.50: links: σ_1 aus FEM, rechts: σ_φ (Darstellung für $\sigma_\varphi > 50 \text{ N/mm}^2$) aus Analytik

In den folgenden Tabellen und grafischen Darstellungen sind die maximalen und minimalen Spannungen am Bohrungsrand aus numerischer Simulation und analytischer Lösung für L_{11} bis L_{22} zum Vergleich gegenübergestellt.

Tabelle 4.18: σ_{\max} und σ_{\min} im Bohrungsbereich aus FEM und Analytik, L_{11}

FEM		Analytik	
			
<p>S, Max. Principal (Avg: 75%)</p> <ul style="list-style-type: none"> +1.579e+02 +1.446e+02 +1.314e+02 +1.181e+02 +1.048e+02 +9.158e+01 +7.832e+01 +6.506e+01 +5.180e+01 +3.854e+01 +2.528e+01 +1.202e+01 -1.240e+00 	<p>S, Min. Principal (Avg: 75%)</p> <ul style="list-style-type: none"> +3.633e+00 -1.810e+01 -3.984e+01 -6.158e+01 -8.332e+01 -1.051e+02 -1.268e+02 -1.485e+02 -1.703e+02 -1.920e+02 -2.137e+02 -2.355e+02 -2.572e+02 	<p>$\sigma_{\varphi, \max} = 152,9 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = \pm 89,5^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma, \max}(\pm 89,5^\circ) = 0,60$</p>	<p>$\sigma_{r, \min} = -149,7 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = \pm 12,4^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma, \min}(\pm 12,4^\circ) = -0,59$</p>
<p>$\sigma_{1, \max} = 139,2 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = -94,5^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma, \max}(-94,5^\circ) = 0,55$</p>		<p>$\sigma_{2, \min} = -182,9 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = 0^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma, \min}(0^\circ) = -0,72$</p>	

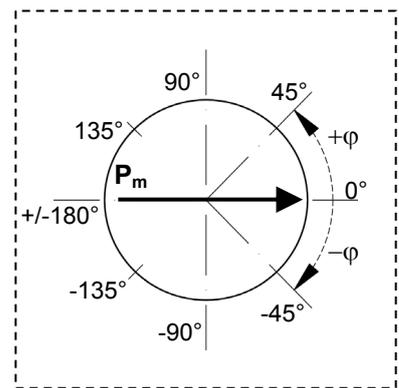
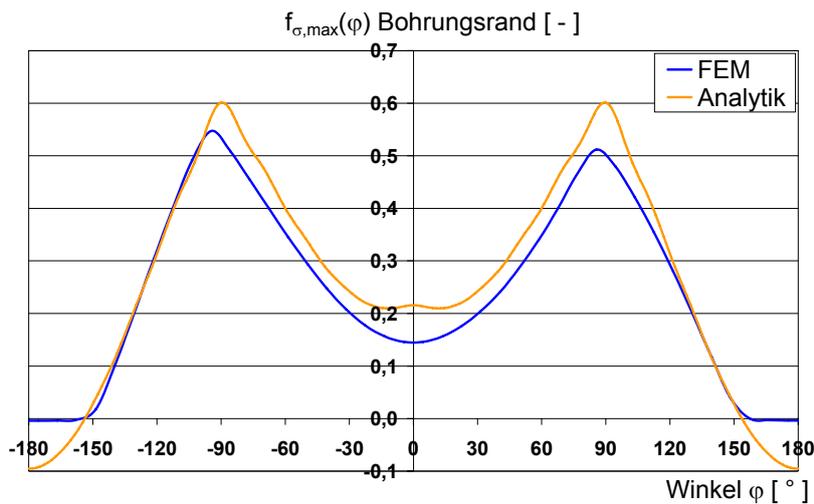


Bild 4.51: $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ am Bohrungsrand aus FEM und Analytik, L_{11}

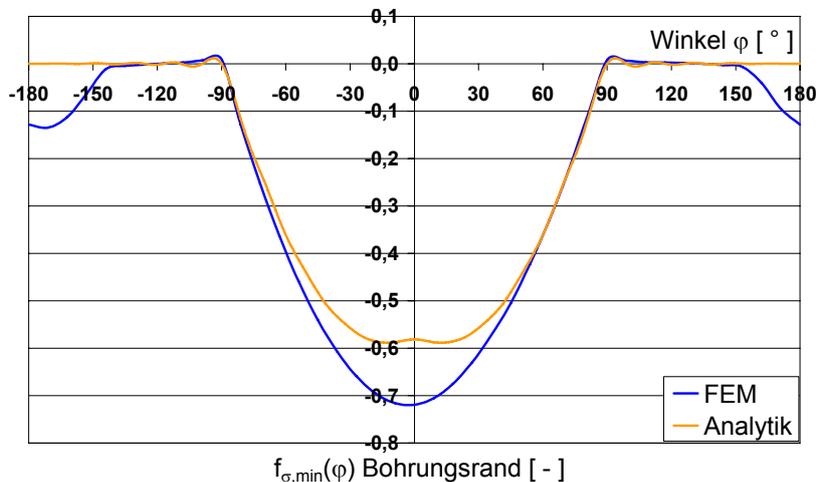
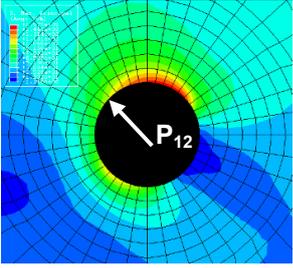
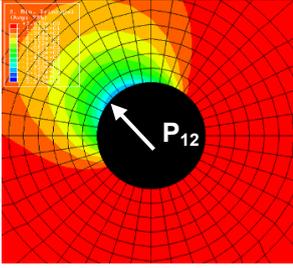
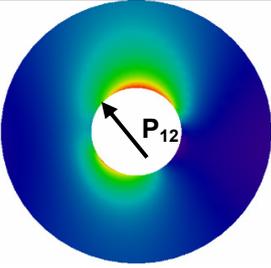
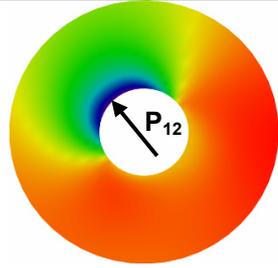


Bild 4.52: $f_{\sigma, \min}(\varphi)$ am Bohrungsrand aus FEM und Analytik, L_{11}

Tabelle 4.19: σ_{\max} und σ_{\min} im Bohrungsbereich aus FEM und Analytik, L₁₂

FEM		Analytik	
			
<p>S, Max. Principal (Avg: 75%)</p> <ul style="list-style-type: none"> +1.579e+02 +1.446e+02 +1.314e+02 +1.181e+02 +1.048e+02 +9.158e+01 +7.832e+01 +6.506e+01 +5.180e+01 +3.854e+01 +2.528e+01 +1.202e+01 -1.240e+00 	<p>S, Min. Principal (Avg: 75%)</p> <ul style="list-style-type: none"> +3.633e+00 -1.810e+01 -3.984e+01 -6.158e+01 -8.332e+01 -1.051e+02 -1.268e+02 -1.485e+02 -1.703e+02 -1.920e+02 -2.137e+02 -2.355e+02 -2.572e+02 		
$\sigma_{1,\max} = 157,4 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = -67,5^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,\max}(-63^\circ) = 0,47$	$\sigma_{2,\min} = -257,2 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = 0^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,\min}(0^\circ) = -0,77$	$\sigma_{\varphi,\max} = 196,4 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = -38,6^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,\max}(-38,6^\circ) = 0,59$	$\sigma_{r,\min} = -196,5 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = \pm 12,4^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,\min}(\pm 12,4^\circ) = -0,59$

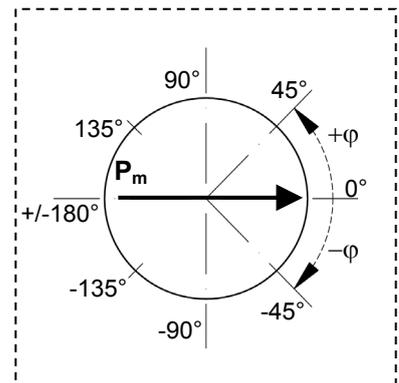
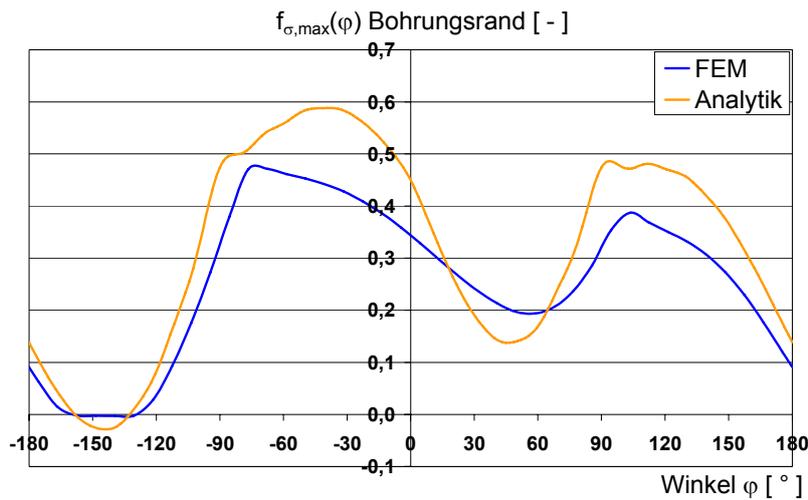


Bild 4.53: $f_{\sigma,\max}(\varphi)$ am Bohrungsrand aus FEM und Analytik, L₁₂

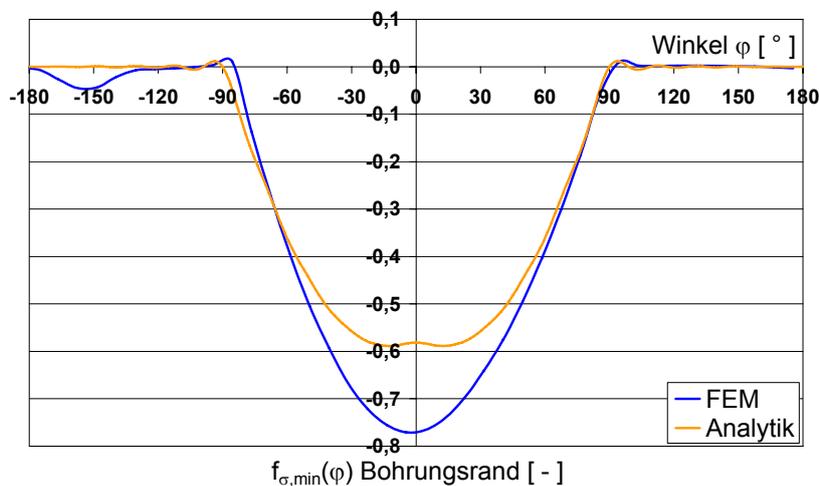
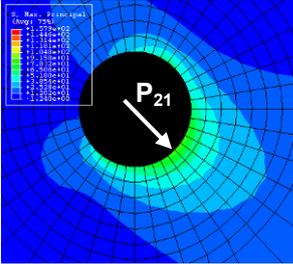
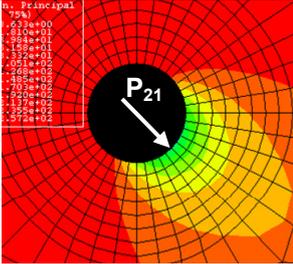
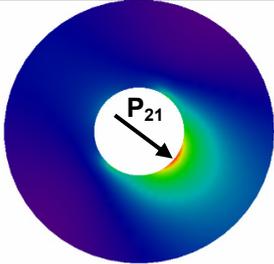
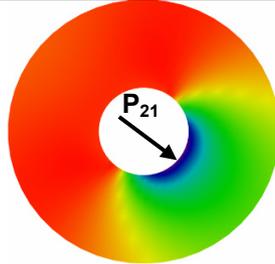


Bild 4.54: $f_{\sigma,\min}(\varphi)$ am Bohrungsrand aus FEM und Analytik, L₁₂

Tabelle 4.20: σ_{\max} und σ_{\min} im Bohrungsbereich aus FEM und Analytik, L_{21}

FEM		Analytik	
			
<p>S, Max. Principal (Avg: 75%)</p> <ul style="list-style-type: none"> +1.579e+02 +1.446e+02 +1.314e+02 +1.181e+02 +1.048e+02 +9.158e+01 +7.832e+01 +6.506e+01 +5.180e+01 +3.854e+01 +2.528e+01 +1.202e+01 -1.240e+00 	<p>S, Min. Principal (Avg: 75%)</p> <ul style="list-style-type: none"> +3.633e+00 -1.810e+01 -3.984e+01 -6.158e+01 -8.332e+01 -1.051e+02 -1.268e+02 -1.485e+02 -1.703e+02 -1.920e+02 -2.137e+02 -2.355e+02 -2.572e+02 		
$\sigma_{1,\max} = 79,8 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = -4,5^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,\max}(-4,5^\circ) = 0,31$	$\sigma_{2,\min} = -188,5 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = 0^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,\min}(0^\circ) = -0,74$	$\sigma_{\varphi,\max} = 86,7 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = 0^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,\max}(\pm 89,5^\circ) = 0,34$	$\sigma_{r,\min} = -149,7 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = \pm 12,4^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,\min}(\pm 12,4^\circ) = -0,59$

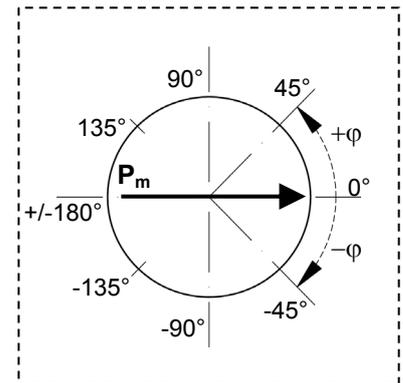
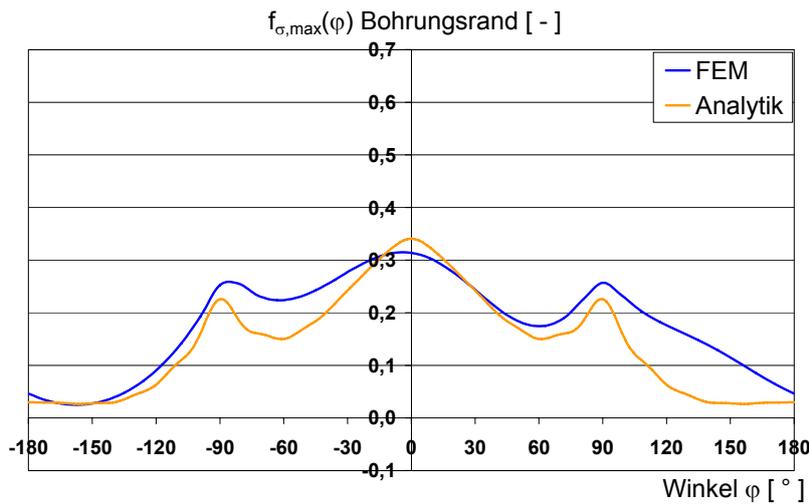


Bild 4.55: $f_{\sigma,\max}(\varphi)$ am Bohrungsrand aus FEM und Analytik, L_{21}

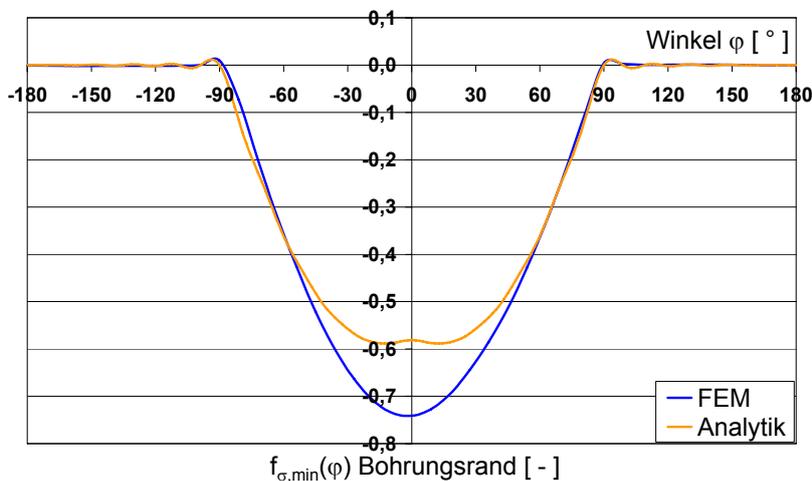
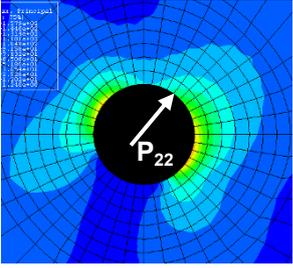
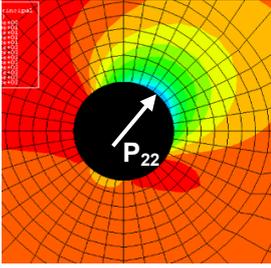
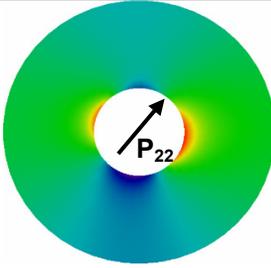
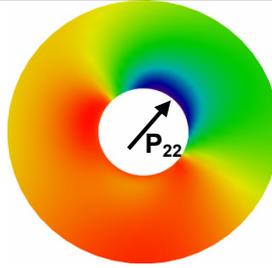


Bild 4.56: $f_{\sigma,\min}(\varphi)$ am Bohrungsrand aus FEM und Analytik, L_{21}

Tabelle 4.21: σ_{\max} und σ_{\min} im Bohrungsbereich aus FEM und Analytik, L_{22}

FEM		Analytik	
			
<p>S, Max. Principal (Avg: 75%)</p> <ul style="list-style-type: none"> +1.579e+02 +1.446e+02 +1.314e+02 +1.181e+02 +1.048e+02 +9.158e+01 +7.832e+01 +6.506e+01 +5.180e+01 +3.854e+01 +2.528e+01 +1.202e+01 -1.240e+00 	<p>S, Min. Principal (Avg: 75%)</p> <ul style="list-style-type: none"> +3.633e+00 -1.810e+01 -3.984e+01 -6.158e+01 -8.332e+01 -1.051e+02 -1.268e+02 -1.485e+02 -1.703e+02 -1.920e+02 -2.137e+02 -2.355e+02 -2.572e+02 		
$\sigma_{1,\max} = 133,5 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = -85,5^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,\max}(-85,5^\circ) = 0,40$	$\sigma_{2,\min} = -256,6 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi \approx 0^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,\min}(0^\circ) = -0,77$	$\sigma_{\varphi,\max} = 130,1 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = -67,9^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,\max}(-67,9^\circ) = 0,39$	$\sigma_{r,\min} = -196,5 \text{ N/mm}^2$ für $\varphi = \pm 12,4^\circ$ $\Rightarrow f_{\sigma,\min}(\pm 12,4^\circ) = -0,59$

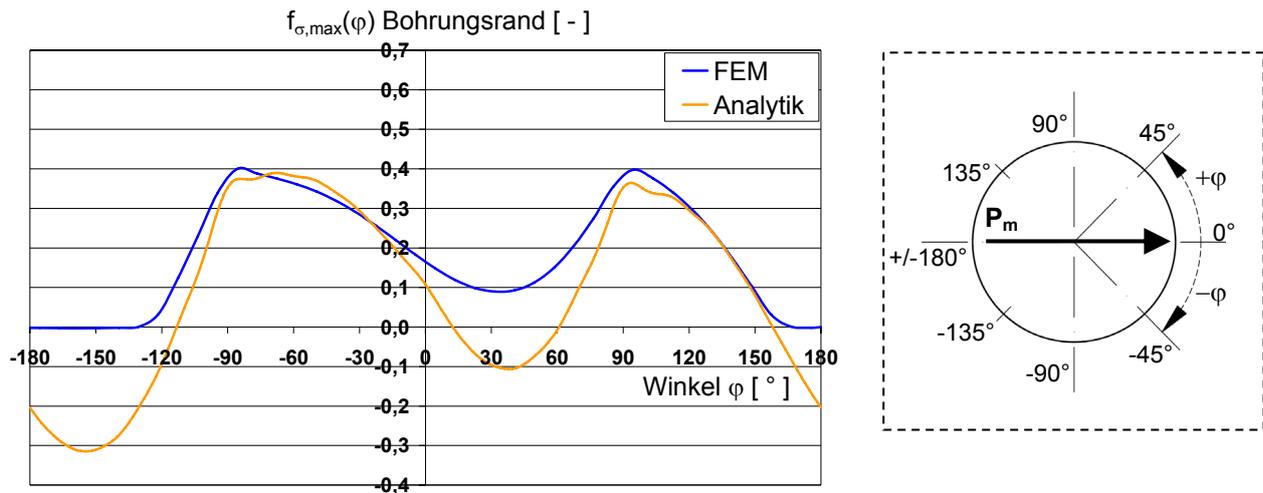


Bild 4.57: $f_{\sigma,\max}(\varphi)$ am Bohrungsrund aus FEM und Analytik, L_{22}

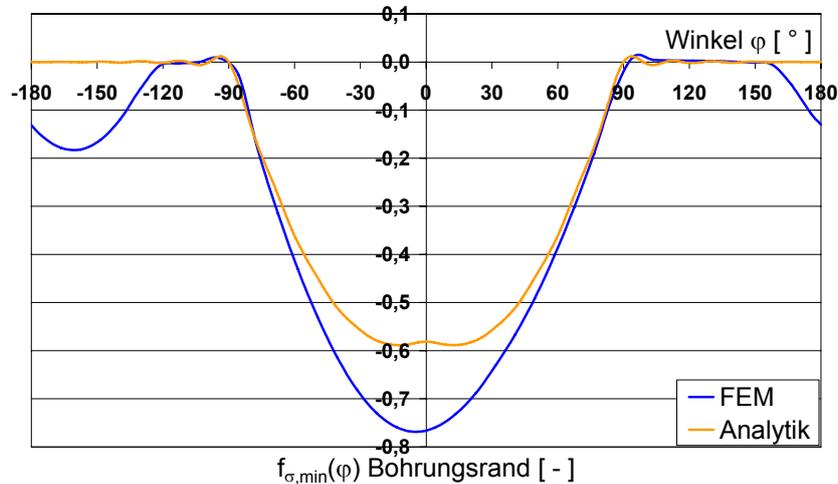


Bild 4.58: $f_{\sigma,\min}(\varphi)$ am Bohrungsrund aus FEM und Analytik, L_{22}

Die grafischen Darstellungen zeigen, dass die Spannungsverläufe am Bohrungsrand der beiden unterschiedlichen Berechnungsmethoden für Q-M-Anschlüsse mit hinreichender Genauigkeit übereinstimmen und die neue analytische Lösung hinsichtlich der für die Glasscheibe maßgebenden Zugspannungen auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse liefert.

Die Ergebnisse, die an den Sub-Systemen der vier Lochbohrungen mittels des analytischen Verfahrens im Vergleich zu den FEM-Berechnungen ermittelt wurden, lassen sich im Einzelnen wie folgt zusammenfassen und erläutern:

- (1) $f_{\sigma, \min}(\varphi)$ am Bohrungsrand nimmt bei beiden Berechnungsmethoden an allen Lochbohrungen bei $\varphi = \pm 90^\circ$ den Wert 0 an, d.h. der Kontaktwinkel α_{Kontakt} beträgt 180° . Der Lochleibungsdruck, der aus numerischen Simulationen an einem System mit nur einer Lochbohrung bestimmt wurde, ist somit hinsichtlich des Kontaktwinkels auf Anschlüsse mit mehreren Lochbohrungen übertragbar.
- (2) Die minimalen Spannungen (Druckspannungen), die mittels analytischer Berechnung bestimmt wurden, sind dem Betrage nach um ca. 20 bis 25 % kleiner im Vergleich zu den Ergebnissen aus den FEM-Simulationen. Ein Plateau bei $\varphi = 0^\circ$ stellt sich lediglich in der analytischen Lösung ein, vgl. z.B. Bild 4.58. Dies ist darauf zurückzuführen, dass $f_{\sigma, \min}(\varphi)$ in der analytischen Lösung der Lochleibungsbelastung am Bohrlochrand entspricht und diese als Randbedingung des zu lösenden Spannungsproblems definiert wird. Der Formänderung von Hülse und Glasscheibe wird hingegen in der numerischen Simulation Rechnung getragen, so dass Dehnungs- und Verzerrungszustände der Glasscheibe in die Lösung der Spannungen einfließt und sich aufgrund der Steifigkeitsverhältnisse sowie der exakteren Randbedingungen (keine konstante Randspannung, mitwirkende Breite weicht von b_m ab) der dargestellte Spannungsverlauf einstellt.
- (3) Die analytische Lösung der Scheibenbeanspruchung an Lochbohrung L_{11} entspricht dem „Zugzustand“, an Lochbohrung L_{21} dem „Druckzustand“ aus Kapitel 4.2.2. Die Ergebnisse der FEM-Berechnungen und der analytischen Lösung stimmen dort mit guter Genauigkeit überein. Wie zuvor bereits aufgeführt, sind dennoch auftretende Unterschiede zwischen den verschiedenen Berechnungsverfahren mit den vereinfachten Randbedingungen der Analytik, wie die Annahme einer maßgebenden Breite b_m und die Unterstellung einer konstanten Randspannung, zu erklären.
- (4) Deutlicher bemerkbar machen sich die vorerwähnten unterschiedlichen Randbedingungen von FEM und Analytik bei Betrachtung insbesondere der maßgebenden Lochbohrung L_{12} . Die durch analytische Berechnungen ermittelten maximalen Spannungen (Zugspannungen) nehmen dort einen um etwa 30% höheren Wert ein als die durch numerische Simulationen berechneten maximalen Hauptzugspannungen. Daraus lässt sich schließen, dass die maßge-

bende Breite b_m , wie sie in Kapitel 4.2.2.2 definiert wurde, auf der sicheren Seite liegend definiert wurde.

Es wurden ergänzend Untersuchungen durchgeführt, durch die geprüft werden soll, ob die Definition von b_m gemäß Kapitel 4.2.2.2 auch für geometrische Grenzfälle zu Ergebnissen führt, die die tatsächlichen Spannungen in der Scheibe nicht unterschätzen (Kapitel 4.4).

4.4 Untersuchungen zur Überprüfung der maßgebenden Breite b_m

4.4.1 Normalkraftanschluss

In den vorangegangenen Untersuchungen konnte b_m als eine auf der sicheren Seite liegenden Lösung für Normalkraftverbindungen bestätigt werden. Bei den Untersuchungen wurde jedoch stets von Verbindungen ausgegangen, bei denen die Bolzen symmetrisch in Bezug auf die Stabachse angeordnet sind. Die vorgeschlagene Definition der maßgebenden Breite b_m wird nun hinsichtlich der Gültigkeit für geometrische Grenzfälle, wie sie im konstruktiven Glasbau zu erwarten sind, überprüft. Dazu werden die in Tabelle 4.23 aufgeführten Systeme mittels FEM untersucht und anschließend mit der analytischen Lösung verglichen. Die Systeme wurden so gewählt, dass immer gilt: $b_m=4d_o$. Die für alle Systeme aus Tabelle 4.23 gültigen Berechnungsparameter sind in Tabelle 4.22 zusammengefasst.

Tabelle 4.22: Parameter der durchgeführten analytischen Berechnungen

Bolzenlasten P_m	[kN]	50
$d_o = 2a$	[mm]	44
t	[mm]	10
L = B	[d_o]	25
	[mm]	1100
E_{zw}	[N/mm²]	3000
b_{Spalt}	[mm]	5

Tabelle 4.23: Systeme zur Untersuchung exzentrisch angeordneter Lochbohrungen

Bezeichnung	System	Ermittlung von b_m
System 1		$e_1 = 2d_0 = 88\text{mm}$ $e_2 = 4,5d_0 = 396\text{mm}$ $\Rightarrow b_m = 2e_1 = 2 \cdot 2d_0 = 176\text{mm}$
System 2		$e_2 = 2d_0 = 88\text{mm}$ $\Rightarrow b_m = 2e_2 = 2 \cdot 2d_0 = 176\text{mm}$
System 3		$p_1 = 4,5d_0 = 396\text{mm}$ $e_2 = 2d_0 = 88\text{mm}$ $\Rightarrow b_m = 2e_2 = 2 \cdot 2d_0 = 176\text{mm}$

Bezeichnung	System	Ermittlung von b_m
System 4		$p_1 = 4,5d_o = 396\text{mm}$ $e_2 = 2d_o = 88\text{mm}$ $\Rightarrow b_m = 2e_2 = 2 \cdot 2d_o = 176\text{mm}$
System 5		$p_1 = 4,5d_o = 396\text{mm}$ $e_2 = 2d_o = 88\text{mm}$ $\Rightarrow b_m = 2e_2 = 2 \cdot 2d_o = 176\text{mm}$

Den folgenden Darstellungen können die Berechnungsergebnisse für System 1 bis System 5 im Vergleich zu den Ergebnissen der analytischen Lösung entnommen werden. Es zeigt sich, dass die analytische Lösung die maximalen Spannungen aller hier betrachteten Grenzfälle auf der sicheren Seite liegend erfasst, siehe Bild 4.59 bis Bild 4.62. Dort, wo Systeme mit mehreren Lochbohrungen untersucht wurden (System 3, 4 und 5), werden die Spannungen der maßgebenden Bohrung betrachtet, d.h. L_2 für System 3, L_3 für System 4 und L_5 für System 5. Ferner kann Bild 4.63 entnommen werden, dass die Ergebnisse der analytischen Lösung mit zunehmender Bohrungsanzahl für die maßgebende Lochbohrung der hier betrachteten Grenzfälle konservativer werden, d.h. die Vernachlässigung der Scheibentragwirkung wirkt sich mit zunehmender Bohrungsanzahl höher aus.

Bei symmetrisch angeordneten Bolzenreihen lassen sich die maximalen Spannungen mittels analytischer Lösung, wie zuvor gezeigt werden konnte, mit guter Genauigkeit ermitteln, so dass die in Kapitel 4.2.2.2 vorgeschlagene Definition der maßgebenden Breite weiter verfolgt wird.

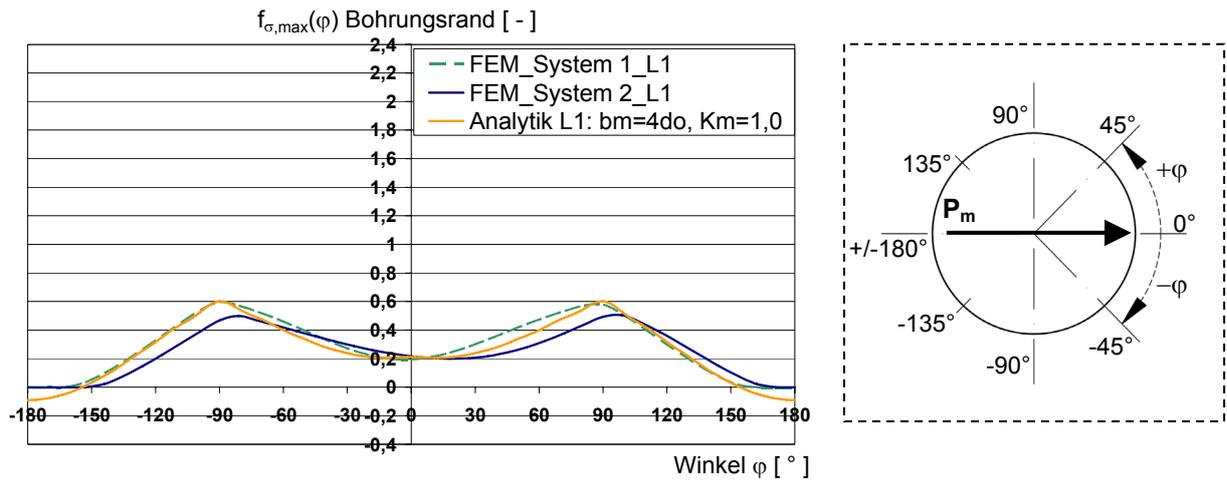


Bild 4.59: $f_{\sigma,max}(\varphi)$ am Bohrungsrand für System 1 (L_1) u. System 2 (L_1), Vergleich FEM-Analytik

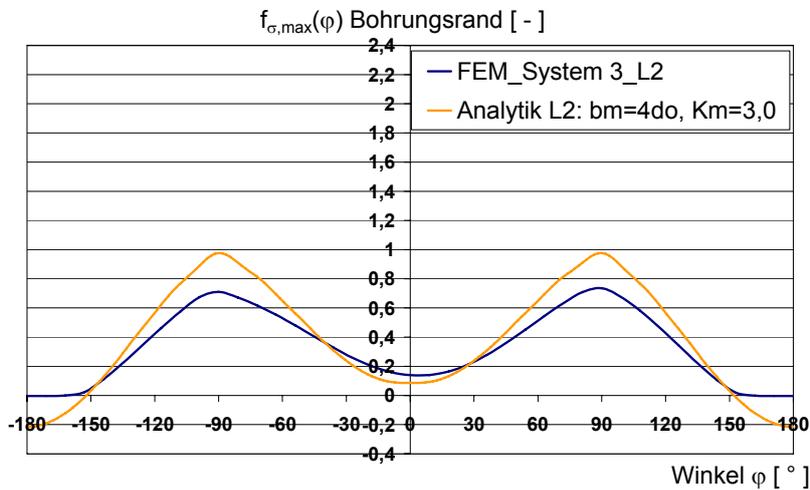


Bild 4.60: $f_{\sigma,max}(\varphi)$ am Bohrungsrand für System 3 (L_2), Vergleich FEM-Analytik

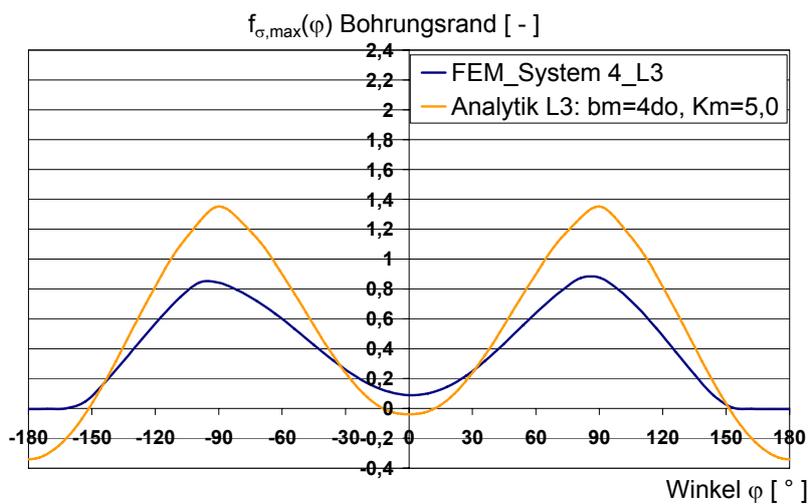


Bild 4.61: $f_{\sigma,max}(\varphi)$ am Bohrungsrand für System 4 (L_3), Vergleich FEM-Analytik

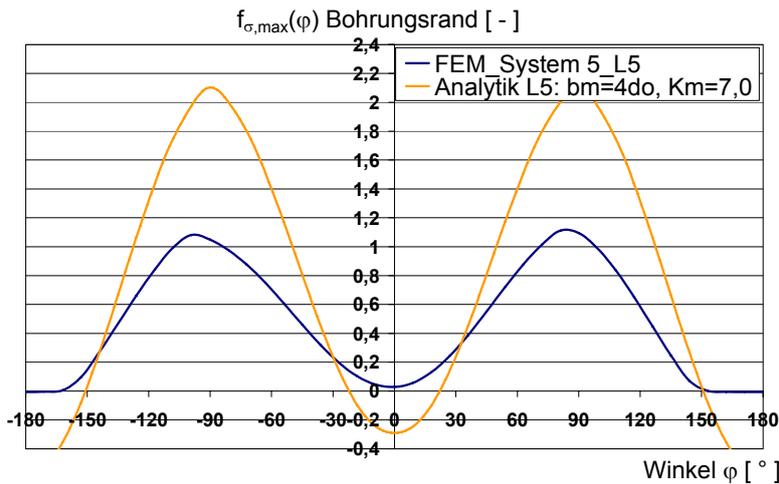


Bild 4.62: $f_{\sigma,\max}(\varphi)$ am Bohrungsrand für System 5 (L_5), Vergleich FEM-Analytik

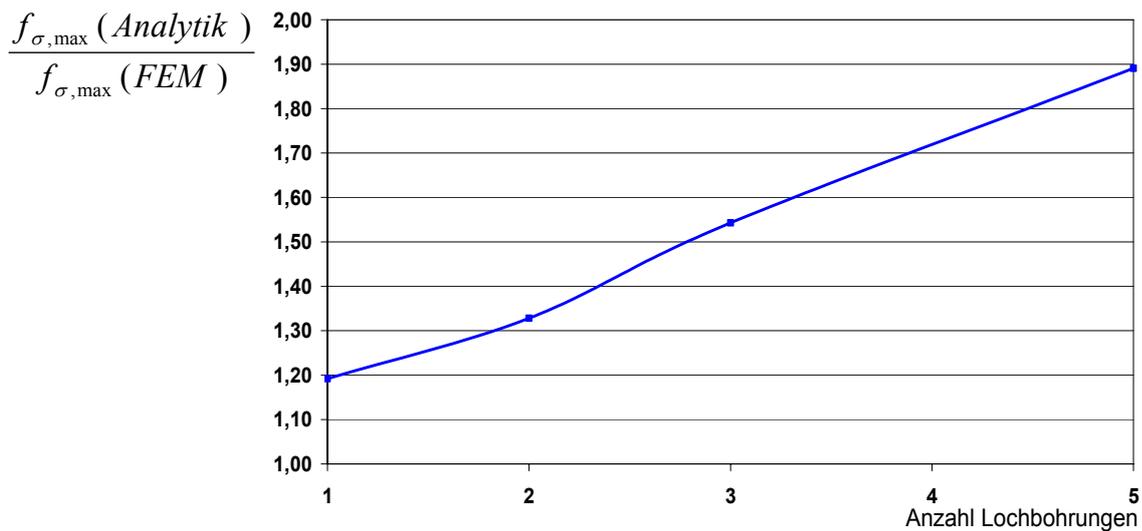


Bild 4.63: Sicherheit der analytischen Lösung bei exzentrischer Bolzenanordnung (System 2 bis System 5) in Abhängigkeit der Anzahl der Lochbohrungen

4.4.2 Querkraft-Momenten-Anschluss

Die rechnerischen Untersuchungen des Q-M-Anschlusses aus Kapitel 4.3.3.3 haben gezeigt, dass die Definition der maßgebenden Breite b_m im analytischen Lösungsansatz zu gültigen Ergebnissen führt, die jedoch zum Teil erheblich auf der sicheren Seite liegen.

Die Berechnungen des Q-M-Anschlusses mit 4 Bolzen (Bild 4.48) werden nun erneut geführt unter Annahme einer größeren maßgebenden Breite b_m , als sie nach bisheriger Definition bestimmt wurde, um ggf. eine Modifikation von b_m zu diskutieren. Die Berechnungen werden durchgeführt unter folgender Annahme:

$b_m = \frac{1}{2} B = e_2 + \frac{1}{2} p_2$ (siehe Bild 4.48 und Bild 4.49)

Anschließend werden die Ergebnisse aus Analytik und numerischen Simulation gegenübergestellt. Konzentriert wird sich dabei auf die bemessungsrelevanten maximalen Tangentialspannungen (Analytik) und maximalen Hauptzugspannungen (FEM) am Bohrungsrand.

Tabelle 4.24: $\sigma_{\varphi, \max}$ am Bohrungsrand aus Analytik, $b_m = \frac{1}{2} B$

L_{11}	L_{12}	L_{21}	L_{22}
$\sigma_{\varphi} = 139,9 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{\varphi} = 165,2 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{\varphi} = 82,4 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{\varphi} = 127,4 \text{ N/mm}^2$
für $\varphi = \pm 89,5^\circ$	für $\varphi = -47,3^\circ$	für $\varphi = 0^\circ$	für $\varphi = -92,3^\circ$
$\Rightarrow f_{\sigma, \max}(\pm 89,5^\circ) = 0,55$	$\Rightarrow f_{\sigma, \min}(-47,3^\circ) = 0,49$	$\Rightarrow f_{\sigma, \max}(0^\circ) = 0,32$	$\Rightarrow f_{\sigma, \min}(-92,3^\circ) = 0,38$

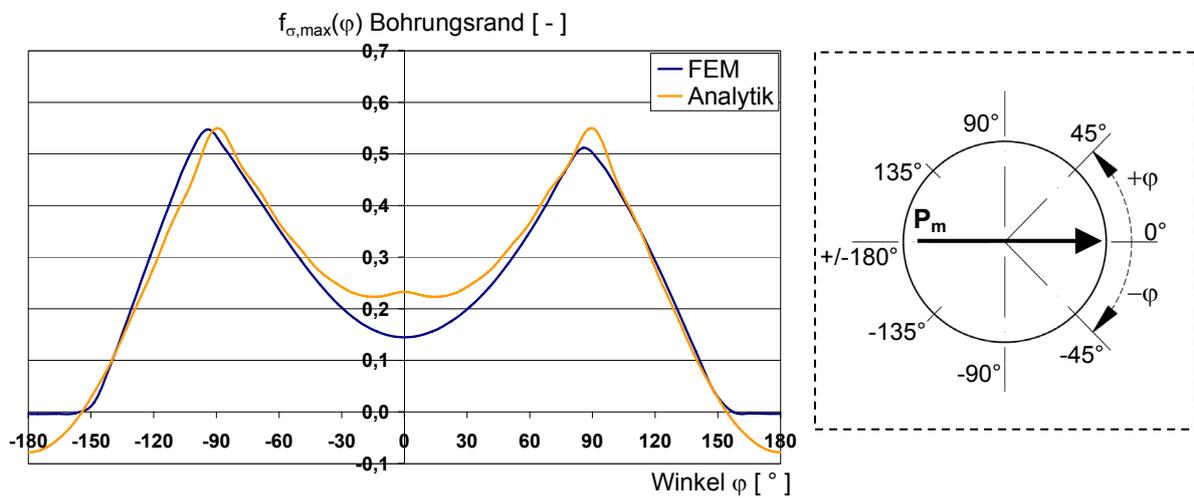


Bild 4.64: $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ am Bohrungsrand aus FEM und Analytik, L_{11}

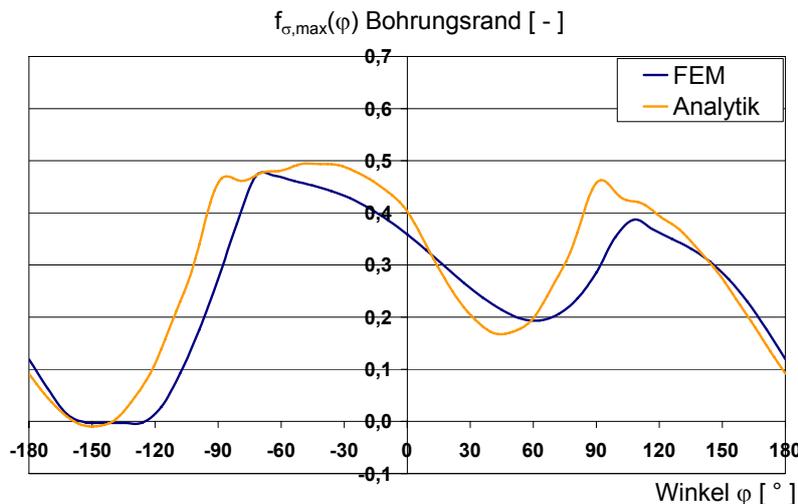


Bild 4.65: $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ am Bohrungsrand aus FEM und Analytik, L_{12}

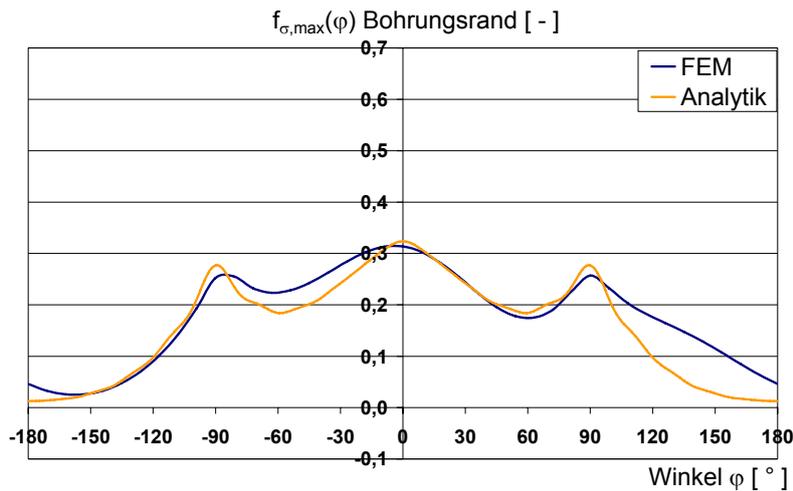


Bild 4.66: $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ am Bohrungsrand aus FEM und Analytik, L_{21}

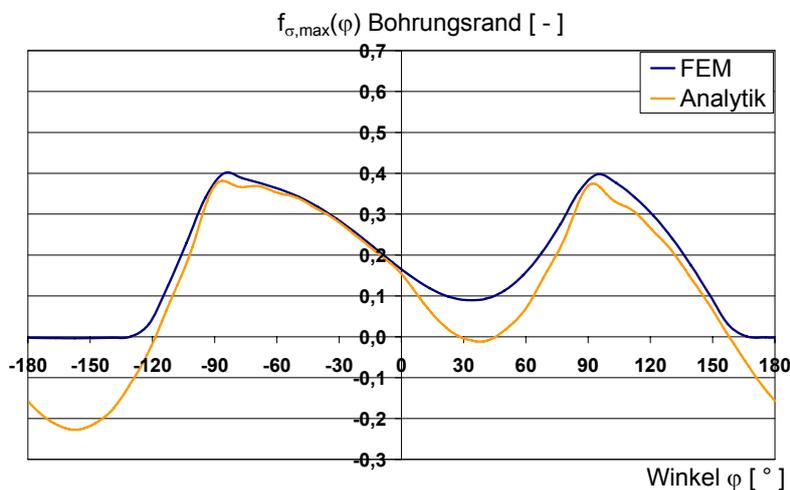


Bild 4.67: $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ am Bohrungsrand aus FEM und Analytik, L_{22}

Die Zugspannungsverläufe am Bohrungsrand stimmen bei Unterstellung von $b_m = \frac{1}{2} B$ mit guter Genauigkeit überein. Mit den zum Teil vereinfachten Annahmen der Randbedingungen, vgl. Kapitel 4.3.2, lassen sich die Unterschiede in den Berechnungsergebnissen erklären.

$f_{\sigma, \max}(\varphi)$ am Bohrungsrand unterscheidet sich bei Vergleich der beiden Berechnungsmethoden (FEM und Analytik) um nunmehr maximal ca. 7%. Darüber hinaus ist allerdings erkennbar, dass die analytische Lösung nicht mehr ausschließlich auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse liefert, siehe Bild 4.67. Die Definition von b_m , wie sie in Kapitel 4.2.2.2 vorgenommen wurde, wird aus diesem Grund in Hinblick auf ein Bemessungskonzept als praktikable Lösung weiter verfolgt.

5 Einflussgrößen auf die Beanspruchung der Scheibe

5.1 Problemstellung und Lösungsweg

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein analytisches Verfahren entwickelt, mit dessen Hilfe die Beanspruchung einer Glasscheibe bei Belastung durch Bolzendruck über die Bohrungswand für beliebige geometrische Randbedingungen ermittelt werden kann. Die Lösung basiert auf dem Superpositionsprinzip, bei dem die durch lokale Beanspruchung hervorgerufenen Spannungen (Lochleibungs-Spannungszustand) linear mit den Spannungen überlagert werden, die sich aus geometrischen und statischen Randbedingungen ergeben (Grund-Spannungszustand).

Bei der Herleitung des Lochleibungs-Spannungszustandes wurde unterstellt, dass die Scheibenbegrenzung einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Beanspruchung der Scheibe hat. Dies konnte durch die durchgeführten Untersuchungen und Berechnungsergebnisse bestätigt werden.

Darüber hinaus wurde den theoretischen Überlegungen zugrunde gelegt, dass als Zwischenmaterial ein Vergussmörtel mit einem E-Modul zwischen 1000 und 5000N/mm² vorgesehen wird und der Spalt zwischen Bohrungsrand und Aluminiumhülse, d.h. die Zwischenschichtstärke, umlaufend konstant $b_{\text{Spalt}}=5\text{mm}$ beträgt. Außerdem wurden Herstell- und Montagetoleranzen sowie Einflüsse aus geringen Bohrlochabständen auf die Beanspruchung der Scheibe vernachlässigt.

Um die Lösung zu vervollständigen werden nun Einzeleinflüsse, die sich z.B. aus Entwurfs- und Herstellbedingungen bei Scher-Lochleibungs-Verbindungen des konstruktiven Glasbaus ergeben, systematisch und differenziert mithilfe theoretischer und numerischer Berechnungen untersucht.

Unterschieden wurde dabei zwischen Einflussfaktoren, die sich

- a) aus der durch die Einzellast hervorgerufene Druckverteilung am Bohrungsrand (Lochleibungsdruck) ergeben, die abhängig ist von
 - der Geometrie der Zwischenschicht (zu überbrückender Spalt zwischen Bohrungsrand und Bolzen b_{Spalt} und Dicke der Zwischenschicht, d.h. Glasdicke t),
 - dem Bolzendurchmesser d_{Bolzen} und
 - der Steifigkeit der Zwischenschicht E_{Zw} ,
- b) aus dem Entwurf der Verbindung ergeben, wie
 - Randabstand der Bohrungen in Lastrichtung e_1 und senkrecht zur Lastrichtung e_2 ,
 - Abstand der Bohrungen in Lastrichtung p_1 und senkrecht zur Lastrichtung p_2 und

- planmäßig unsymmetrische Druckverteilung über die Scheibendicke, und solche, die sich
- c) aus Fertigungs- und Herstelltoleranzen ableiten lassen, wie
 - Scheibenversatz d im Bereich der Bohrung bei VSG,
 - Schlupf Δs des Bolzens im Zwischenmaterial sowie
 - unplanmäßig außermittige Position des Bolzens in der Lochbohrung.

In Tabelle 5.1 werden die einzelnen Parameter den entsprechenden Spannungszuständen, wie sie zuvor in Kapitel 3 behandelt wurden, zugeordnet. Daraus geht hervor, dass einige Einflussfaktoren insbesondere die lokale Beanspruchung im Lochleibungs-Spannungszustand beeinflussen und sich andere überwiegend auf globale Randbedingungen zurückführen lassen und sich deshalb auf den Grund-Spannungszustand auswirken.

Weitere Parameter üben Einfluss auf beide Spannungszustände aus.

Tabelle 5.1: Einfluss einzelner Parameter auf Lochleibungs- bzw. Grund-Spannungszustand

Untersuchte Parameter		Einfluss auf
Entwurfparameter	Randabstand e_1 und e_2 (in und senkrecht zur Lastrichtung)	Grund-Spannungszustand σ_{Grund}
	Bohrungsabstand p_1 und p_2 (in und senkrecht zur Lastrichtung)	
	planmäßig unsymmetrische Druckverteilung über die Scheibendicke t	Grund- und Lochleibungs-Spannungszustand
Herstell- und Fertigungstoleranzen	Scheibenversatz d im Bereich der Bohrung bei VSG	σ_{Grund} und $\sigma_{\text{Lochleibung}}$
	Schlupf Δs des Bolzens im Zwischenmaterial	Lochleibungs-Spannungszustand
	unplanmäßig außermittige Position des Bolzens in der Lochbohrung (u_x bzw. u_z)	
Druckverteilung am Bohrungsrand	Geometrie der Zwischenschicht (d_{Spalt} und t)	$\sigma_{\text{Lochleibung}}$
	Steifigkeit der Zwischenschicht E_{Zw}	

In den folgenden Kapiteln werden die Einflussfaktoren systematisch in Hinblick auf die Beanspruchung der Scheibe rechnerisch untersucht.

5.2 Parameter, die sich auf den Lochleibungsdruck am Bohrungsrand auswirken

5.2.1 Berechnungsparameter

Die analytische Lösung geht von einem gleichmäßigen Lasteintrag der Bolzenlast über die Scheibendicke t und von einem linearen Zusammenhang zwischen dem Lochleibungsdruck und dem Bohrungsradius a aus, so dass die Beanspruchung der Scheibe im Lochleibungs-Spannungszustand direkt proportional von der Bolzenlast P_x , sowie antiproportional vom Bohrungsdurchmesser d_o bzw. -radius a abhängt. Dieser Annahme wurde durch den Spannungsfaktor $f_p(\varphi)$ als bezogener Lochleibungsdruck (Größe der Dimension 1) Rechnung getragen, indem der von der Bolzenlast abhängige Lochleibungsdruck $p_x(\varphi)$ in [Kraft/Längeneinheit] mit dem Faktor (a/P_x) multipliziert wird:

$$f_p(\varphi) = p_x(\varphi) \cdot \frac{a}{P_x} \quad (5.1)$$

worin

- $f_p(\varphi)$ = bezogener Lochleibungsdruck [-]
- $p_x(\varphi)$ = Lochleibungsdruck [Kraft/Längeneinheit]
- a = Bohrlochradius = $\frac{1}{2} d_o$
- P_x = Bolzenlast

Mithilfe von $f_p(\varphi)$, der sich aus durchgeführten FEM-Berechnungen ermitteln lässt, kann anschließend in Abhängigkeit von φ , bezogen auf die Lastrichtung, die Belastung am Bohrungsrand gemäß Gleichung (5.2) für beliebige Bolzenlasten P_x und beliebige Bohrungsradien a bestimmt werden.

$$p_x(\varphi) = f_p(\varphi) \cdot \frac{P_x}{a} \quad (5.2)$$

Weiter wurde unterstellt, dass sich die Scheibendicke t reziprok auf die Beanspruchung der Scheibe auswirkt, so dass ein Spannungsfaktor $f_\sigma(\varphi)$ definiert werden kann:

$$f_\sigma(\varphi) = \sigma(a, \varphi) \cdot \frac{a \cdot t}{P_x} \quad (5.3)$$

$$\Leftrightarrow \sigma(a, \varphi) = f_\sigma(\varphi) \cdot \frac{P_x}{a \cdot t} \quad (5.4)$$

worin

- $f_{\sigma}(\varphi)$ = Spannungsfaktor [-]
- $\sigma(a, \varphi)$ = Spannung am Bohrungsrand
- a = Bohrlochradius = $\frac{1}{2} d_o$
- t = Scheibendicke
- P_x = Bolzenlast

Das analytische Verfahren zur Ermittlung der Beanspruchung im Glas wurde hinsichtlich seiner Plausibilität geprüft und konnte als eine auf der sicheren Seite liegenden Lösung bestätigt werden.

Um nun ergänzend einzelne Parameter, die sich auf die Belastung im Bohrungsbe-
reich und somit auf die Lochleibungsspannung auswirken, systematisch zu untersu-
chen und den Einfluss auf die Scheibenbeanspruchung detailliert und für weitere
Detailausführungen als bisher betrachtet zu erfassen, wurden für das in Bild 5.1
dargestellte Grundsystem numerische Berechnungen unter Variation folgender Ein-
flussgrößen durchgeführt:

- Zwischenschichtstärke (=Spaltbreite) b_{Spalt} bzw. Bolzendurchmesser d_{Bolzen} ,
- Glasdicke t und
- Bohrlochdurchmesser d_o .

Die Gültigkeit der oben genannten Annahmen (Beanspruchung der Scheibe antipro-
portional zu a und t) soll durch die Ergebnisse als eine auf der sicheren Seite liegen-
de Lösung bestätigt werden.

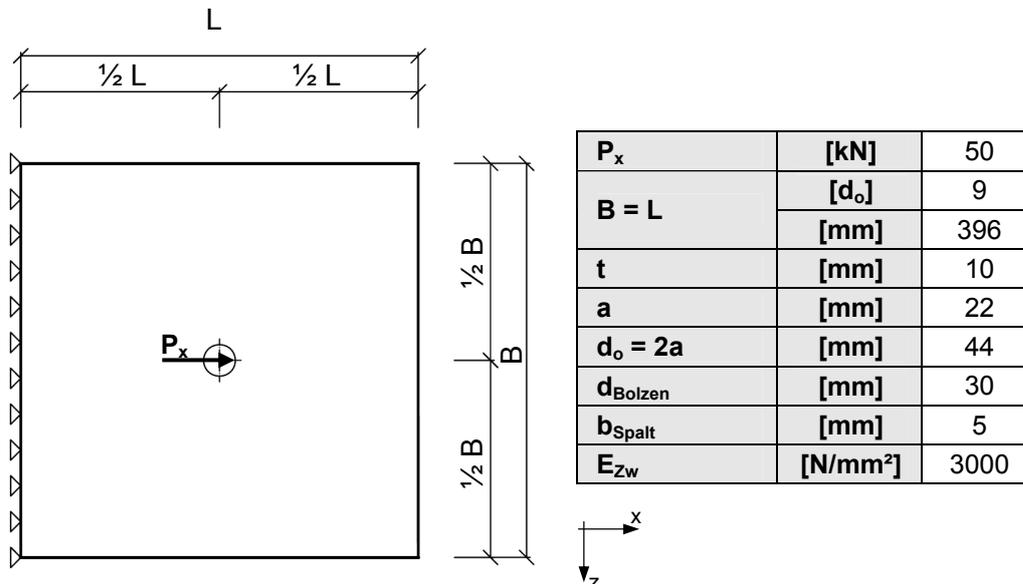


Bild 5.1: Einfluss von Parametern, die sich auf den Lochleibungsdruck auswirken, System

5.2.2 Zwischenschichtstärke b_{Spalt} bzw. Bolzendurchmesser d_{Bolzen}

Zur Untersuchung des Einflusses von b_{Spalt} auf die Beanspruchung der Scheibe wurden Finite-Elemente-Berechnungen durchgeführt, bei denen die Spaltbreite zwischen Bolzen und Bohrungsrand gemäß Bild 5.2 variiert wurde. Der Bohrungsdurchmesser d_o blieb konstant, so dass eine Änderung der Zwischenschichtstärke aus geometrischen Gründen entsprechend zu verschiedenen resultierenden Bolzendurchmessern d_{Bolzen} führte.

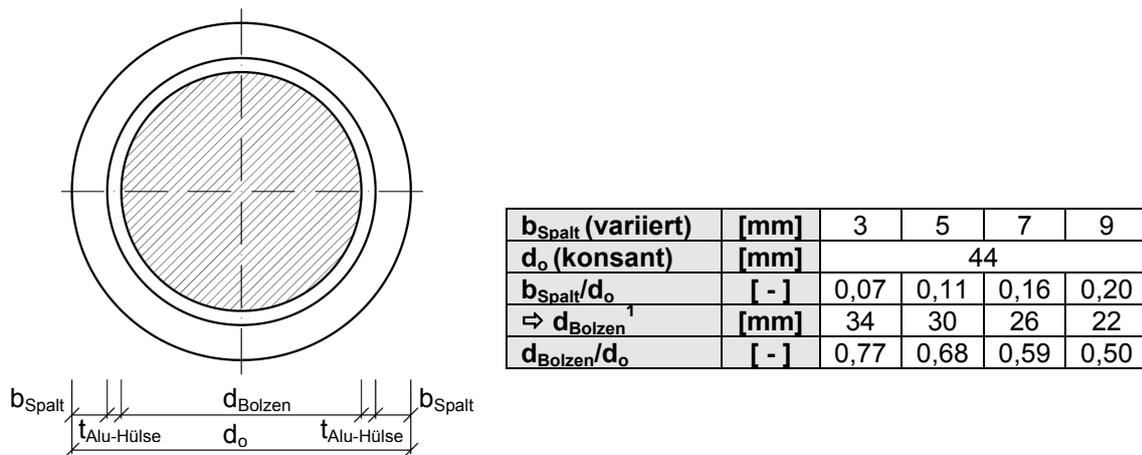


Bild 5.2: Einfluss von b_{Spalt} bzw. d_{Bolzen} auf $f_{\sigma}(\varphi)$, Berechnungsparameter

Der Verlauf von $f_{\sigma, \text{max}}(\varphi)$ über den Bohrungsrand für unterschiedliche b_{Spalt} bzw. d_{Bolzen} kann Bild 5.3 entnommen werden. Es zeigt sich, dass die Zugspannungen am Bohrungsrand für unterschiedliche Verhältnisse b_{Spalt}/d_o nahezu identisch verlaufen.

Die Spannungsänderung in der Glasscheibe in Abhängigkeit von b_{Spalt} bzw. d_{Bolzen} bezogen auf die Spaltbreite, die in der Grundgeometrie definiert wurde, und auf die das später abgeleitete Bemessungskonzept bezogen wird ($b_{\text{Spalt}}=5\text{mm}$, d.h. $b_{\text{Spalt}}/d_o=0,11$ und $d_{\text{Bolzen}}/d_o=0,68$) kann Tabelle 5.2 sowie in grafischer Darstellung Bild 5.4 entnommen werden.

¹ Unter Berücksichtigung von $t_{\text{Alu-Hülse}} = 2\text{mm}$

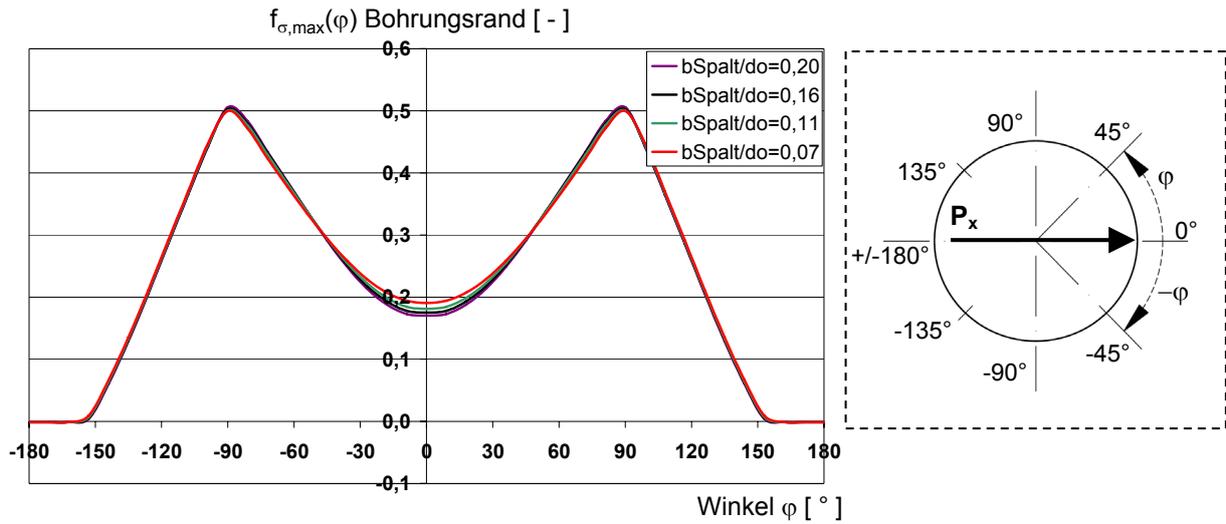


Bild 5.3: $f_{\sigma,max}(\varphi)$ am Bohrungsrand für unterschiedliches Verhältnis b_{Spalt}/d_o , FEM

Tabelle 5.2: Einfluss von b_{Spalt} bzw. d_{Bolzen} auf den Maximalwert $f_{\sigma,max}$ am Bohrungsrand, FEM

b_{Spalt}	[mm]	3	5	7	9
$\frac{b_{Spalt}}{d_o}$	[-]	0,07	0,11	0,16	0,20
$\frac{d_{Bolzen}}{d_o}$	[-]	0,77	0,68	0,59	0,50
$f_{\sigma,max,bSpalt}$	[-]	0,500	0,500	0,502	0,506
$\frac{f_{\sigma,max,bSpalt}}{f_{\sigma,max,bSpalt=5mm}}$	[-]	0,999	1,000	1,004	1,011

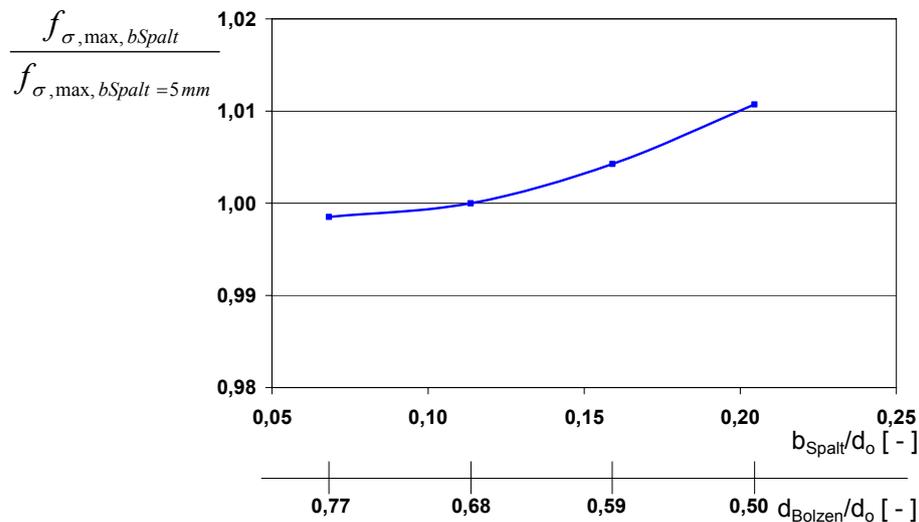


Bild 5.4: Einfluss von b_{Spalt} bzw. d_{Bolzen} auf $f_{\sigma,max}$ am Bohrungsrand, FEM

Die Untersuchungen zeigen, dass b_{Spalt} bzw. d_{Bolzen} im untersuchten Bereich zu einer maximalen Spannungszunahme um ca. 1% bewirkt. Von einer Berücksichtigung in dem an späterer Stelle abgeleiteten Bemessungskonzept wird bei Einhaltung der in diesem Kapitel behandelten Spaltbreiten abgesehen.

5.2.3 Scheibendicke t

Der Belastungsansatz der analytischen Lösung unterstellt eine gleichmäßige Lochleibungsbelastung über die Scheibendicke t . Darüber hinaus wird in der analytischen Lösung davon ausgegangen, dass sich t reziprok auf die Spannungen am Bohrungsrand auswirkt. Um den exakten Spannungsverlauf über die Scheibendicke t zu erfassen, wurden numerische Simulationen unter Variation von t durchgeführt. Zu beachten ist, dass Scheibendicken bis 15 mm (in Sonderfällen bis 19 mm) als Mono-Scheiben ausgeführt werden können und Scheibendicken, die über 15 mm (19 mm) hinausgehen, als 2-fach bzw. 3-fach VSG auszubilden sind. Einflüsse, die aus Scheibenversatz bei VSG auf die Beanspruchung der Scheibe entstehen, werden in Kapitel 5.4.2 untersucht.

Der Verlauf von $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ über den Bohrungsrand an der maßgebenden Stelle für unterschiedliche t kann Bild 5.5 entnommen werden. Es zeigt sich, dass die Verläufe von $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ am Bohrungsrand dort, wo das Maximum auftritt, für alle untersuchten Scheibendicken mit guter Genauigkeit übereinstimmen.

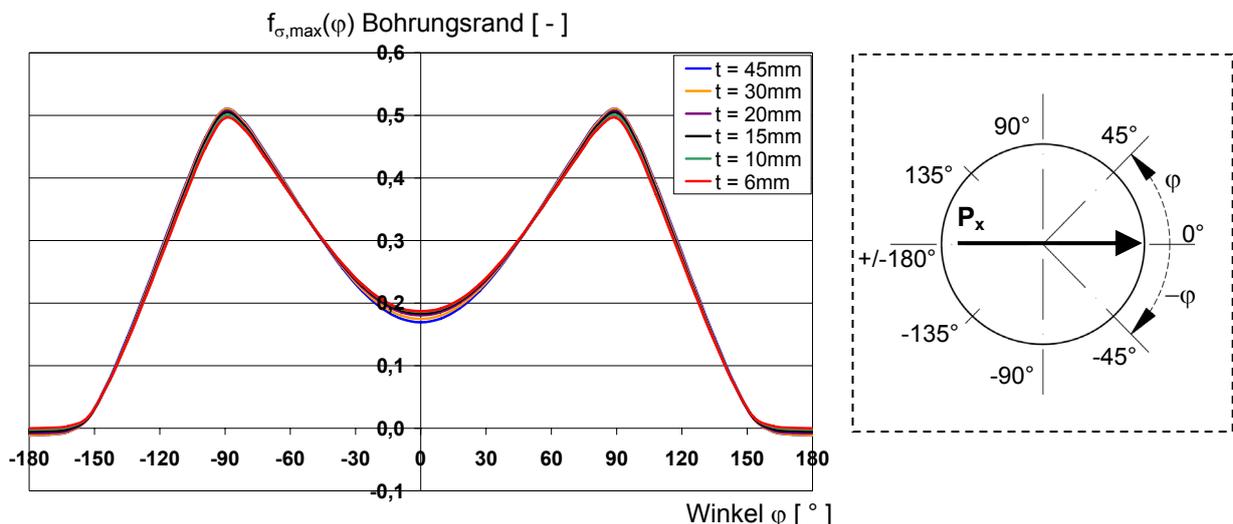


Bild 5.5: $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ am Bohrungsrand für unterschiedliche Scheibendicken t , FEM

In Bild 5.6 ist der Spannungsfaktor bei $\varphi=90^\circ$ $f_{\sigma, t}(90^\circ)$ über t (normiert) für unterschiedliche Scheibendicken dargestellt. Je größer die Scheibendicke t , umso stärker wirkt sich die geringe Steifigkeit der Hülse auf den Verlauf der Zugspannungen aus.

Während sich für vergleichsweise kleines t die Zugspannungen in der Achse der Scheibe $f_{\sigma,max,t}(90^\circ)$ bei $0,5t$ nur gering von der Spannung an der Randfaser $f_{\sigma,t,Rand}(90^\circ)$ bei $0t$ bzw. $1,0t$ unterscheiden, ist bei großen t ein deutlicher Unterschied zwischen den Spannungen bei $0,5t$ und 0 bzw. $1,0t$ erkennbar, vgl. Bild 5.6 und Tabelle 5.3.

Da die maximale Zugspannung in der mittleren Faser der Scheibe in die Bemessung eingeht, hat der Verlauf der Spannungen über die Scheibendicke keinen direkten Einfluss auf das später abgeleitete Nachweiskonzept. Allerdings muss bei der Glasveredelung durch den Vorspannprozess sichergestellt werden, dass die Oberflächendruckspannung bei $0,5t$ den charakteristischen Wert gemäß den gültigen Regelwerken nicht unterschreitet. Bild 5.8 und Tabelle 5.3 kann der Einfluss von t auf die maximalen Zugspannungen am Bohrungsrand für $\varphi=90^\circ$ entnommen werden.

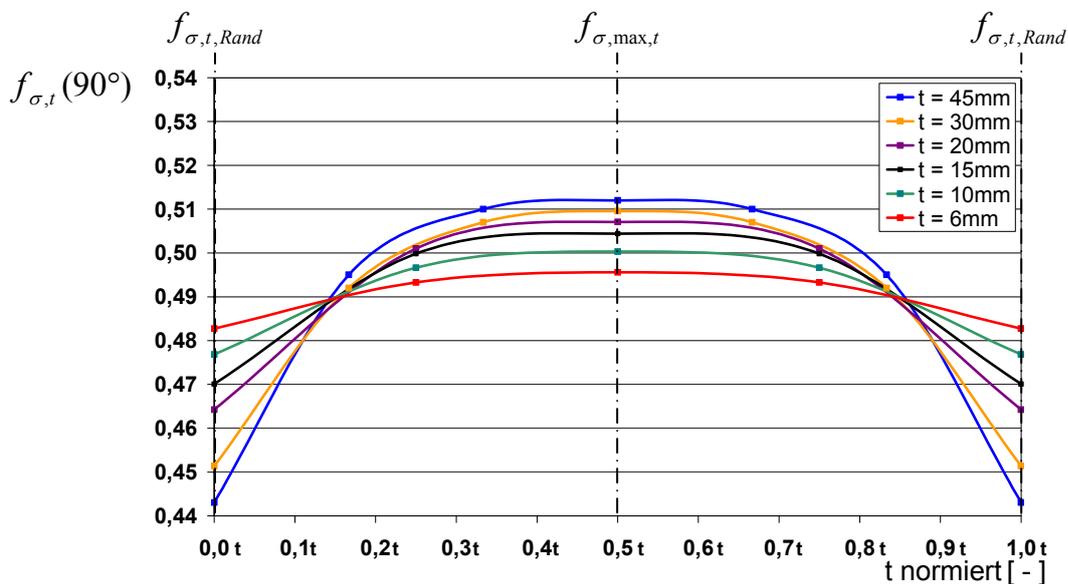


Bild 5.6: $f_{\sigma,t}(90^\circ)$ am Bohrungsrand über t (normiert) für unterschiedliche t , FEM

Tabelle 5.3: Einfluss von t auf $f_{\sigma,t}$ am Bohrungsrand, FEM

t	[mm]	6	10	15	20	30	45
$f_{\sigma,max,t}$	[-]	0,496	0,500	0,504	0,507	0,510	0,510
$f_{\sigma,t,Rand}$	[-]	0,483	0,477	0,470	0,464	0,451	0,443
$\frac{f_{\sigma,max,t}}{f_{\sigma,t,Rand}}$	[-]	1,03	1,05	1,07	1,09	1,13	1,15
$\frac{f_{\sigma,max,t}}{f_{\sigma,max,t=10mm}}$	[-]	0,99	1,00	1,01	1,01	1,02	1,02

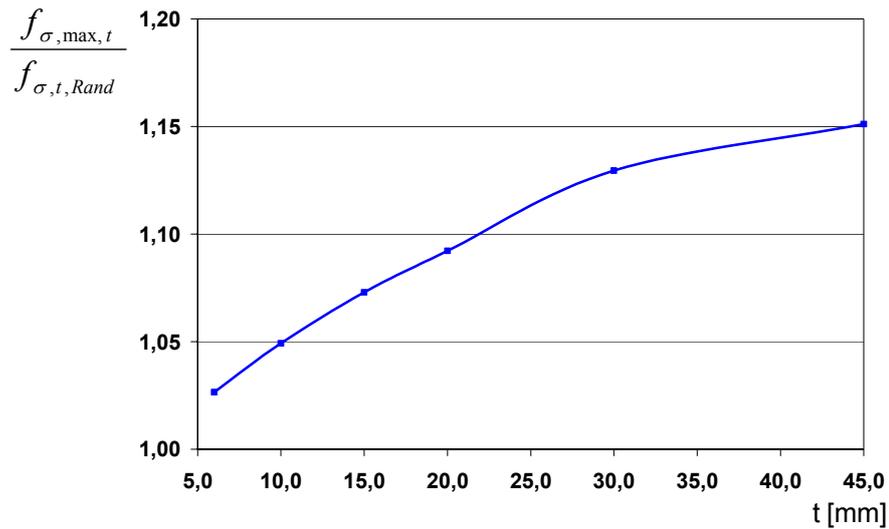


Bild 5.7: Einfluss von t auf das Verhältnis $f_{\sigma, \max, t}$ zu $f_{\sigma, t, \text{Rand}}$, FEM

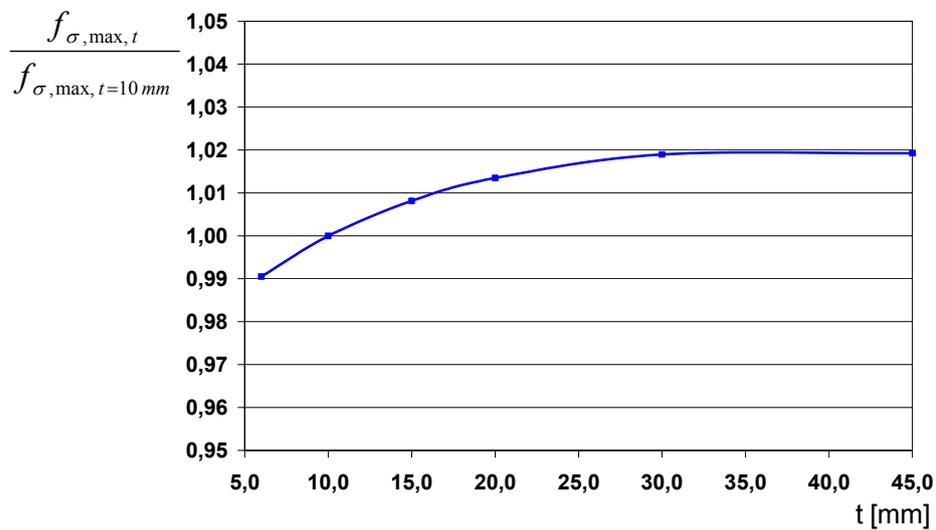


Bild 5.8: Einfluss von t auf $f_{\sigma, \max}$ am Bohrungsrand, FEM

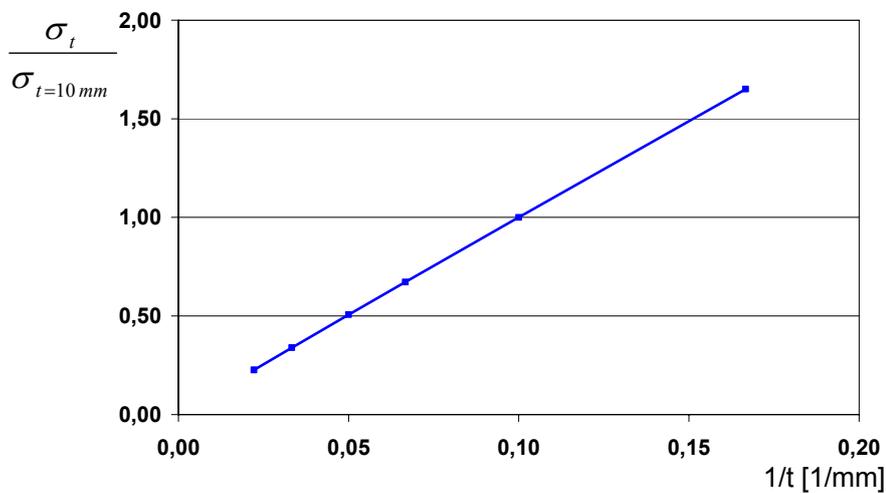


Bild 5.9: Reziproker Zusammenhang zwischen maximaler Zugspannung (σ_1) und t, FEM

Die Untersuchungen zeigen, dass die Scheibendicke t keinen entscheidenden Einfluss auf den maximalen Spannungsfaktor $f_{\sigma, \max}$ am Bohrungsrand hat (im untersuchten Bereich max. 2%). Daraus kann abgeleitet werden, dass sich durch Annahme der Reziprozität von t auf die maximalen Zugspannungen am Bohrungsrand die Beanspruchung der Scheibe mit hinreichender Genauigkeit erfassen lässt. Der reziproke Zusammenhang zwischen t und der maximalen Zugspannung kann Bild 5.9 entnommen werden.

Betrachtet man den Verlauf von $f_{\sigma, \max}$ über t , stellen sich in der mittleren Faser der Scheibe Spannungen ein, die bis zu 15% höher liegen als an der Randfaser.

Da jedoch bei der analytischen Berechnung, wie zuvor erläutert wurde, von einem gleichmäßigen Spannungsverlauf über t ausgegangen wird und die maximale Spannung in die Lösung eingeht, wird die Beanspruchung der Scheibe auf der sicheren Seite liegend erfasst.

5.2.4 Bohrungsdurchmesser d_o

Bei störungsfreien Kontaktbedingungen zwischen Glasbohrung und Zwischenschicht wird die Bolzenlast über die Hälfte der Bohrlochwandung in das Glas eingeleitet, d.h. der Kontaktwinkel α_{Kontakt} beträgt 180° . Mithilfe numerischer Simulationen wurden Berechnungen für verschiedene d_o durchgeführt, vgl. Bild 5.10, mit dem Ziel, den linearen Zusammenhang zwischen $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ und Bohrlochradius, wie er in der analytischen Lösung zu Grunde gelegt wird, zu überprüfen und als eine auf der sicheren Seite liegende Annahme zu bestätigen.

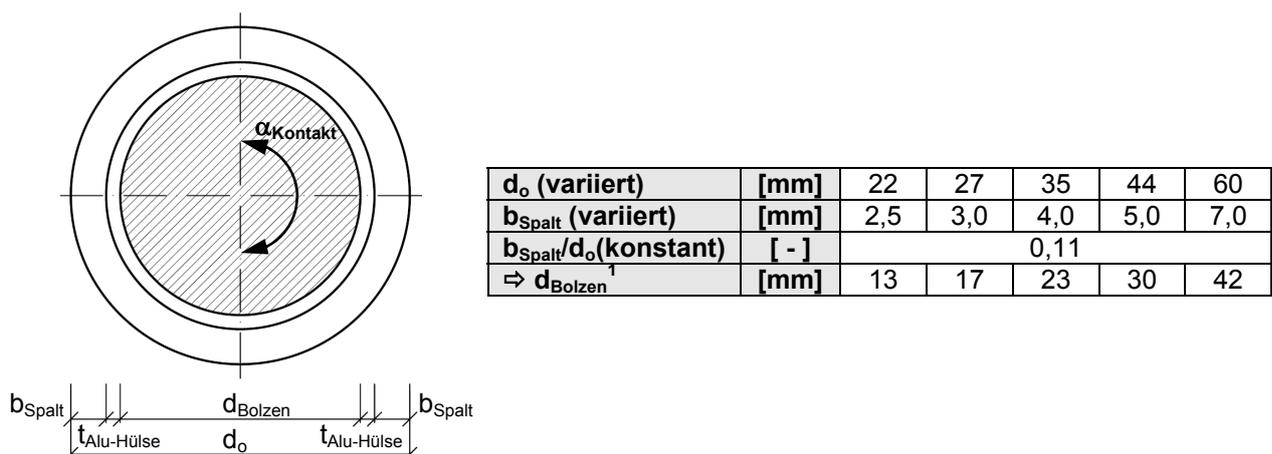


Bild 5.10: Einfluss von d_o auf $f_{\sigma}(\varphi)$ bei gleichbleibendem Verhältnis b_{Spalt}/d_o

¹ Unter Berücksichtigung von $t_{\text{Alu-Hülse}} = 2\text{mm}$

Der Verlauf von $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ über den Bohrungsrand für unterschiedliche d_o kann Bild 5.11 entnommen werden. Es zeigt sich, dass der Maximalwert $f_{\sigma, \max}$ mit zunehmendem d_o ansteigt.

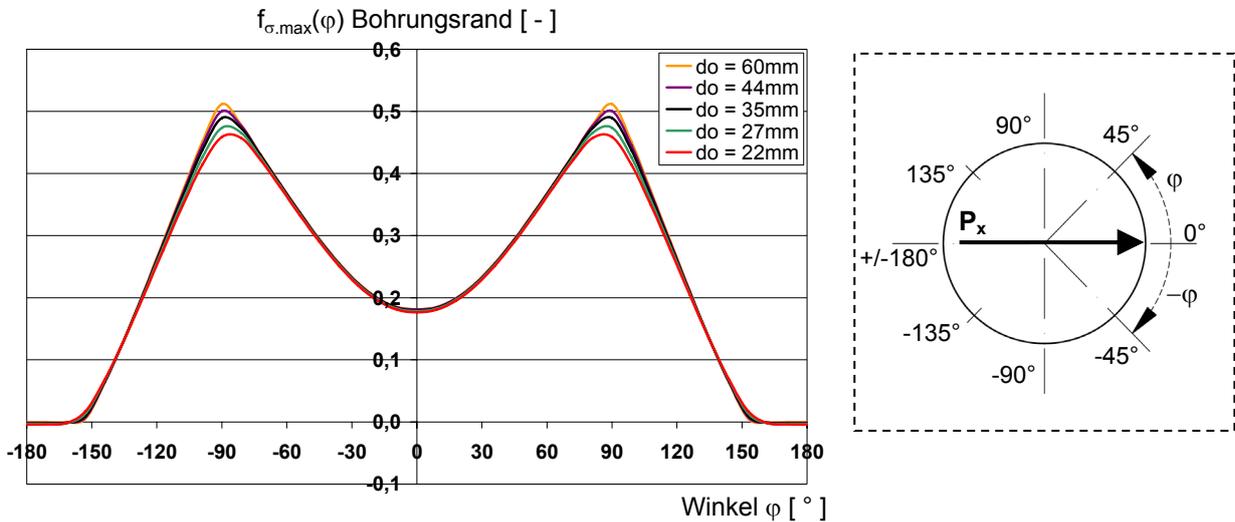


Bild 5.11: $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ am Bohrungsrand für unterschiedliche d_o , FEM

Tabelle 5.4: Einfluss von d_o auf $f_{\sigma, \max}$ am Bohrungsrand, FEM

d_o	[mm]	22	27	35	44	60
$f_{\sigma, \max, do}$	[-]	0,459	0,474	0,489	0,500	0,512
$\frac{f_{\sigma, \max, do}}{f_{\sigma, \max, do=44 \text{ mm}}}$	[-]	0,92	0,95	0,98	1,00	1,02

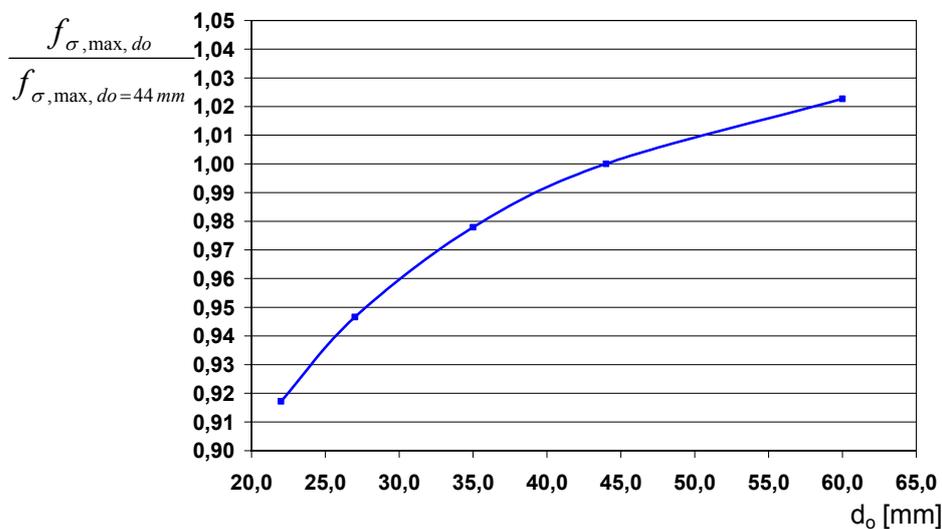


Bild 5.12: Einfluss von d_o auf $f_{\sigma, \max}(90^\circ)$ am Bohrungsrand, FEM

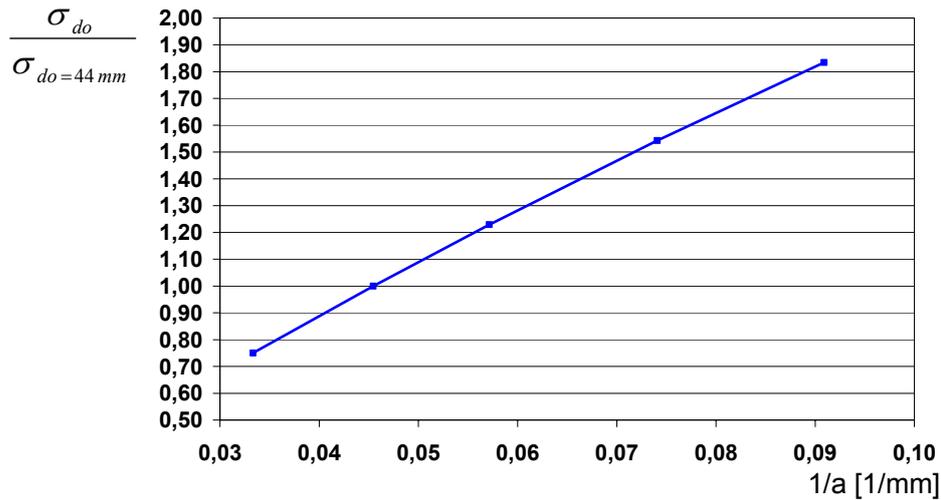


Bild 5.13: Reziproker Zusammenhang zwischen maximaler Zugspannung und d_o , FEM

Die Untersuchungen zeigen, dass der Bohrlochdurchmesser d_o einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf den Spannungsfaktor am Bohrungsrand ausübt, er steigt mit zunehmendem d_o an, siehe Bild 5.12. Der Zusammenhang zwischen $1/a$ und der maximalen Zugspannung im Verhältnis zur maximalen Zugspannung für $d_o=44\text{mm}$ kann Bild 5.13 entnommen werden.

Im später abgeleiteten Bemessungskonzept wird der Spannungserhöhung für $d_o>44\text{mm}$ Rechnung getragen.

5.3 Entwurfparameter

5.3.1 Berechnungsparameter

Alle Berechnungen zur Untersuchung des Einflusses der Entwurfparameter auf die Beanspruchung der Scheibe im Bohrungsbereich wurden unter Berücksichtigung der in Tabelle 5.5 aufgeführten Berechnungsgrößen durchgeführt.

Tabelle 5.5: Einfluss Entwurfparameter auf $f_{\sigma}(\varphi)$ am Bohrungsrand, Berechnungsgrößen

P_x	[kN]	50
a	[mm]	22
$d_o = 2a$	[mm]	44
d_{Bolzen}	[mm]	30
t	[mm]	10
E_{Zw}	[N/mm ²]	3000
b_{Spalt}	[mm]	5

5.3.2 Scheibenbreite B bzw. maßgebende Breite b_m

Zur Ermittlung des Einflusses der maßgebenden Breite b_m bzw. der Scheibenbreite B auf die Spannungen am Bohrungsrand wurden analytische und numerische Berechnungen für das in Bild 5.14 dargestellte System durchgeführt.

Die maßgebende Breite b_m ist dabei die Breite, die für die analytische Berechnung der Beanspruchung der Scheibe herangezogen werden darf. Sie ergibt sich aus den geometrischen Entwurfparametern eines Anschlusses, wie Scheibenbreite, Bohrungsabstand senkrecht zur Lastrichtung p_2 und Randabstand der Bohrung in Lastrichtung e_1 . Für Scheiben, bei denen die tatsächliche Scheibenbreite B maßgebend ist, gilt bei Anwendung der analytischen Lösung $b_m=B$.

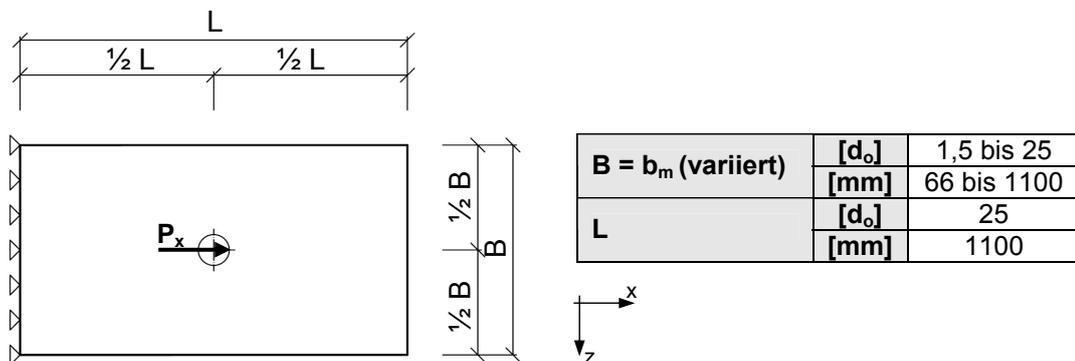


Bild 5.14: System zur Ermittlung des Einflusses von B auf $f_{\sigma}(\varphi)$

Der Verlauf von $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ über den Bohrungsrand wird nun für maßgebende Breiten b_m (Analytik) bzw. B (FEM) zwischen $1,5d_o$ (bzw. $3d_o$) und $25d_o$ in Bild 5.15 und Bild 5.16 grafisch dargestellt.

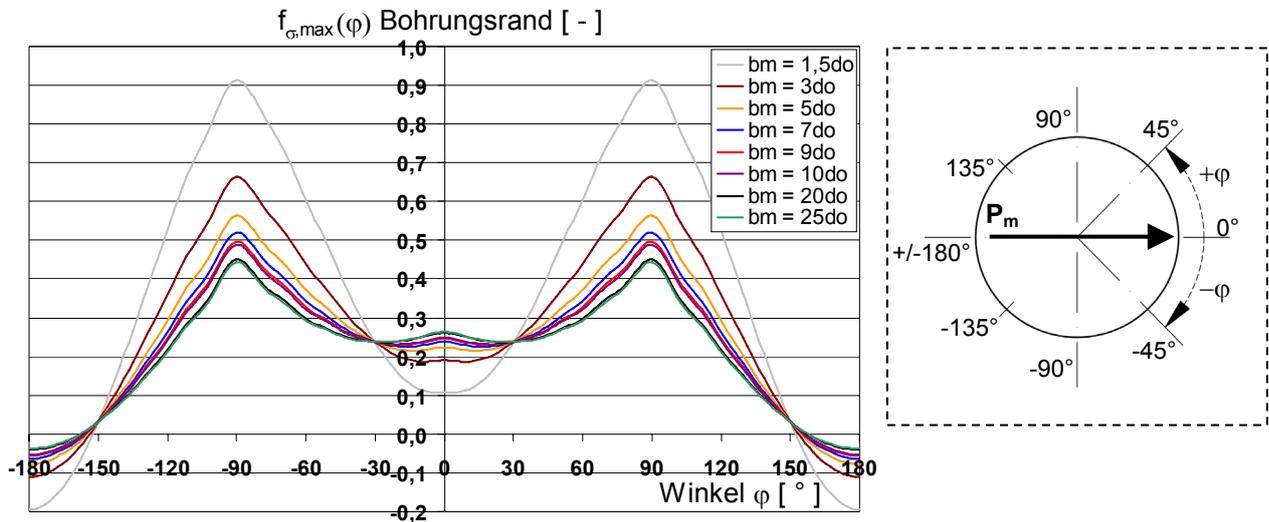


Bild 5.15: $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ am Bohrungsrand für verschiedene b_m , Analytik

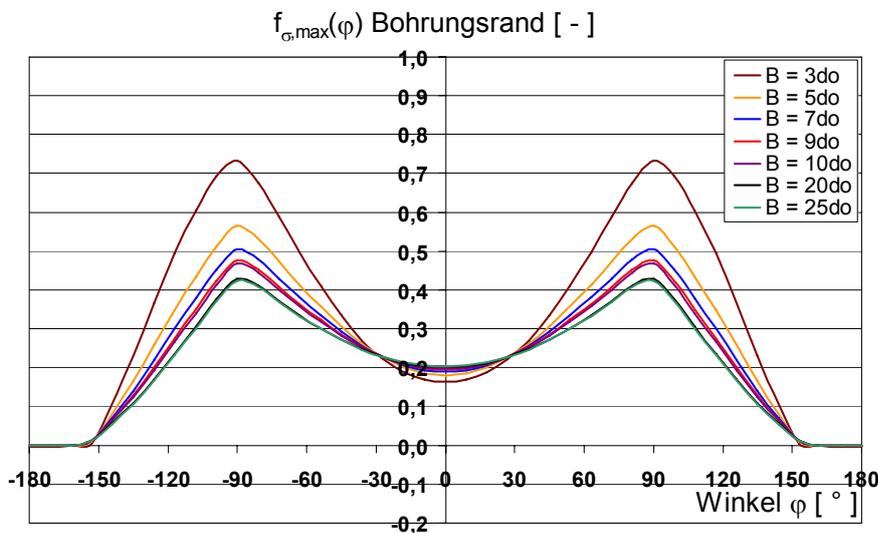


Bild 5.16: $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ am Bohrungsrand für verschiedene B , FEM

Aus beiden Diagrammen geht hervor, dass die maximalen Zugspannungen am Bohrungsrand mit abnehmender rechnerischer Breite ansteigen.

In Tabelle 5.6 werden die aus analytischen und Finite-Elemente-Berechnungen ermittelten maximalen Spannungsfaktoren $f_{\sigma, \max}$ am Bohrungsrand für rechnerische Breiten zwischen $1,5d_o$ und $25d_o$ angegeben und in Bild 5.17 für beide Berech-

nungsmethoden grafisch in Abhängigkeit von b_m bzw. B dargestellt. Bild 5.18 kann das Verhältnis $\frac{f_{\sigma,max,bm}(Analytik)}{f_{\sigma,max,B}(FEM)}$ in grafischer Darstellung und damit die Sicherheit der analytischen Lösung im Vergleich zur numerischen Simulation entnommen werden. Für $\frac{f_{\sigma,max,bm}}{f_{\sigma,max,B}} \geq 1,0$ stellt das analytische Verfahren eine auf der sicheren Seite liegende Lösung des Spannungsproblems in der Scheibe dar.

Tabelle 5.6: $f_{\sigma,max}$ am Bohrungsrand in Abhängigkeit von b_m (Analytik) bzw. B (FEM)

b_m bzw. B		$[d_o]$	1,5	3,0	5,0	7,0	9,0	10,0	20,0	25,0
Analytik	$f_{\sigma,max,bm}$	[-]	0,91	0,66	0,56	0,52	0,50	0,49	0,45	0,44
FEM	$f_{\sigma,max,B}$	[-]	1,94	0,73	0,56	0,51	0,48	0,47	0,43	0,42
$\frac{f_{\sigma,max,bm}}{f_{\sigma,max,B}}$		[-]	0,47	0,90	1,00	1,03	1,04	1,05	1,05	1,04
$\frac{f_{\sigma,max,B}}{f_{\sigma,max,B=L=25d_o}}$		[-]	4,58	1,73	1,33	1,19	1,12	1,10	1,01	1,0

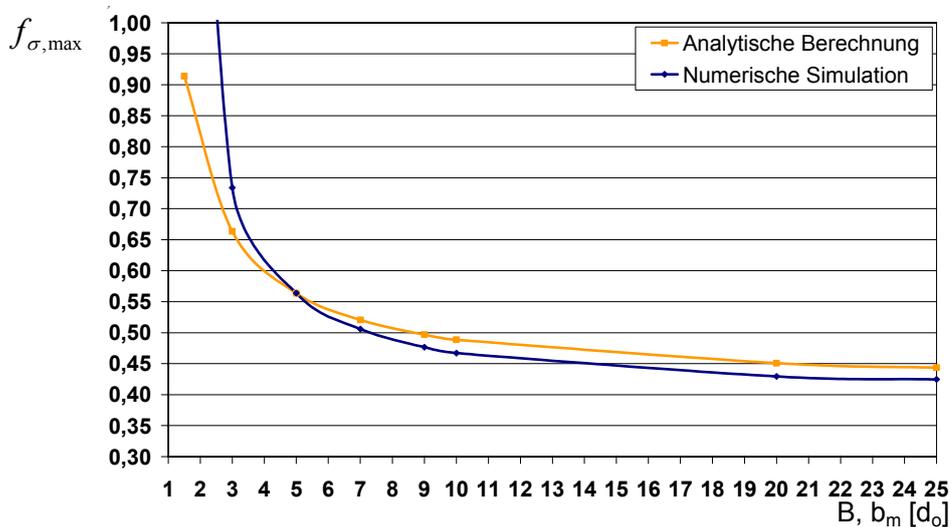


Bild 5.17: $f_{\sigma,max}$ am Bohrungsrand aus Analytik und FEM in Abhängigkeit von b_m bzw. B

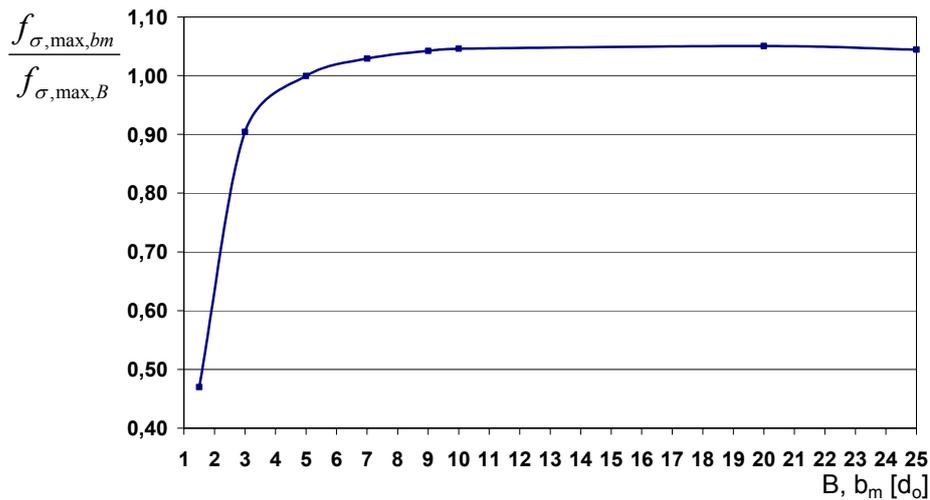


Bild 5.18: Sicherheit der analytischen Lösung in Abhängigkeit der rechnerischen Breite

Bild 5.17 und Bild 5.18 zeigen, dass die mit den beiden Berechnungsmethoden ermittelten maximalen Spannungen am Bohrungsrand für rechnerische Breiten $\geq 4d_0$

mit guter Genauigkeit übereinstimmen, d.h. für $b_m \geq 4d_0$ gilt: $\left| 1 - \left(\frac{f_{\sigma,max,bm}}{f_{\sigma,max,B}} \right) \right| \leq 0,05$.

Für $B=b_m > 5d_0$ liefert die analytische Lösung zudem auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse.

Für maßgebende Breiten $b_m < 3d_0$ ist nicht mehr von der Gültigkeit der analytischen Lösung auszugehen. Bei kleinen Scheibenbreiten bewirkt die Bolzenlast eine Einschnürung der Glasscheibe im Bereich der Lochbohrung, was zu einem starken Spannungszuwachs im Bereich der Lochbohrung führt. Dieser wird im analytischen Modell nicht erfasst. Für den konstruktiven Glasbau sind Scheibenbreiten $< 3d_0$ in der Regel jedoch nicht praxisrelevant (derzeit gültige Richtlinien, z.B. [65], lassen als minimale Glasbreite zwischen Bohrungsrand und Scheibenrand lediglich 80mm zu, vgl. auch [45]), so dass von einer weiterführenden Untersuchung für Scheibenbreiten $< 3d_0$ in dieser Arbeit abgesehen wird.

Um den Einfluss aus begrenzter Scheibenbreite auf die Beanspruchung der Scheibe zu untersuchen, wurde die Spannungserhöhung an der maßgebenden Stelle in Abhängigkeit der rechnerischen Scheibenbreite ermittelt. Für Scheibenbreiten $\geq 25d_0$ ist lediglich mit einer geringen weiteren Spannungsabnahme zu rechnen, vgl. Bild 5.17, so dass $f_{\sigma,max}$ für unterschiedliche Scheibenbreiten auf $f_{\sigma,max}$ einer Scheibe der Breite

$25d_0$ bezogen wird: $\frac{f_{\sigma,max,B}}{f_{\sigma,max,B=L=25d_0}}$. Aus Bild 5.19 geht hervor, dass mit abnehmender

Scheibenbreite B die maximale Spannung am maßgebenden Punkt im Vergleich zu einer Scheibe der Breite $25d_0$ überproportional zunimmt.

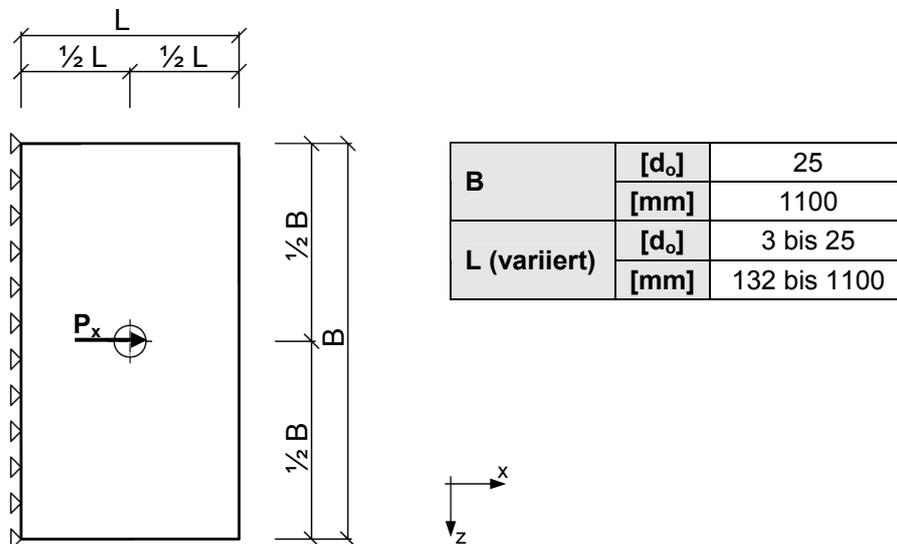


Bild 5.19: Spannungszunahme bei abnehmender Scheibenbreite B, FEM

Die Untersuchungen (Bild 5.17 und Bild 5.18) zeigen, dass der definierte Parameter b_m für $b_m \geq 5d_0$ in Hinblick auf ein Bemessungskonzept eine hinreichend genaue und sichere Annahme darstellt, um die maximalen Spannungen am Bohrungsrand zu berechnen. Für $3d_0 \leq b_m < 5d_0$ ist die mittels analytischer Lösung ermittelte maximale Spannung zu beaufschlagen, für $b_m < 3d_0$ ist die analytische Lösung nicht gültig.

5.3.3 Scheibenlänge L

Um den Einfluss der Scheibenlänge L auf die Beanspruchung der Scheibe zu untersuchen, wurden numerische Simulationen für das in Bild 5.20 dargestellte System durchgeführt. Die Breite B betrug $25d_0$, so dass der Einfluss aus begrenzter Scheibenbreite senkrecht zur Lastrichtung gering gehalten wird (vgl. Kapitel 5.3.2), L wurde zwischen $3d_0$ und $25d_0$ variiert.

Bild 5.20: Systems zur Untersuchung des Einflusses von L auf $f_{\sigma}(\varphi)$ am Bohrungsrand

Der Verlauf des Spannungsfaktors $f_{\sigma}(\varphi)$ über den Bohrungsrand wird für Scheibenlängen L zwischen $3d_o$ und $25d_o$ in Bild 5.21 grafisch dargestellt.

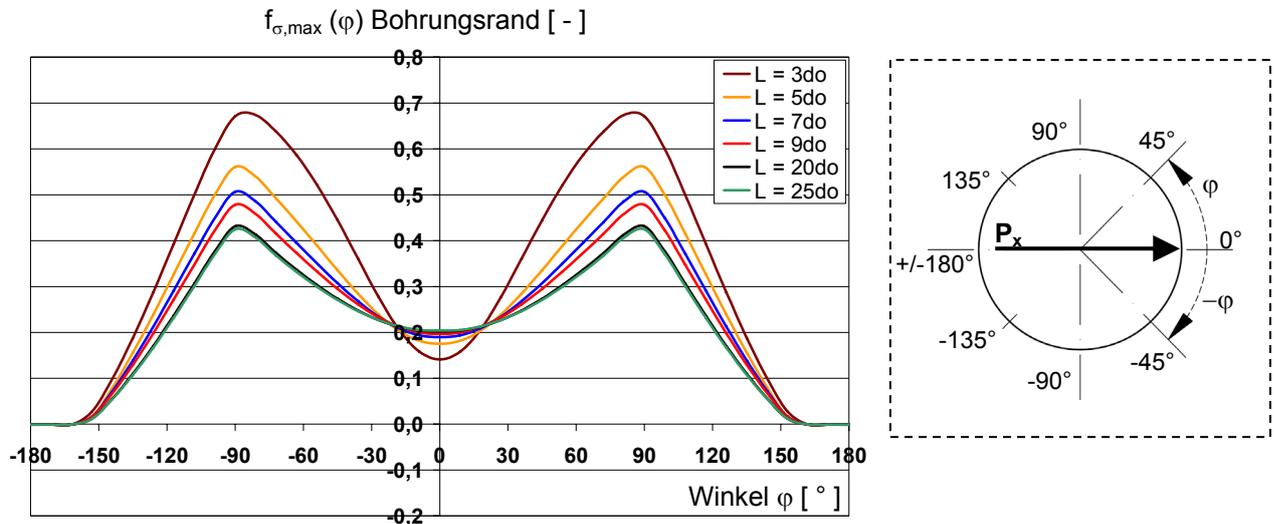


Bild 5.21: $f_{\sigma,max}(\varphi)$ am Bohrungsrand für verschiedene L , FEM

Aus Bild 5.21 geht hervor, dass die maximale Hauptzugspannung am Bohrungsrand mit abnehmender Scheibenlänge zunimmt.

In Tabelle 5.7 wird der maximale Spannungsfaktor $f_{\sigma,max}(90^\circ)$ am Bohrungsrand für maßgebende Längen zwischen $3d_o$ und $25d_o$ angegeben.

Bild 5.22 zeigt das Verhältnis $\frac{f_{\sigma,max,L}}{f_{\sigma,max,B=L=25d_o}}$ in Abhängigkeit von L .

Tabelle 5.7: $f_{\sigma,max}(90^\circ)$ am Bohrungsrand in Abhängigkeit von L , FEM

L	$[d_o]$	3,0	5,0	7,0	9,0	20,0	25,0
$f_{\sigma,max,L}$	$[-]$	0,67	0,56	0,51	0,48	0,43	0,42
$\frac{f_{\sigma,max,L}}{f_{\sigma,max,B=L=25d_o}}$	$[-]$	1,59	1,32	1,19	1,13	1,02	1,0

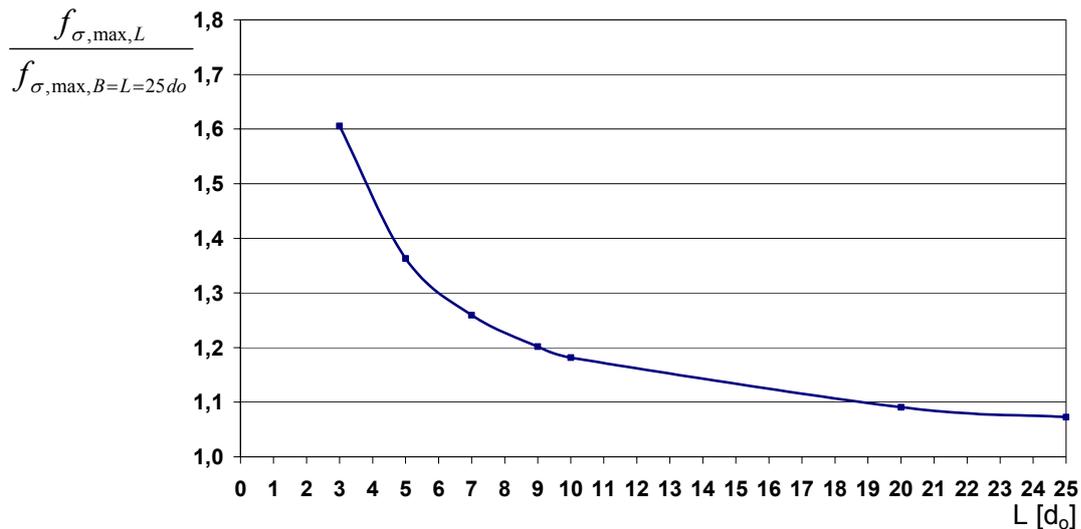


Bild 5.22: Spannungszunahme bei abnehmender Scheibenlänge L, FEM

Aus Bild 5.22 geht hervor, dass mit abnehmender Scheibenlänge L die maximale Spannung am maßgebenden Punkt überproportional zunimmt.

Tabelle 5.6 und Tabelle 5.7 kann entnommen werden, dass sich $f_{\sigma,max,B}$ und $f_{\sigma,max,L}$ für $L \geq 5d_0$ nur unwesentlich unterscheiden, d.h. die Spannungszunahme infolge abnehmender Scheibenlänge entspricht für $L \geq 5d_0$ mit sehr guter Genauigkeit der Spannungszunahme mit abnehmender Scheibenbreite $B \geq 5d_0$, siehe Bild 5.23.

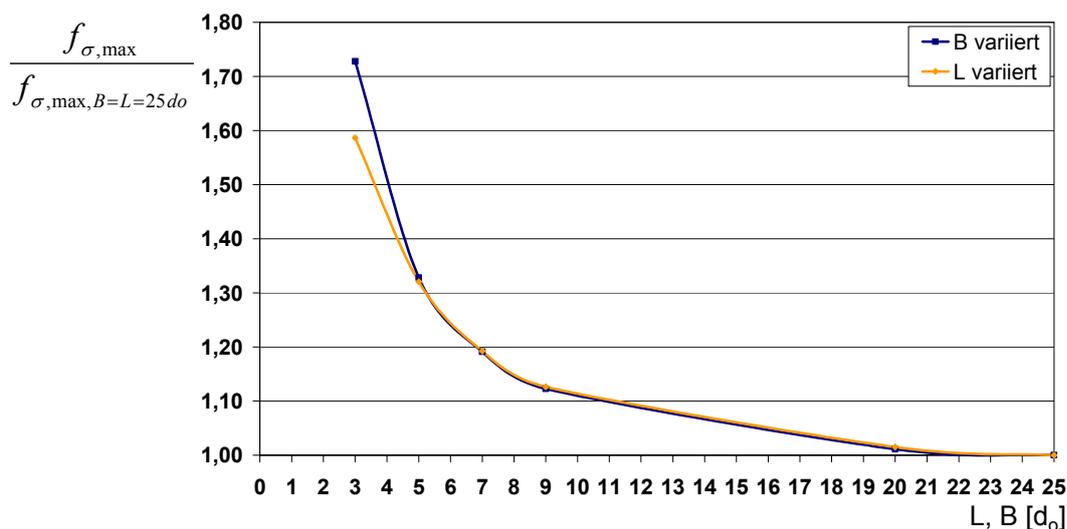


Bild 5.23: Spannungszunahme bei abnehmendem B bzw. abnehmendem L, FEM

Die zuvor dargestellten Ergebnisse zeigen, dass sich die Beanspruchung einer Scheibe durch die analytische Lösung und bei Einhaltung der in Kapitel 4.2.2.2.2 vorgestellten Definition von b_m mit hinreichender Genauigkeit ermitteln lässt.

Beispielhaft werden für zwei Scheibenlängen, $L=3d_o$ und $L=9d_o$, die Ergebnisse aus FEM-Berechnungen den Ergebnissen aus der analytischen Lösung mit $b_m=2e_1=L$, vgl. Bild 4.13, gegenübergestellt, siehe Bild 5.24. Die Verläufe von $f_{\sigma,\max}(\varphi)$ sowie deren Maximalwerte $f_{\sigma,\max}$ stimmen mit guter Genauigkeit überein.

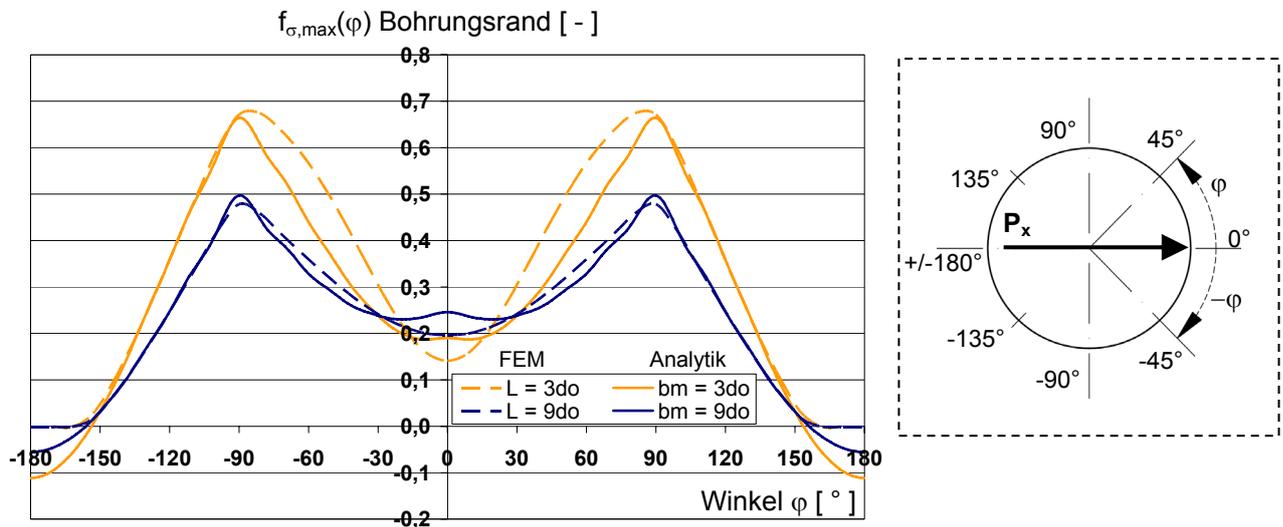


Bild 5.24: $f_{\sigma,\max}(\varphi)$ für $L=3d_o$ und $L=9d_o$ (FEM) und für $b_m=3d_o$ und $b_m=9d_o$ (Analytik)

In Bild 5.25 wird $f_{\sigma,\max}$ aus der FEM in Abhängigkeit von L den mittels analytischer Lösung ermittelten Ergebnissen in Abhängigkeit von b_m gegenübergestellt. Es zeigt sich, dass die analytische Lösung für $L=b_m \geq 3d_o$ die Beanspruchung der Scheibe mit guter Genauigkeit erfasst und b_m somit als praktikable Lösung beibehalten werden kann.

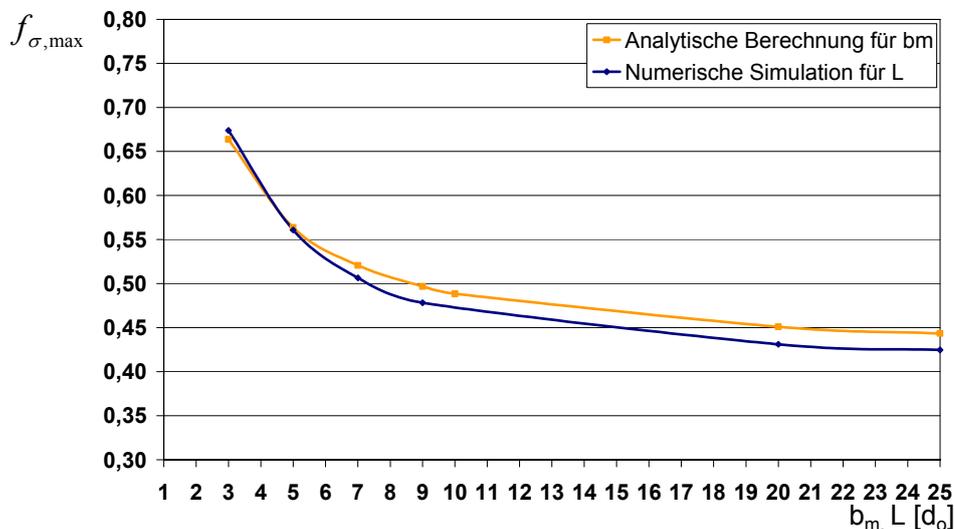


Bild 5.25: $f_{\sigma,\max}$ am Bohrungsrand in Abhängigkeit von L (FEM) bzw. von b_m (Analytik)

5.3.4 Interaktion von Scheibenbreite B und Scheibenlänge L

In den beiden vorangegangenen Kapiteln wurde der Einfluss aus abnehmender Scheibenbreite und abnehmender Scheibenlänge auf die zu erwartenden Spannungen am Bohrungsrand getrennt voneinander untersucht. Eine Kantenlänge der Scheibe wurde bei den Untersuchungen variiert, die zweite Kantenlänge hingegen mit vergleichsweise großer Abmessung konstant gehalten, um Effekte aus der Scheibenbegrenzung der zweiten Richtung weitestgehend zu vermeiden.

Die Untersuchungsergebnisse zeigen, dass der Einfluss auf die maximale Spannung in der Scheibe für abnehmendes B und abnehmendes L nahezu identisch ist. Zu prüfen ist nun, ob sich die Spannungszunahme linear addiert, wenn beide Abmessungen gleichzeitig verkleinert werden.

Zur Untersuchung der Interaktion aus variierendem B und L wurden an dem in Bild 5.26 dargestellten System numerische Simulationen durchgeführt. Die Längen $B=L$ wurden zwischen $3d_o$ und $25d_o$ variiert, so dass der Einfluss auf $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ aus begrenzter Scheibenbreite parallel und senkrecht zur Lastrichtung untersucht werden konnte.

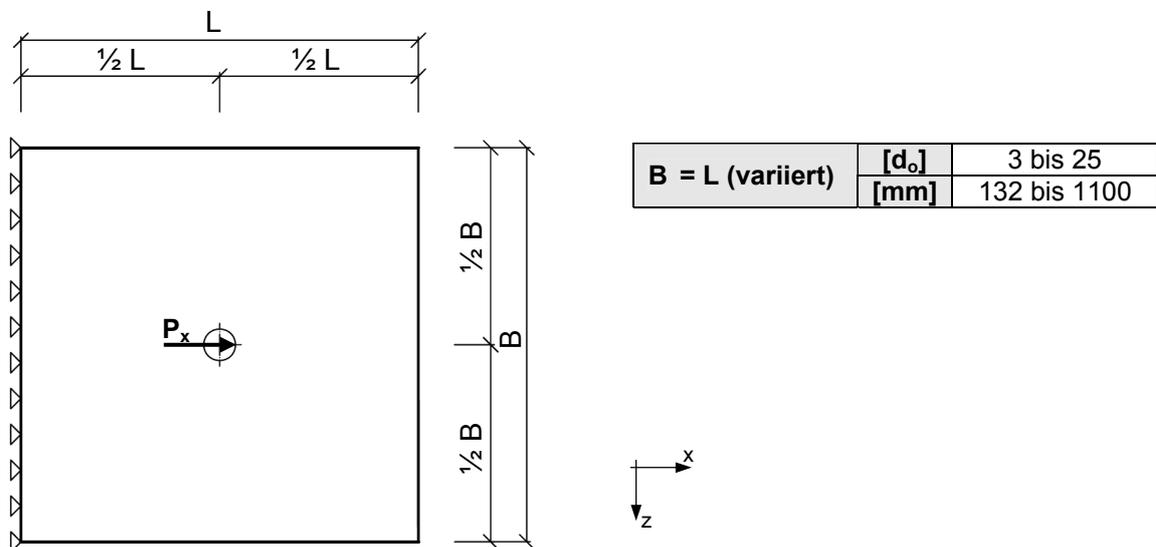


Bild 5.26: Einfluss abnehmender Kantenlängen $B=L$ auf $f_{\sigma}(\varphi)$ am Bohrungsrand, System

Der Verlauf von $f_{\sigma}(\varphi)$ entlang des Bohrlochrandes wird in Bild 5.27 für unterschiedliche $B=L$ dargestellt. Aus der grafischen Darstellung geht hervor, dass die maximale Hauptzugspannung am Bohrungsrand mit abnehmender Breite und Länge zunimmt.

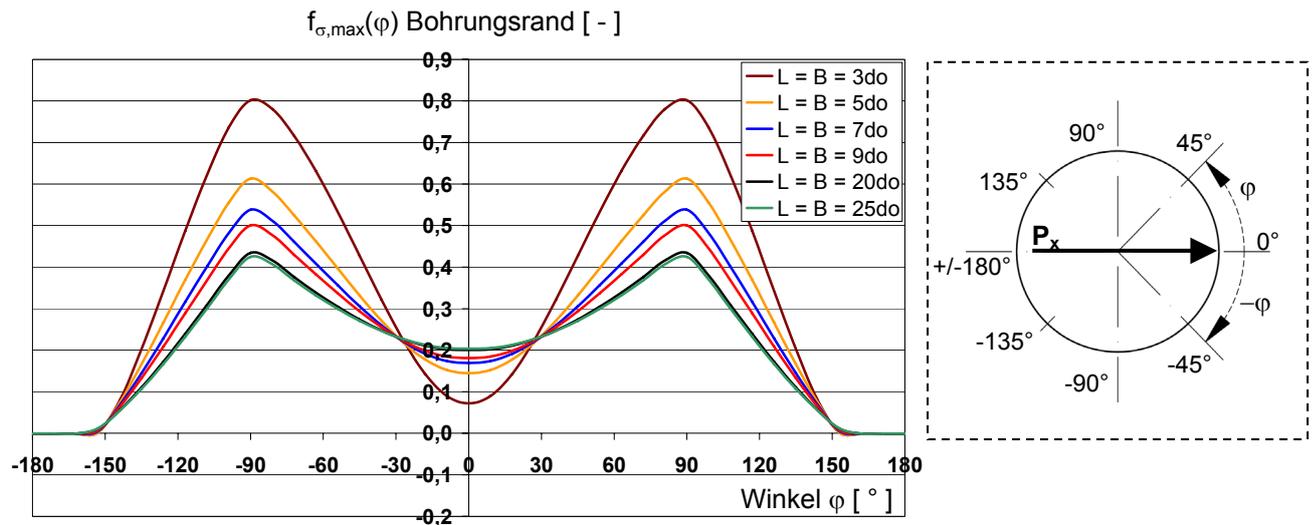


Bild 5.27: $f_{\sigma,max}(\varphi)$ am Bohrungsrand für $L=B$ zwischen $3d_0$ und $25d_0$, FEM

In Tabelle 5.8 wird der maximale Spannungsfaktor $f_{\sigma,max}(90^\circ)$ am Bohrungsrand für maßgebende Breiten und Längen zwischen $3d_0$ und $25d_0$ angegeben.

Bild 5.28 zeigt die Spannungserhöhung in Abhängigkeit von $B=L$ im Vergleich zu einer Scheibe der Kantenlängen $B=L=25d_0$. Aus der grafischen Darstellung geht hervor, dass die maximalen Zugspannungen am Bohrungsrand mit abnehmenden Kantenlängen $B=L$ überproportional ansteigen.

Tabelle 5.8: $f_{\sigma,max}(90^\circ)$ am Bohrungsrand in Abhängigkeit von $B=L$, FEM

$B = L$	$[d_0]$	3,0	5,0	7,0	9,0	20,0	25,0
$f_{\sigma,max,B=L}$	$[-]$	0,80	0,61	0,54	0,50	0,43	0,42
$\frac{f_{\sigma,max,B=L}}{f_{\sigma,max,B=L=25d_0}}$	$[-]$	1,89	1,44	1,27	1,18	1,02	1,0

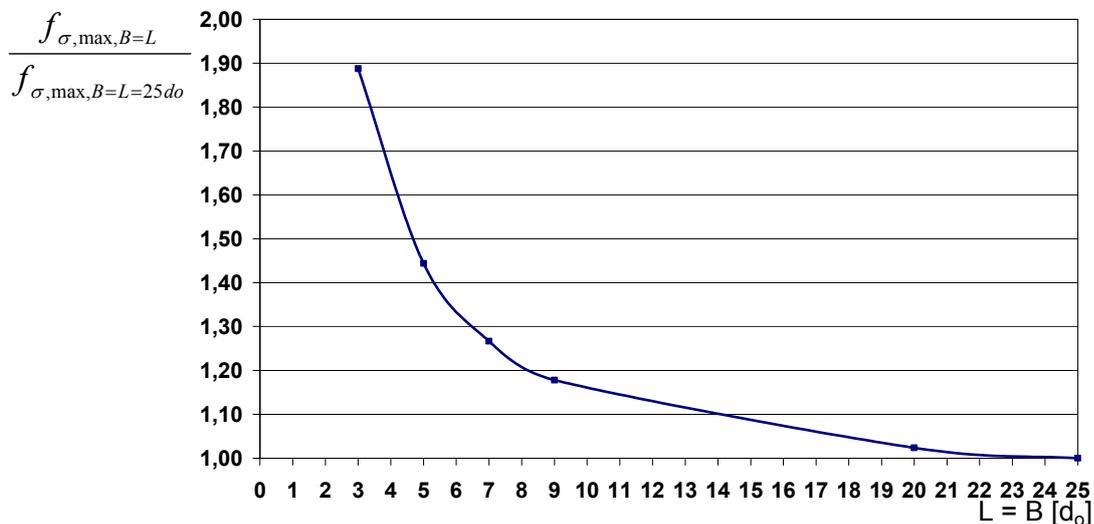


Bild 5.28: Spannungszunahme bei abnehmenden Kantenlängen $B=L$, FEM

In den beiden vorhergehenden Kapiteln wurde dargestellt, dass die Spannungserhöhung bei abnehmender Scheibenlänge L für $L \geq 5d_0$ nahezu identisch ist zur Spannungserhöhung bei abnehmender Scheibenbreite B für $L \geq 5d_0$, siehe Bild 5.23.

Bild 5.29 zeigt, dass sich die Spannungszunahme bei gleichzeitiger Variation von Scheibenbreite und -länge im Vergleich zur Spannungszunahme bei Variation von nur der Scheibenbreite zwar nochmals erhöht, die beiden Einflussfaktoren sich jedoch nicht linear addieren. D.h. die sich aus abnehmendem B bzw. L ergebenden Spannungsanteile, wie sie in den beiden vorhergehenden Kapiteln bestimmt wurden, summieren sich nicht zu gleichen Anteilen auf. Im Vergleich zu den maximalen Spannungen bei Variation von nur der Scheibenbreite B erhöhen sich die maximalen Spannungen bei Scheiben mit abnehmendem $B=L$ um maximal 10% (Tabelle 5.9).

Tabelle 5.9: Einfluss aus abnehmendem $B=L$ im Vergleich zu abnehmendem B , FEM

$B = L$	$[d_0]$	3,0	5,0	7,0	9,0	20,0	25,0
$f_{\sigma, \max, B=L}$	[-]	0,80	0,61	0,54	0,50	0,43	0,42
$f_{\sigma, \max, B}$	[-]	0,73	0,56	0,51	0,48	0,43	0,42
$\frac{f_{\sigma, \max, B=L}}{f_{\sigma, \max, B=L=25d_0}}$	[-]	1,89	1,44	1,27	1,18	1,02	1,0
$\frac{f_{\sigma, \max, B}}{f_{\sigma, \max, B=L=25d_0}}$	[-]	1,73	1,33	1,19	1,12	1,01	1,0
$\frac{f_{\sigma, \max, B=L}}{f_{\sigma, \max, B}}$	[-]	1,09	1,09	1,06	1,05	1,01	1,0

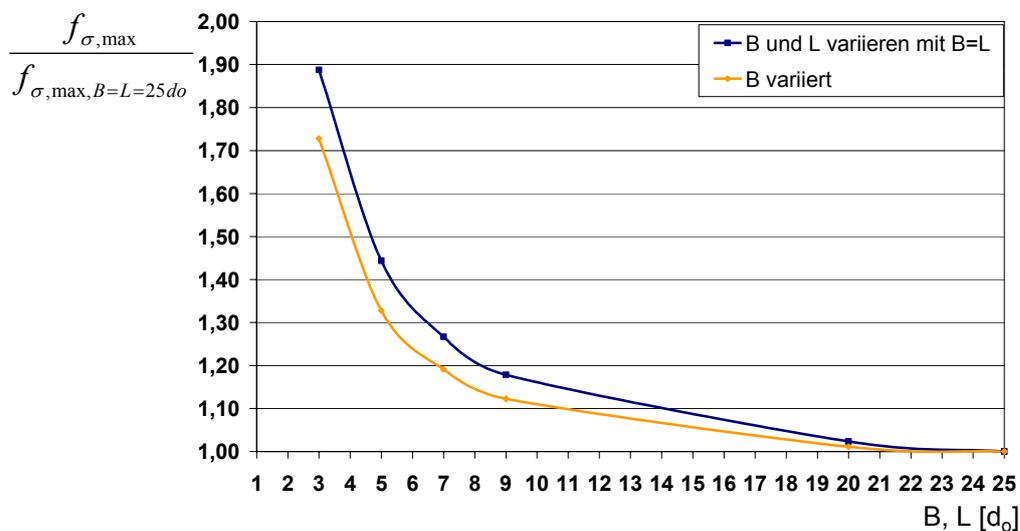


Bild 5.29: $f_{\sigma, \max}$ in Abhängigkeit von $B=L$ (blau) bzw. B (grün) im Verhältnis zu $f_{\sigma, \max, B=L=25d_0}$, FEM

Die Ergebnisse aus den numerischen Simulationen werden in Bild 5.30 der analytischen Lösung gegenübergestellt, bei der die Kantenlängen $B=L$ als maßgebende Breite b_m in die Berechnungen eingehen. Es zeigt sich, dass die analytische Lösung die Fälle erfasst, bei denen die Kantenlängen $B=L$ mindestens $9d_0$ betragen. Für Kantenlängen $B=L < 9d_0$ werden die maximalen Zugspannungen am Bohrungsrand durch das theoretische Modell unterschätzt. Diesem Effekt ist im später abgeleiteten Bemessungskonzept gemäß Tabelle 5.10 Rechnung zu tragen.

Tabelle 5.10: Erhöhungsfaktor zur Analytik für abnehmende Kantenlängen $B=L$

$B = L$	$[d_0]$	3,0	5,0	7,0	9,0	20,0	25,0
$f_{\sigma, \max, B=L}$	[-]	0,802	0,613	0,538	0,500	0,435	0,425
f_{σ, \max, b_m}	[-]	0,664	0,564	0,521	0,497	0,451	0,443
$\frac{f_{\sigma, \max, B=L}}{f_{\sigma, \max, b_m}}$	[-]	1,21	1,09	1,03	1,01	0,96	0,96

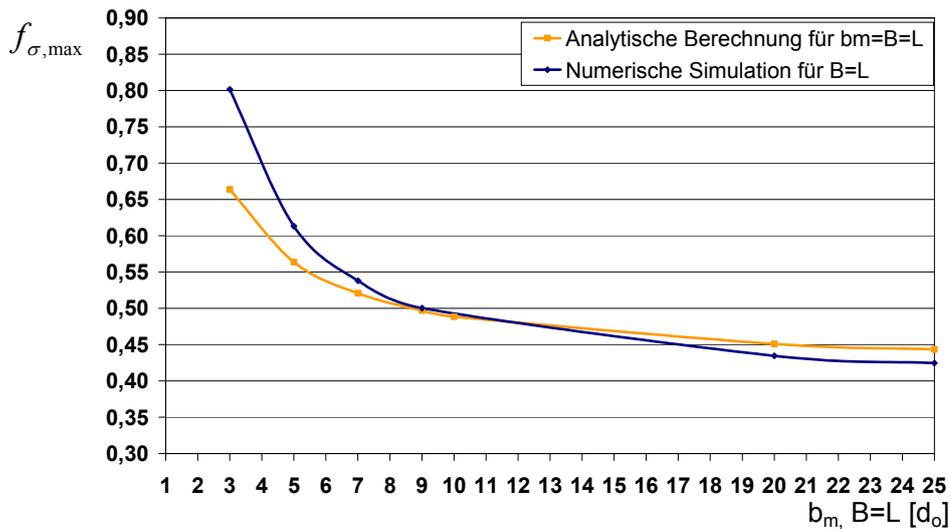


Bild 5.30: $f_{\sigma, \max}$ aus Analytik und FEM in Abhängigkeit von $B=L$ (FEM) bzw. b_m (Analytik)

5.3.5 Bohrlochabstand p_1 parallel zur Richtung der Längskraft

Bisher wurde der Einfluss des minimalen Randabstandes der Lochbohrungen sowohl parallel als auch senkrecht zur Normalkraft-Richtung auf die Beanspruchung der Scheibe untersucht. In diesem Kapitel werden die Ergebnisse aus numerischen Untersuchungen zusammengefasst, aus denen sich der Einfluss aus hintereinander, d.h. parallel zur x-Richtung, angeordneten Lochbohrungen auf die maximale Spannung am Bohrungsrand ableiten lässt.

Für das in Bild 5.31 dargestellte System wurden Finite-Elemente-Berechnungen durchgeführt, bei denen der Abstand der Lochbohrungen p_1 von $3d_o$ bis $9d_o$ variiert wurde. Die Breite $B=25d_o=1100\text{mm}$ und der Randabstand $e_1=9d_o=396\text{mm}$ blieben konstant, um Spannungserhöhungen aus einer Verkleinerung der Randabstände zu vermeiden. Die Scheibenlänge L variierte in Abhängigkeit von p_1 .

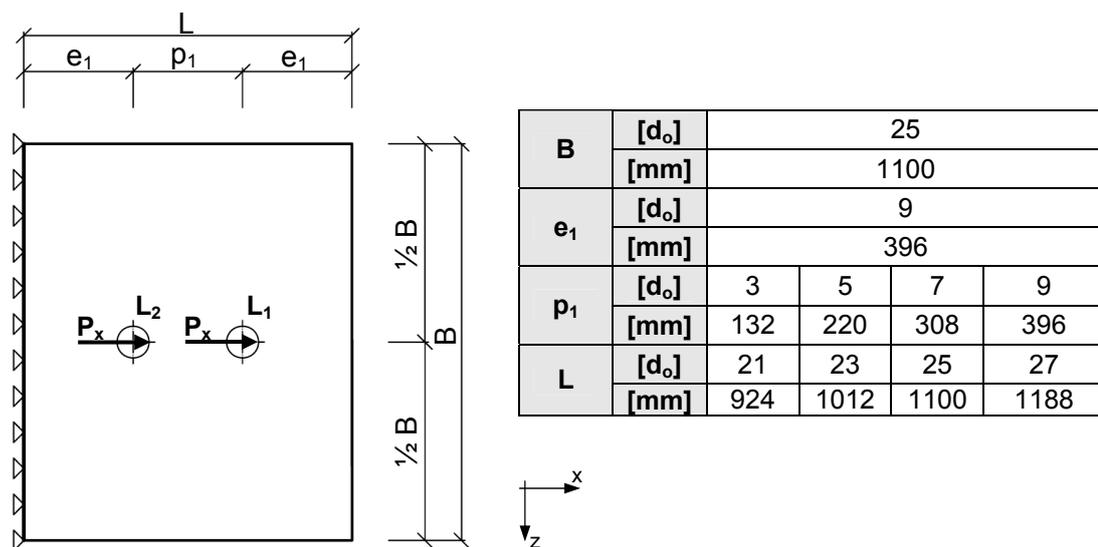


Bild 5.31: System zur Untersuchung des Einflusses von p_1 auf $f_{\sigma}(\varphi)$ am Bohrungsrand

Bild 5.32 und Bild 5.33 zeigen jeweils den Verlauf des Spannungsfaktors $f_{\sigma}(\varphi)$ für Lochbohrung L_1 bzw. Lochbohrung L_2 . Daraus geht hervor, dass die maximalen Hauptzugspannungen am Bohrungsrand von L_2 mit abnehmendem Bohrlochabstand in x-Richtung ansteigen, für Lochbohrung L_1 hingegen abnehmen. D.h., eine zweite, horizontal benachbarte Bohrung führt an L_2 zu einer Spannungszunahme, die über die zusätzliche Beanspruchung aus dem Spannungszustand am Nettoquerschnitt hinausgeht. Für L_1 wirkt sich ein kleinerer Bohrlochabstand günstiger aus, da in diesem Fall Lochbohrung L_2 mit einem größeren Anteil zum Tragen kommt.

Um die Spannungszunahme für L_2 bzw. –abnahme für L_1 zu erfassen, werden die maximalen Spannungsfaktoren $f_{\sigma,\max}$ am Bohrungsrand in Abhängigkeit von p_1 und zum Vergleich für ein System mit nur einer Lochbohrung (bei Scheibenabmessungen

$B=L=25d_0$) in Tabelle 5.11 zusammengefasst und in Bild 5.34 grafisch dargestellt. Bei den Berechnungen des Vergleichssystems für L_2 mit nur einer Lochbohrung wird die zusätzliche Beanspruchung aus L_1 mittels einer Linienlast am rechten Scheibenrand berücksichtigt.

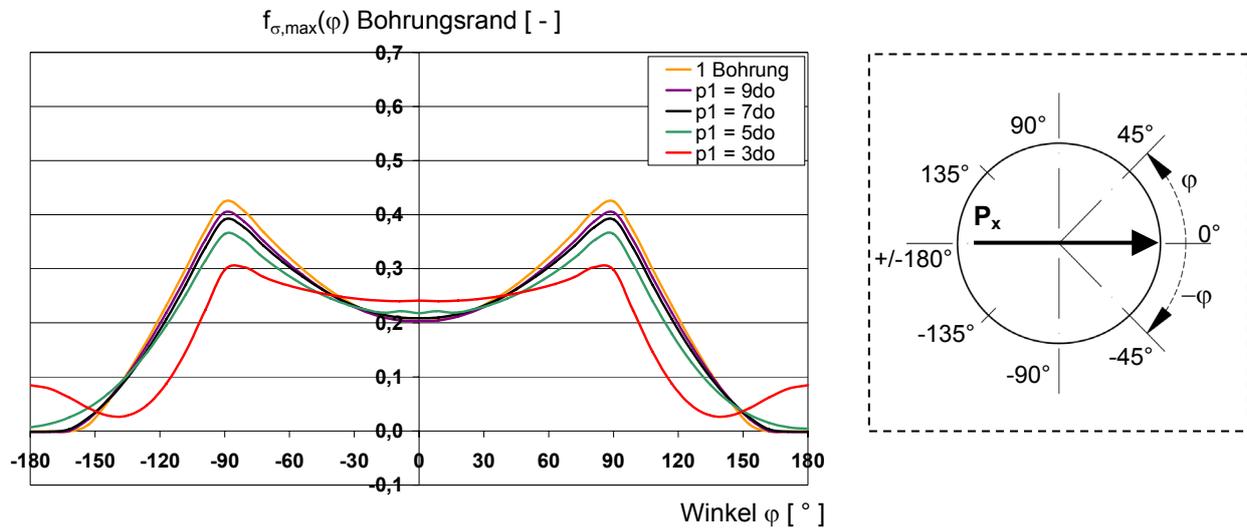


Bild 5.32: $f_{\sigma,max}(\varphi)$ am Bohrungsrand L_1 in Abhängigkeit von p_1 , FEM

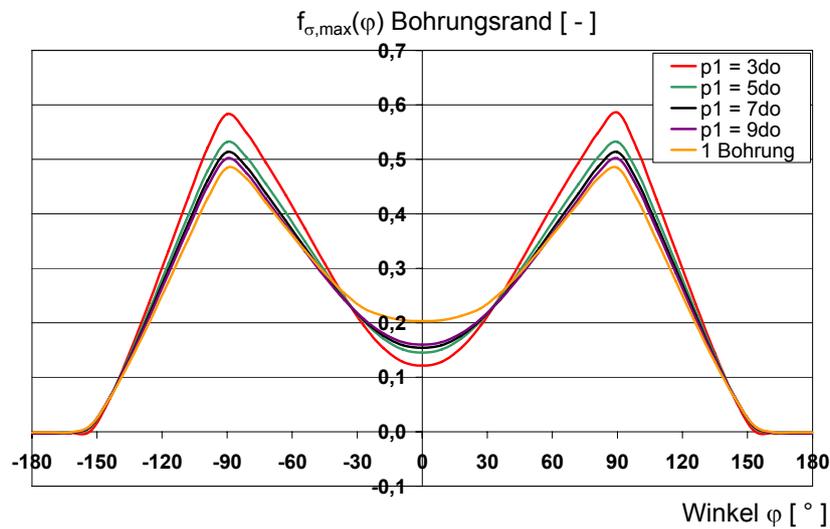
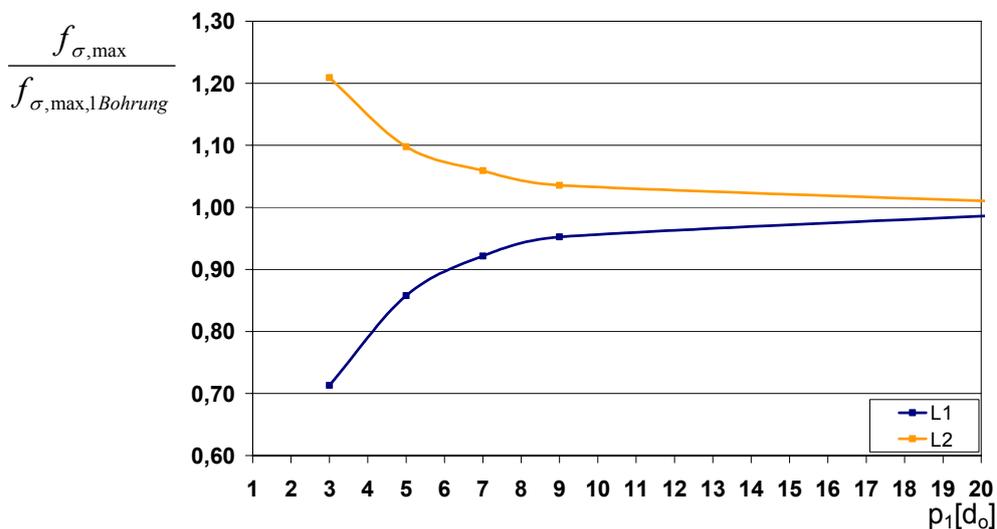


Bild 5.33: $f_{\sigma,max}(\varphi)$ am Bohrungsrand L_2 in Abhängigkeit von p_1 , FEM

Tabelle 5.11: $f_{\sigma,\max}(90^\circ)$ am Bohrungsrand (L_1 und L_2) in Abhängigkeit von p_1 , FEM

p_1		$[d_o]$	3,0	5,0	7,0	9,0	1 Bohrung ($B=L=25d_o$)
L_1	$f_{\sigma,\max,L1}$	[-]	0,30	0,36	0,39	0,40	0,42
	$\frac{f_{\sigma,\max,L1}}{f_{\sigma,\max,1Bohrung}}$	[-]	0,71	0,86	0,93	0,95	1,0
L_2	$f_{\sigma,\max,L2}$	[-]	0,59	0,53	0,51	0,50	0,48
	$\frac{f_{\sigma,\max,L2}}{f_{\sigma,\max,1Bohrung}}$	[-]	1,23	1,10	1,06	1,04	1,0

Bild 5.34: Verhältnis $f_{\sigma,\max}$ in Abhängigkeit von p_1 zu $f_{\sigma,\max,1Bohrung}$, FEM

Der Bohrlochabstand p_1 parallel zur Lastrichtung wird in der theoretischen Lösung nicht durch die Definition der maßgebenden Breite berücksichtigt, so dass der Einfluss aus p_1 durch Erhöhungsfaktoren im Bemessungskonzept gemäß Tabelle 5.11 Rechnung getragen werden muss.

5.3.6 Bohrlochabstand p_2 senkrecht zur Richtung der Längskraft

Dem Abstand der Lochbohrungen senkrecht zur Längskraft-Richtung p_2 wird in der analytischen Lösung durch Ansatz einer maßgebenden Breite b_m , siehe Kapitel 4.2.2.2.2, Rechnung getragen. Um zu überprüfen, ob mit dem Lösungsansatz der Bohrlochabstand in z-Richtung mit hinreichender Genauigkeit und auf der sicheren Seite liegend erfasst wird, wurden numerische Simulationen für das in Bild 5.35 dargestellte System durchgeführt. Der Bohrungsabstand p_2 senkrecht zur Längskraft wurde zwischen $3d_o$ und $9d_o$ variiert. Die Scheibenlänge betrug $L=25d_o=1100\text{mm}$, der Randabstand $e_2=9d_o=396\text{mm}$, so dass B entsprechend in Abhängigkeit von p_2 variierte.

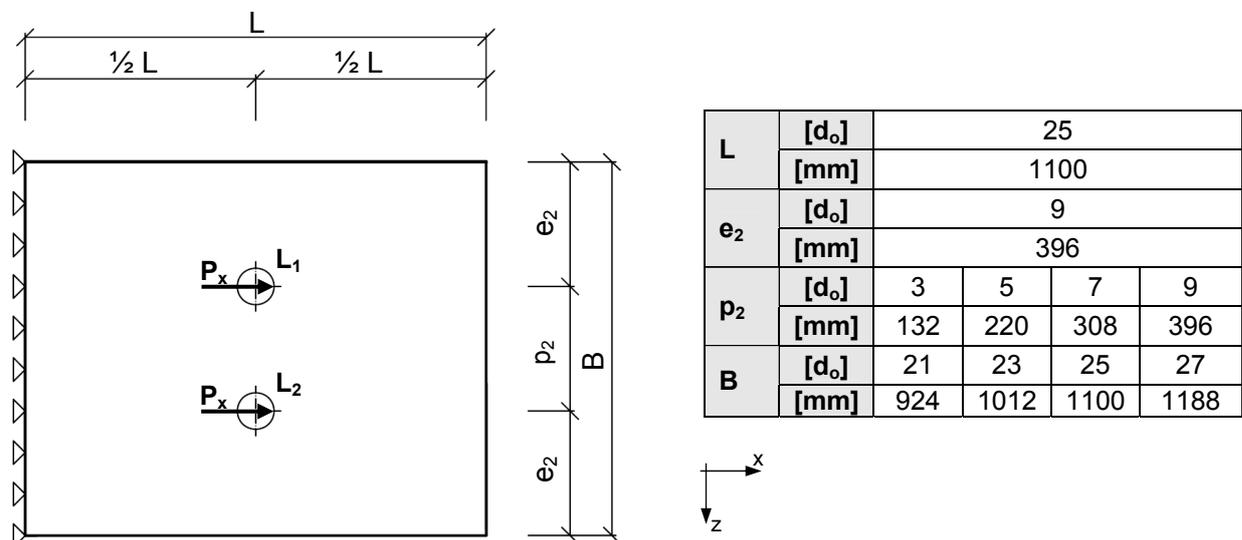


Bild 5.35: System zur Untersuchung des Einflusses von p_2 auf $f_{\sigma}(\varphi)$ am Bohrungsrand

Der Verlauf des Spannungsfaktors $f_{\sigma}(\varphi)$ über den Bohrungsrand wird für Bohrlochabstände p_2 zwischen $3d_o$ und $9d_o$ in Bild 5.36 für Lochbohrung L_1 grafisch dargestellt. Aufgrund der Symmetrie des Systems ist die Darstellung für Lochbohrung L_2 bei Spiegelung um die x-Achse gleichermaßen gültig. Die Ergebnisse zeigen, dass sich die maximale Zugspannung am Bohrungsrand mit abnehmendem Bohrlochabstand p_2 erhöht.

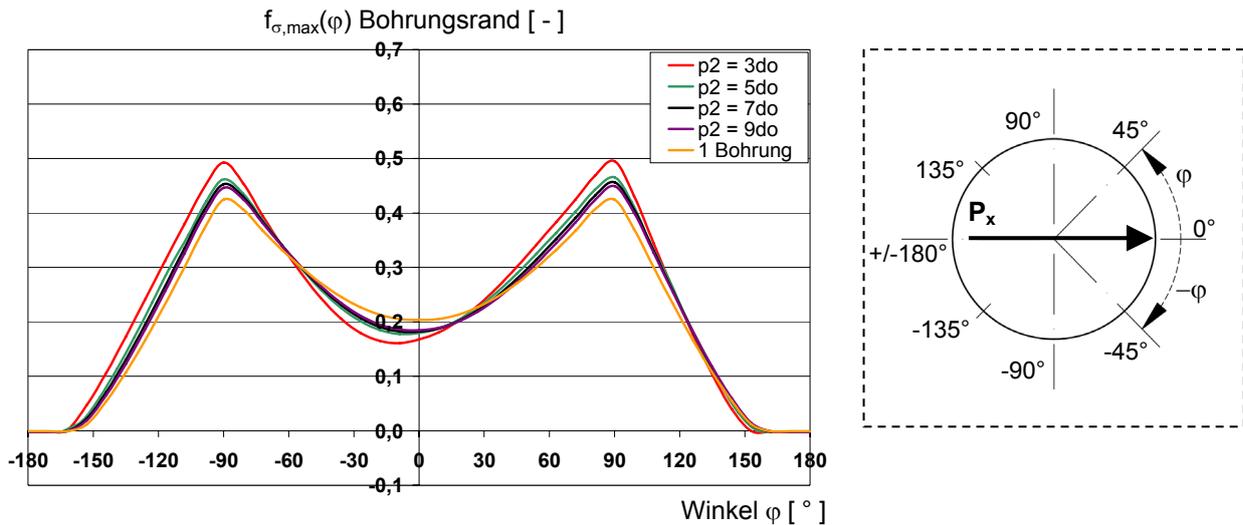


Bild 5.36: $f_{\sigma,max}(\varphi)$ am Bohrungsrand von L_1 für verschiedene p_2 , FEM

In Tabelle 5.12 wird der aus der numerischen Simulation ermittelte maximale Spannungsfaktor $f_{\sigma,max}$ am Bohrungsrand für Bohrungsabstände p_2 zwischen $3d_0$ und $9d_0$ angegeben und in Bild 5.37 grafisch im Verhältnis zu einer Scheibe mit nur einer Lochbohrung dargestellt. Es wird deutlich, dass die Spannungen am Bohrungsrand von L_1 und gleichermaßen L_2 mit abnehmendem Bohrlochabstand p_2 überproportional ansteigen. Der Spannungszuwachs an L_1 und L_2 im Verhältnis zu einer Scheibe mit nur einer Lochbohrung beträgt bei einem Bohrungsabstand $p_2=3d_0$ 17%.

Tabelle 5.12: $f_{\sigma,max}$ am Bohrungsrand in Abhängigkeit von p_2 , FEM

p_2	$[d_0]$	3,0	5,0	7,0	9,0	1 Bohrung ($B=L=25d_0$)
$f_{\sigma,max,L1}$	$[-]$	0,50	0,47	0,46	0,45	0,42
$\frac{f_{\sigma,max,L1}}{f_{\sigma,max,1Bohrung}}$	$[-]$	1,17	1,10	1,07	1,06	1,00

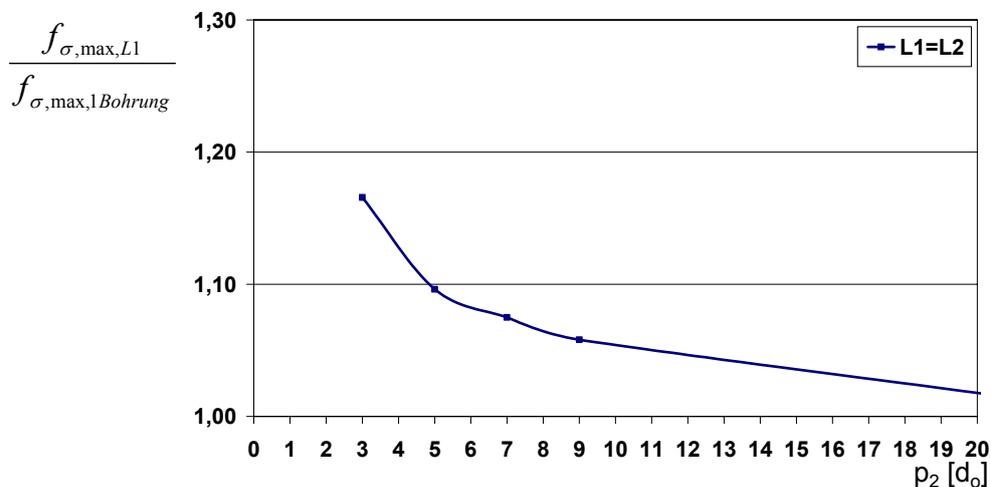


Bild 5.37: Verhältnis $f_{\sigma,max}$ in Abhängigkeit von p_2 zu $f_{\sigma,max,1Bohrung}$, FEM

Abschließend wird in diesem Kapitel überprüft, ob bei Berechnung von $f_{\sigma,\max}$ mit Hilfe der analytischen Lösung unter Einbezug der maßgebenden Breite b_m , die jeweils in Abhängigkeit des Bohrlochabstandes p_2 bzw. des Randabstandes e_2 ermittelt wird, zufriedenstellende und auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse erzielt werden.

Es wurden analytische Berechnungen für L_1 bzw. L_2 aus Bild 5.35 mit $b_m=p_2$ gemäß Bild 4.13. durchgeführt. Die Ergebnisse der numerischen Simulation werden den Ergebnissen aus der analytischen Lösung gegenübergestellt, siehe Tabelle 5.13 und Bild 5.38.

Tabelle 5.13: $f_{\sigma,\max}$ für L_1 bzw. L_2 in Abhängigkeit von p_2 , Vergleich FEM und Analytik

p_2	[d_o]	3,0	5,0	7,0	9,0	1 Bohrung ($B=L=25d_o$)
$f_{\sigma,\max,L1}$	[-]	0,50	0,47	0,46	0,45	0,42
$f_{\sigma,\max,bm}$	[-]	0,66	0,56	0,52	0,50	0,44
$\frac{f_{\sigma,\max,L1}}{f_{\sigma,\max,bm}}$	[-]	0,76	0,84	0,88	0,90	0,95

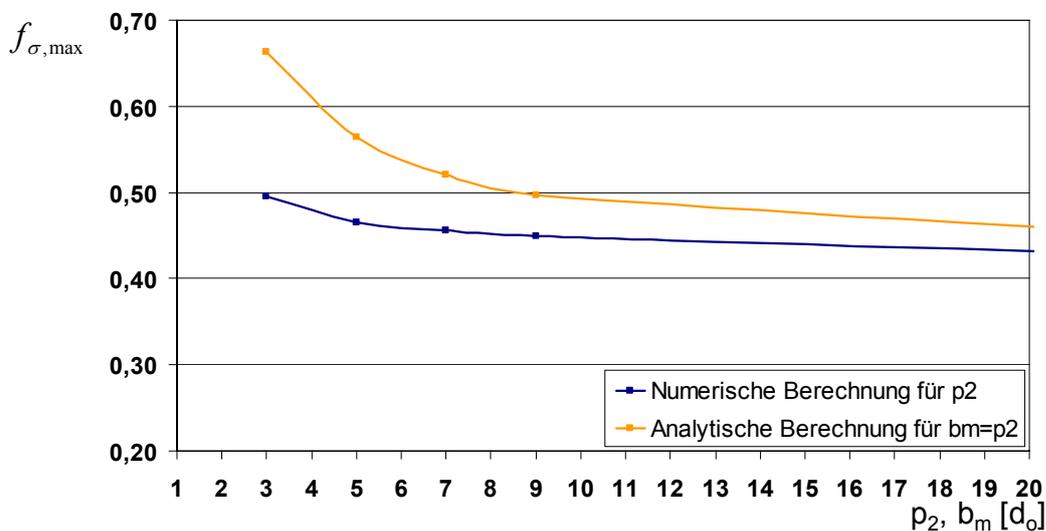


Bild 5.38: $f_{\sigma,\max}$ für L_1 bzw. L_2 in Abhängigkeit von p_2 , Vergleich FEM und Analytik

Die Ergebnisse zeigen, dass sich die Spannungen am Bohrungsrand mittels analytischer Lösung und bei Unterstellung der maßgebenden Breite b_m , wie sie in Bild 4.13 definiert wurde, mit guter Genauigkeit und auf der sicheren Seite liegend ermitteln lassen. Eine weitergehende Berücksichtigung von Bohrlochabständen p_2 ist im Bemessungsmodell nicht vorzusehen.

5.3.7 Planmäßig unsymmetrische Druckverteilung über die Scheibendicke

Bei den bisher durchgeführten Untersuchungen an Scher-Lochleibungsverbindungen wurde stets eine zentrische Lasteinleitung in die Glasscheibe unterstellt. Darüber hinaus ging man immer von einer symmetrischen und gleichmäßigen Druckverteilung über die Scheibendicke aus. Bei zahlreichen Einbausituationen sind diese Annahmen jedoch nicht gültig, siehe Bild 5.39. Für die Fälle, bei denen nicht von einer gleichmäßigen Druckverteilung über die Scheibendicke ausgegangen werden kann, sind ergänzende theoretische Untersuchungen erforderlich, um den Einfluss auf die Beanspruchung der Scheibe infolge einer Verdrehung des Bolzens bzw. Bolzenbiegung systematisch zu erfassen.

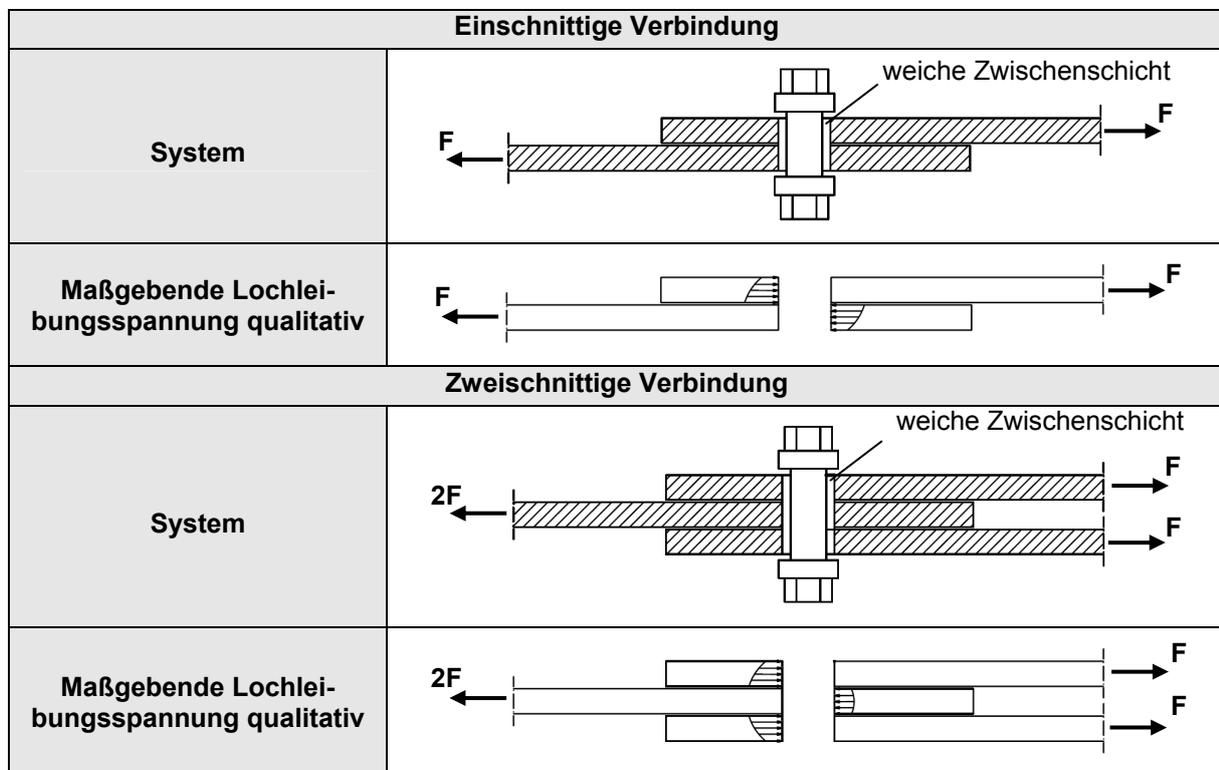


Bild 5.39: Überlappungsstöße und qualitative Lochleibungsspannung

Es wurden numerische Berechnungen für die in Tabelle 5.14 angegebenen Exzentrizitäten e_y durchgeführt, vgl. Bild 5.40, mit dem Ziel, die Beanspruchung der Glasscheibe bei unsymmetrischer Druckverteilung über die Scheibendicke zu ermitteln. Der Verlauf des Spannungsfaktors $f_\sigma(\varphi)$ über die Scheibendicke t wird in Bild 5.41 für unterschiedliche e_y grafisch dargestellt.

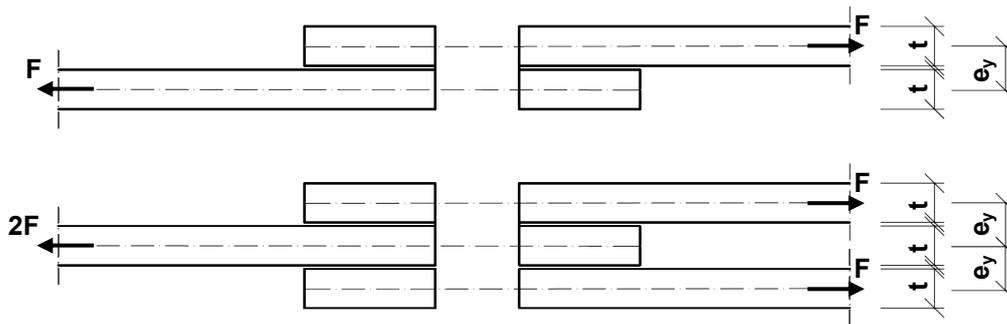


Bild 5.40: Definition von e_y

Tabelle 5.14: Untersuchte Werte für e_y zur Ermittlung des Einflusses auf $f_{\sigma}(\varphi)$

e_y	[mm]	0	10	15	20	30	45
$\frac{e_y}{t}$	[-]	0	1	1,5	2,0	3,0	4,5

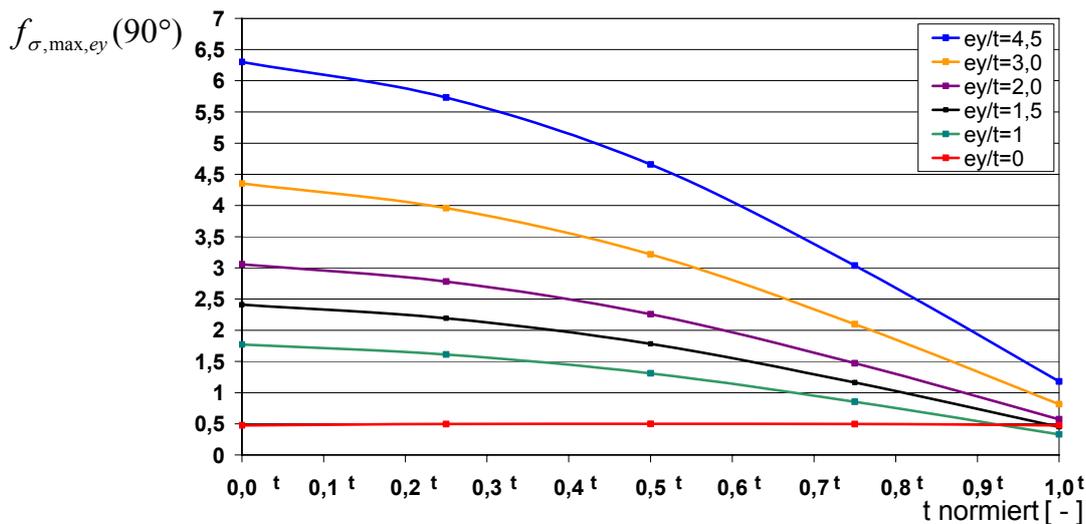


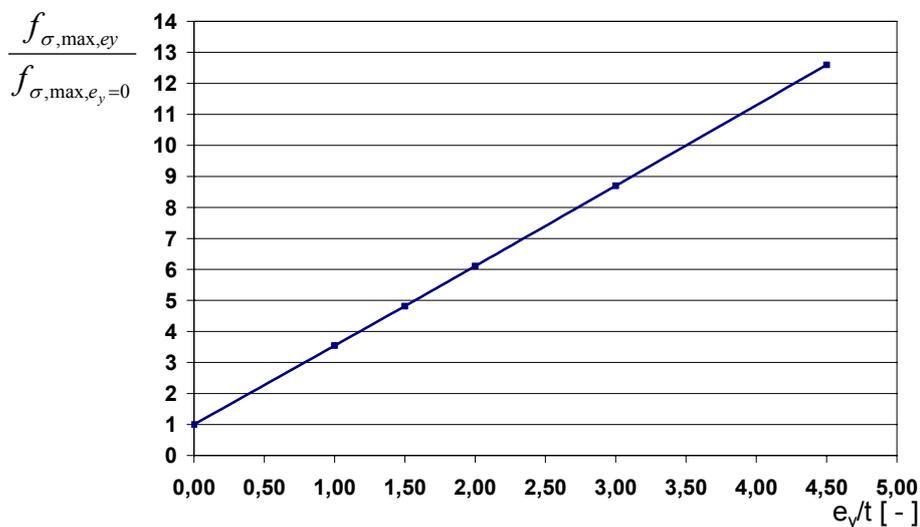
Bild 5.41: $f_{\sigma, \max}(90^\circ)$ am Bohrungsrand über t (normiert) für verschiedene e_y , FEM

Es zeigt sich, dass die Spannung an der maßgebenden Randfaser der Scheibe mit zunehmender Exzentrizität der Last erheblich ansteigt.

In Tabelle 5.15 wird der aus der numerischen Simulation ermittelte maximale Spannungsfaktor $f_{\sigma, \max}$ am Bohrungsrand für e_y zwischen 0 und 45mm (bzw. e_y/t zwischen 0 und 4,5) angegeben. Bild 5.42 stellt die Spannungszunahme im Vergleich zu einer Scheibe mit gleichmäßiger Druckverteilung über t dar. Es wird deutlich, dass die Spannungen am Bohrungsrand mit zunehmender Exzentrizität der Belastung linear ansteigen.

Tabelle 5.15: $f_{\sigma, \max}$ am Bohrungsrand in Abhängigkeit von e_y , FEM

e_y	[mm]	0	10	15	20	30	45
$\frac{e_y}{t}$	[-]	0	1	1,5	2,0	3,0	4,5
f_{σ, \max, e_y}	[-]	0,500	1,772	2,411	3,056	4,352	6,301
$\frac{f_{\sigma, \max, e_y}}{f_{\sigma, \max, e_y=0}}$	[-]	1,0	3,54	4,82	6,11	8,70	12,59

Bild 5.42: Verhältnis $f_{\sigma, \max}$ zu $f_{\sigma, \max}$ für $e_y=0$ in Abhängigkeit von e_y/t , FEM

Dem Spannungszuwachs ist im später abgeleiteten Bemessungskonzept durch entsprechende Beiwerte gemäß Tabelle 5.15 Rechnung zu tragen.

Bei den Ergebnissen ist jedoch zu beachten, dass günstig wirkende Einspanneffekte des Bolzens bei den rechnerischen Untersuchungen nicht berücksichtigt wurden. Wird die Verdrehmöglichkeit des Bolzens konstruktiv verhindert oder kann bei zwei- und mehrschnittigen Verbindungen davon ausgegangen werden, dass die Verdrehung des Bolzens behindert ist, ist eine Erhöhung der maßgebenden Spannungen nicht vorzunehmen.

5.4 Parameter aus Montage- und Herstelltoleranzen

5.4.1 Berechnungsparameter

Alle Berechnungen zur Untersuchung des Einflusses aus Montage- und Herstelltoleranzen auf die Beanspruchung der Scheibe im Bohrungsbereich wurden an dem in Bild 5.43 dargestellten System unter Berücksichtigung der aufgeführten Berechnungsparameter durchgeführt.

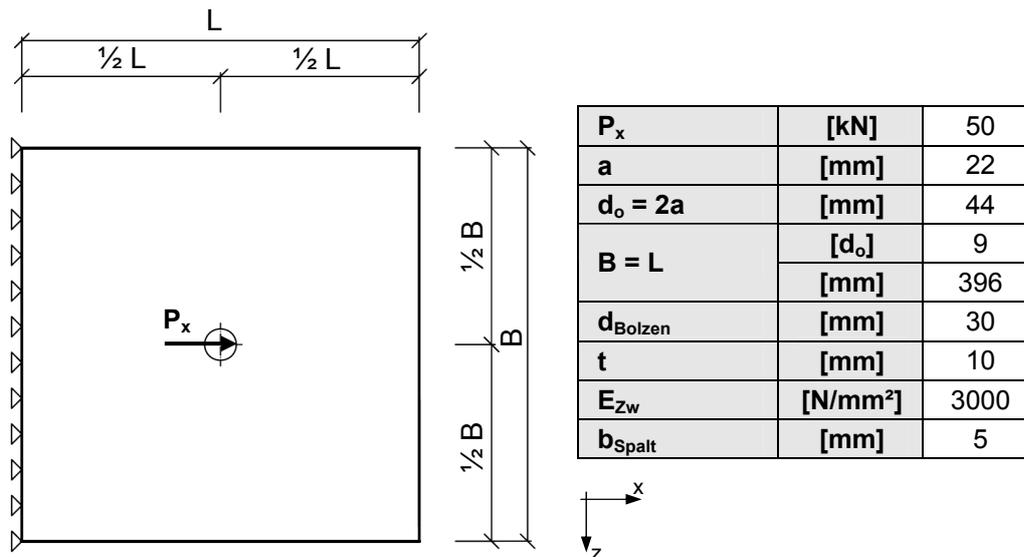


Bild 5.43: Einfluss aus Montage- und Herstelltoleranzen auf $f_{\sigma}(\varphi)$, System

5.4.2 Kantenversatz im Bereich der Bohrung bei VSG

Gemäß der geltenden Normen und Richtlinien ist in Deutschland und darüber hinaus in zahlreichen weiteren Ländern für tragend eingesetzte Glasbauteile stets Verbund-sicherheitsglas (VSG) zu verwenden. Aufgrund zulässiger Maßtoleranzen, wie sie in DIN EN ISO 12543-5 „Verbundglas und Verbundsicherheitsglas Teil 5: Maße und Kantenbearbeitung“ geregelt sind, siehe Bild 5.44, muss auch im Bereich von Lochbohrungen mit Versatz gerechnet werden. Das zulässige Höchstmaß des Versatzes d wird dabei in Abhängigkeit von Scheibenbreite B und Scheibenlänge L angegeben, wobei B und L , vgl. Bild 5.43, getrennt voneinander zu betrachten sind.

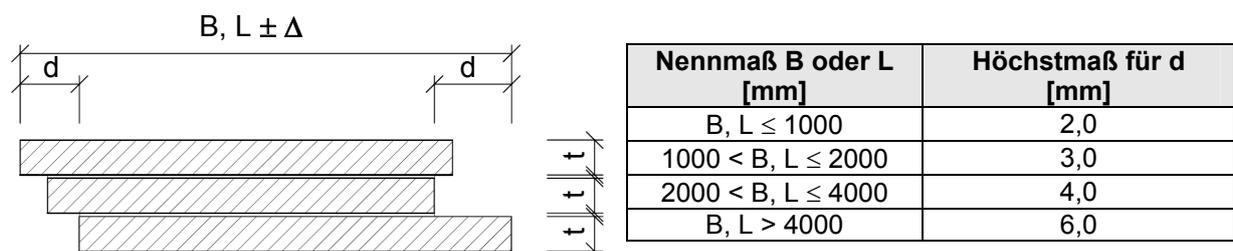


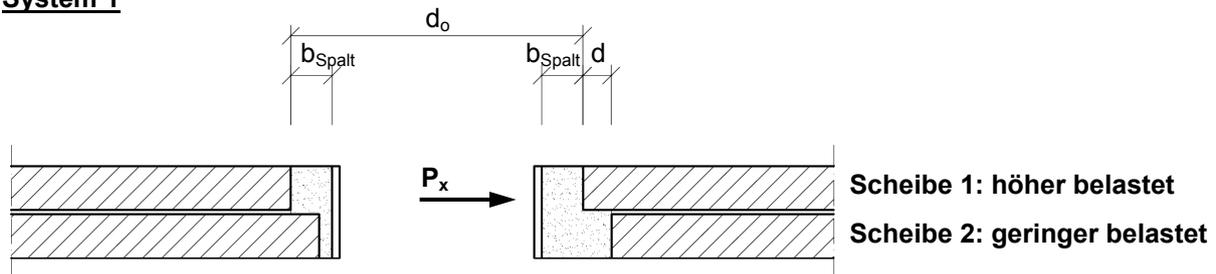
Bild 5.44: Zulässiges Höchstmaß für Versatz d bei VSG nach DIN EN ISO 12543-5

Zur Untersuchung des Einflusses aus Kantenversatz im Bohrungsbereich auf die Lastverteilung der Bolzenlast auf die einzelnen Schichten einer Verbundglasscheibe aus zweischichtigem VSG und die maximalen Spannungen im Glas wurden numerische Berechnungen für die in Bild 5.45 aufgeführten Bohrungsdetails (System 1 und System 2) unter Berücksichtigung der in Tabelle 5.16 aufgeführten Werte für d durchgeführt. Als maßgebender Grenzfall wurde kein Schubverbund zwischen den einzelnen Schichten des VSG angesetzt. Im Hinblick auf ein Bemessungskonzept, das an späterer Stelle abgeleitet wird, liegen die Ergebnisse auf der sicheren Seite, d.h. die Spannungen in der höher beanspruchten Schicht werden durch die Vernachlässigung des Schubverbundes überschätzt.

Tabelle 5.16: Untersuchte Werte für d zur Ermittlung des Einflusses auf $f_{\sigma}(\varphi)$

d	[mm]	0	1	2	3	4
$\frac{d}{b_{\text{Spalt}}}$	[-]	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8

System 1



System 2

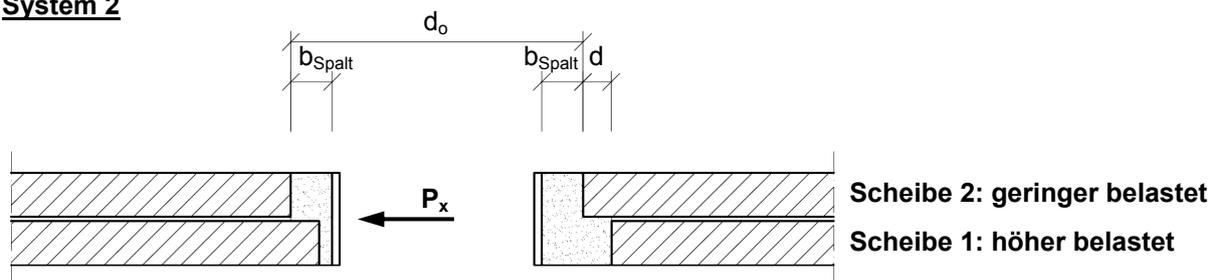


Bild 5.45: Kantenversatz im Bereich der Lochbohrung, untersuchte Systeme 1 und 2

f_{σ} wird getrennt nach höher und geringer belasteten Scheibe gemäß Bild 5.45 über die Scheibendicke t an der maßgebenden Stelle des Bohrungsrandes abgetragen, siehe Bild 5.46. Erwartungsgemäß zeigt sich, dass die maximale Spannung der höher beanspruchten Scheibe (Scheibe 1) mit zunehmendem Versatz steigt. Scheibe 2 hingegen wird mit zunehmendem Versatz geringer belastet.

Die an System 2 berechneten Spannungen sind aufgrund der geringen Zwischenschichtstärke bei Scheibe 1 maßgebend. Die ausgleichende Wirkung der weichen Zwischenschicht kommt nicht mehr zum Tragen und das Maximum der Spannungen wandert von der Scheibenachse (bei 0,5t) zum Rand (1,0t).

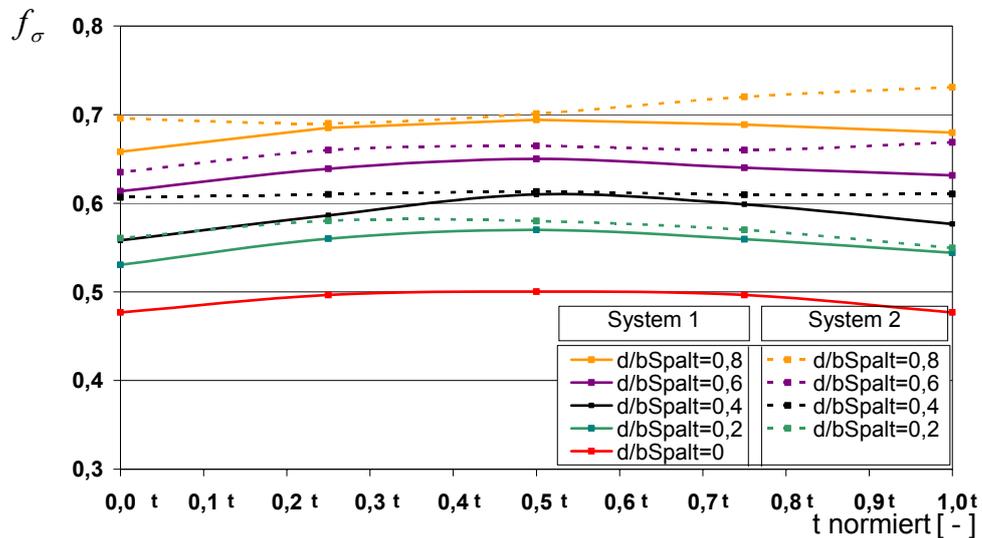


Bild 5.46: f_σ am Bohrungsrand über t (normiert) für unterschiedliche d/b_{Spalt} **Scheibe 1, FEM**

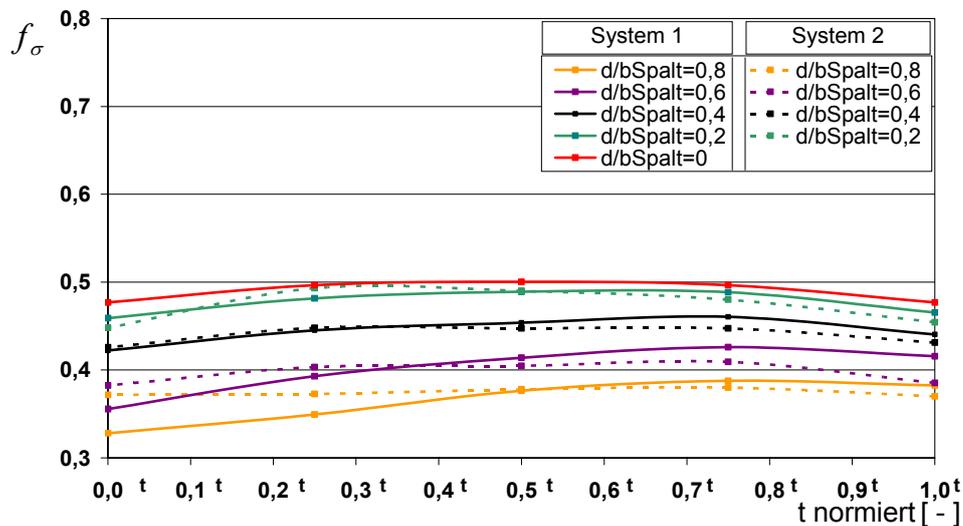
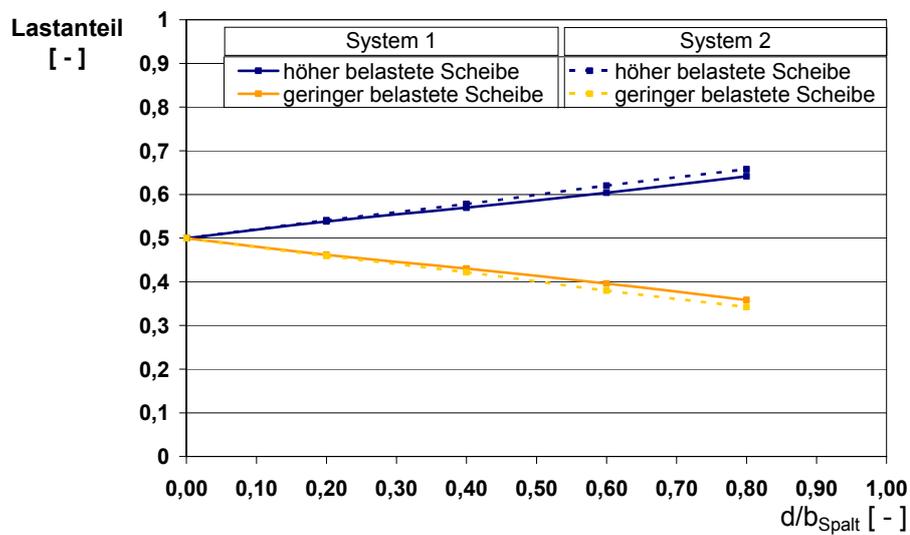


Bild 5.47: f_σ am Bohrungsrand über t (normiert) für unterschiedliche d/b_{Spalt} **Scheibe 2, FEM**

Aus Tabelle 5.17 gehen die Lastanteile, wie sie sich auf die beiden Schichten der VSG beim maßgebenden System 2 aufteilen, hervor. Bild 5.48 stellt die Lastanteile für beide Systeme grafisch dar.

Tabelle 5.17: Einfluss von d auf $f_{\sigma, \max}$ am Bohrungsrand für maßgebendes System 2, FEM

d	[mm]	0	1	2	3	4
$\frac{d}{d_{Spalt}}$	[-]	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8
$f_{\sigma, \max, Scheibe 1}$	[-]	0,500	0,580	0,613	0,669	0,731
$f_{\sigma, \max, Scheibe 2}$	[-]	0,500	0,493	0,448	0,409	0,380
Lastanteil Scheibe 1	[%]	50	54	58	62	66
Lastanteil Scheibe 2	[%]	50	46	42	38	34

Bild 5.48: Einfluss von d auf $f_{\sigma, \max}$ am Bohrungsrand, FEM

Die Untersuchungen zeigen, dass Versatz d im Bohrungsbereich zu einer ungleichmäßigen Belastung der beiden Schichten einer VSG-Scheibe führt, die nicht vernachlässigt werden darf. Der höheren Beanspruchung von Scheibe 1 ist im später abgeleiteten Bemessungskonzept Rechnung zu tragen.

5.4.3 Schlupf Δs des Bolzens im Zwischenmaterial

Bei den zuvor durchgeführten Berechnungen wurde ideeller Kontakt zwischen Bolzen und Zwischenschicht sowie zwischen Bohrungswandung und Zwischenschicht unterstellt. In der Praxis ist von zulässigen Maßtoleranzen der Glasbohrung, der Aluminiumhülse und dem Bolzen auszugehen, so dass der Einfluss aus möglichen Passungenauigkeiten auf die Beanspruchung der Scheibe untersucht werden muss.

Bei Verwendung von Vergussmörtel als Zwischenschicht kann die Maßtoleranz von Aluminiumhülse und Glasbohrung gut ausgeglichen werden, so dass mit Schlupf zwischen Glasbohrung und der Mörtelschicht, bzw. zwischen Mörtel und Aluminiumhülse nicht zu rechnen ist.

Zwischen Stahlbolzen und Aluminiumhülse hingegen ist aufgrund von zulässigen Maß- und Herstelltoleranzen möglicher Schlupf zu berücksichtigen. Der Stahlbolzen, der die Last über die Zwischenschicht in die Glasscheibe einträgt, liegt ggf. nicht umlaufend an der Aluminiumhülse an und ein Spalt, der in der zur Lastrichtung entgegengesetzten Richtung am größten ist, entsteht, siehe Bild 5.49 links.



Bild 5.49: Schlupf Δs zwischen Stahlbolzen und Aluminiumhülse (links), Kontaktwinkel $\alpha_{\text{Kontakt}} < 180^\circ$ z.B. durch Imperfektionen wie Schlupf Δs (rechts)

Bei störungsfreiem Kontakt aller Bauteile einer Scher-Lochleibungs-Verbindung wird die Bolzenlast, wie in Kapitel 4.2.2.1.2 ausführlich erläutert wurde, über die halbe Bohrlochwandung in die Glasscheibe eingeleitet. Der Kontaktwinkel α_{Kontakt} beträgt dann 180° . Schlupf zwischen Bolzen und Zwischenschicht hat zur Folge, dass die Kontaktfläche zwischen diesen beiden Bauteilen abnimmt, d.h. der Kontaktwinkel wird kleiner und der Lasteintrag in die Glasscheibe ist im Vergleich zu einer passgenauen Verbindung konzentrierter, vgl. Bild 5.49 rechts.

Zur Untersuchung des Einflusses von Schlupf zwischen Bolzen und Zwischenmaterial auf den Kontaktwinkel α_{Kontakt} und die Beanspruchung der Scheibe wurden numerische Simulationen für die in Tabelle 5.18 aufgeführten Werte für Δs durchgeführt.

Tabelle 5.18: Untersuchte Werte für Δs zur Ermittlung des Einflusses auf $f_{\sigma}(\varphi)$

Δs (variiert)	[mm]	0,1	0,2	0,5	1	2
$\Delta s/d_{\text{Bolzen}}$	[%]	0,3	0,7	1,7	3,3	6,7

Die Ergebnisse zeigen, dass der Kontaktwinkel α_{Kontakt} mit zunehmendem Schlupf abnimmt und der maximale Lochleibungsdruck steigt, d.h. die Last konzentriert sich zunehmend auf einen kleineren Bereich, vgl. Bild 5.50 und Bild 5.52. Gleichzeitig zeigt sich, dass Schlupf zu einem Anstieg von $f_{\sigma, \text{max}}$ am Bohrungsrand führt, siehe Bild 5.51. $f_p(\varphi)$ und $f_{\sigma, \text{max}}(\varphi)$ verlaufen affin zueinander und $f_{\sigma, \text{max}}$ tritt dort auf, wo der Kontaktbereich endet, vgl. Bild 5.53.

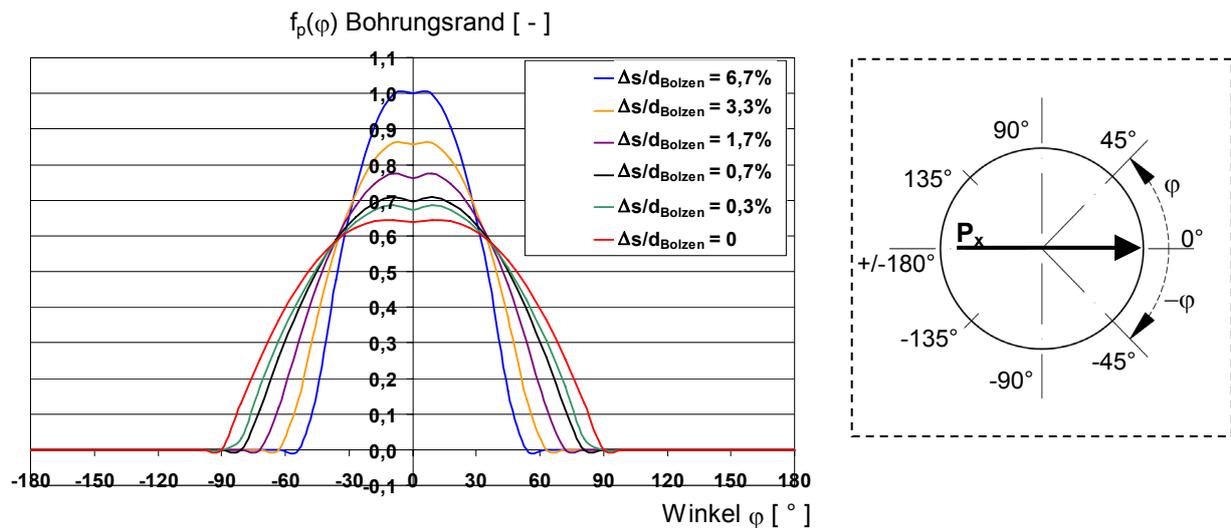


Bild 5.50: Lochleibungsdruck $f_p(\varphi)$ für verschiedenen Schlupf $\Delta s/d_{\text{Bolzen}}$, FEM

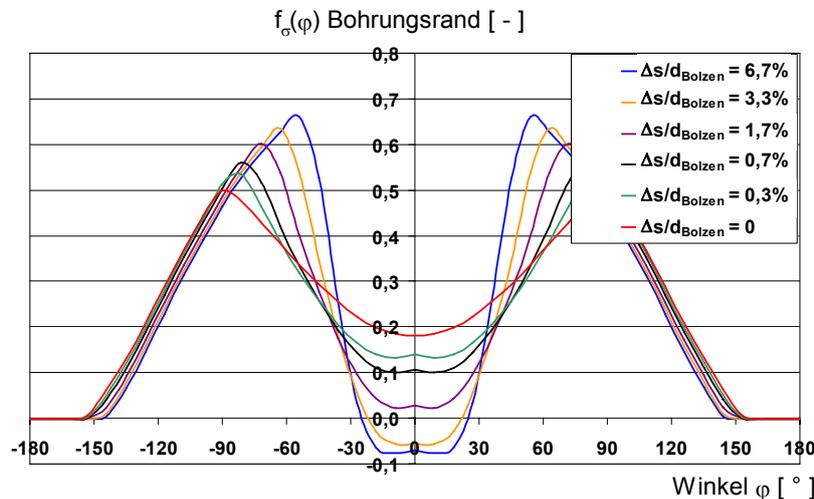


Bild 5.51: $f_{\sigma, \text{max}}(\varphi)$ am Bohrungsrand für verschiedenen Schlupf $\Delta s/d_{\text{Bolzen}}$, FEM

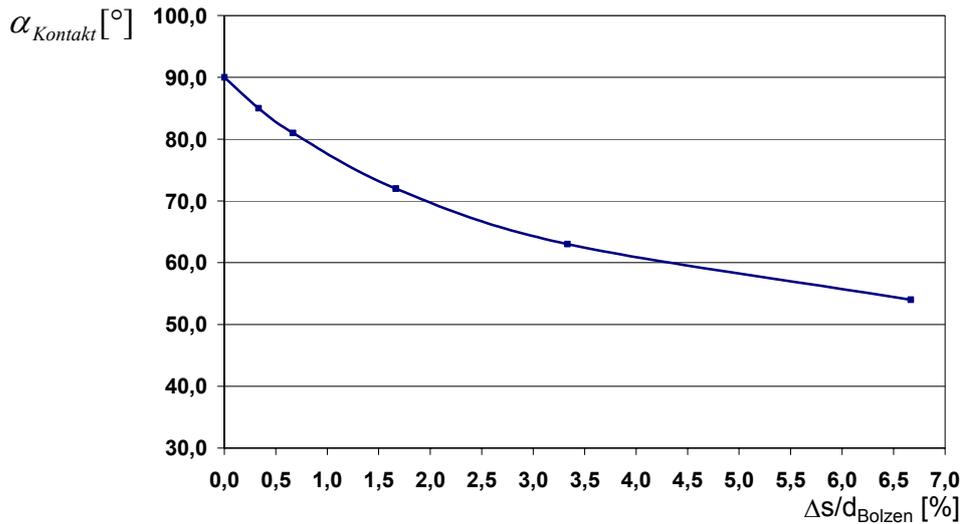


Bild 5.52: Kontaktwinkel α_{Kontakt} in Abhängigkeit von $\Delta s/d_{\text{Bolzen}}$, FEM

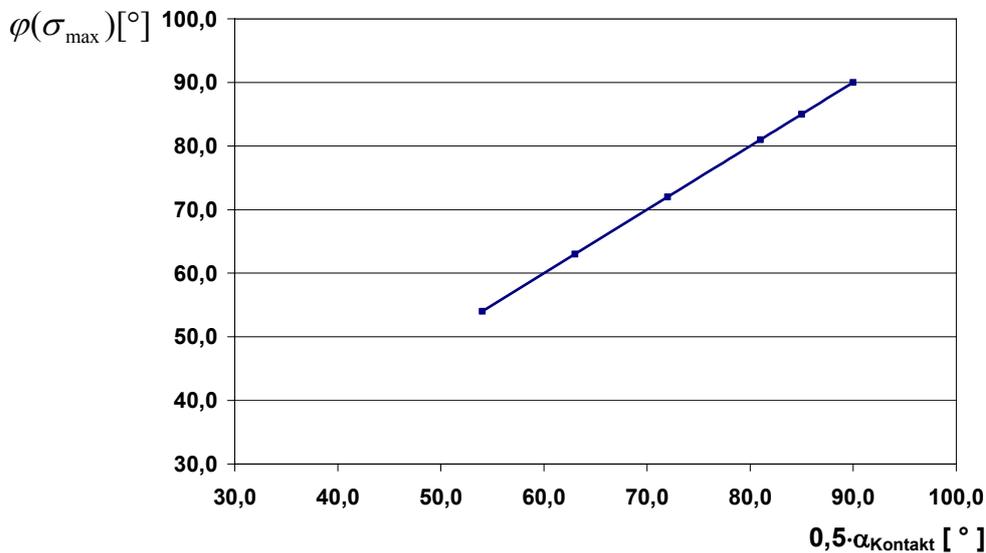


Bild 5.53: Kontaktwinkel und Lage der maximalen Spannung bezogen auf die Lastrichtung

Die Zunahme von $f_{\sigma, \text{max}}$ im Vergleich zu Verbindungen, bei denen kein Schlupf auftritt, kann Tabelle 5.19 und der grafischen Darstellung in Bild 5.54 entnommen werden.

Tabelle 5.19: $f_{\sigma, \text{max}}$ am Bohrungsrand in Abhängigkeit von Δs bzw. $\Delta s/d_{\text{Bolzen}}$, FEM

Δs	[mm]	0,0	0,1	0,2	0,5	1,0	2,0
$\frac{\Delta s}{d_{\text{Bolzen}}}$	[%]	0,0	0,3	0,7	1,7	3,3	6,7
$f_{\sigma, \text{max}, \Delta s}$	[-]	0,50	0,54	0,56	0,60	0,63	0,66
$\frac{f_{\sigma, \text{max}, \Delta s}}{f_{\sigma, \text{max}, \Delta s=0}}$	[-]	1,0	1,07	1,12	1,20	1,27	1,32

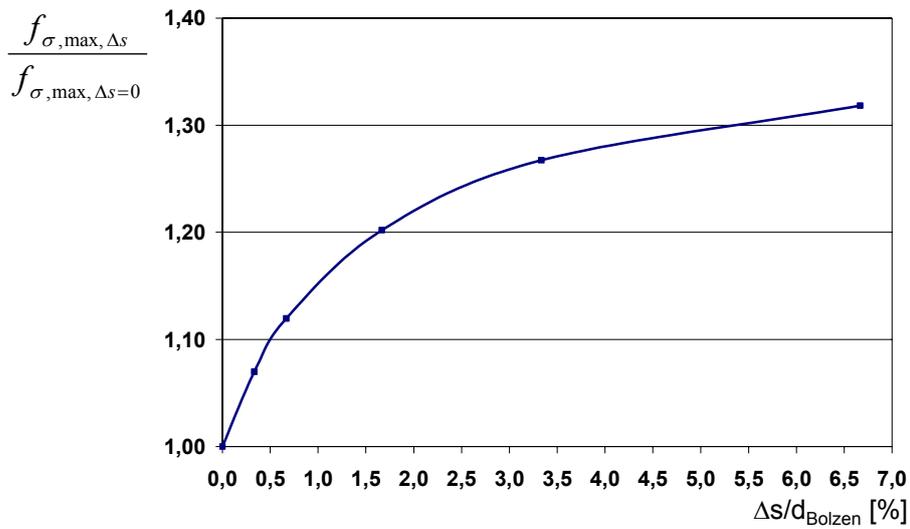


Bild 5.54: Verhältnis $f_{\sigma, \max}$ in Abhängigkeit von $\Delta s/d_{\text{Bolzen}}$ zu $f_{\sigma, \max}$ ohne Schlupf, FEM

Aus Bild 5.54 geht hervor, dass Schlupf zu einer nicht vernachlässigbaren Spannungszunahme im Glas führt, die im später abgeleiteten Bemessungskonzept zu berücksichtigen ist.

5.4.4 Unplanmäßig außermittige Position des Bolzens in der Lochbohrung

Das Einbringen des Vergussmörtels als Zwischenschicht zwischen Aluminiumhülse und Glasrand wird üblicherweise manuell vorgenommen. Um eine qualitativ gleichmäßig gute sowie zügige Produktion sicherzustellen, empfiehlt sich das Vorsehen von Schablonen, die auf beiden Seiten auf die Glasscheibe positioniert und gegeneinander verschraubt werden. Diese können beispielsweise aus Stahl- oder Holzplatten bestehen, wobei zwischen Glas und Schablone eine Teflonscheibe vorgesehen werden sollte, so dass die Haftung des Mörtels an der Schablone gering bleibt. Zur Sicherstellung einer möglichst gleichmäßigen Spaltbreite b_{Spalt} zwischen Bohrungsrand und Aluminiumhülse kann eine Zentrierscheibe aus Aluminium dienen. Für eine detaillierte Beschreibung zur Herstellung des Hülsenvergusses wird auf Kapitel 8.2.2 verwiesen.

Bedingt durch den Herstellprozess muss trotz ausreichender Vorkehrungen damit gerechnet werden, dass die Aluminiumhülse nicht perfekt zentrisch in der Lochbohrung sitzt und die Spaltbreite b_{Spalt} über den Umfang nicht gleichmäßig verläuft, d.h. es kommt zu einer unplanmäßig außermittigen Position des Bolzens in der Bohrung, siehe Bild 5.55.

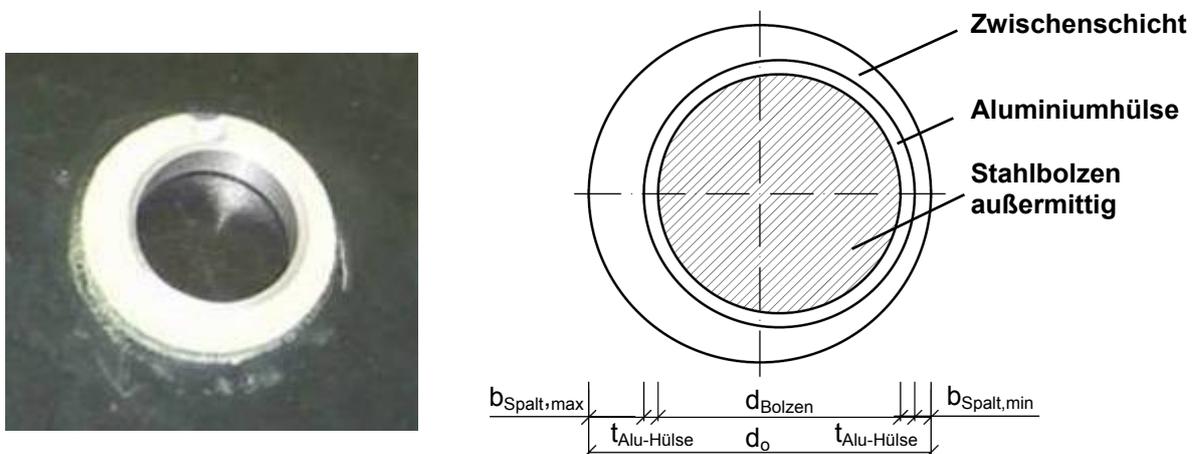


Bild 5.55: Ungleichmäßige Zwischenschichtstärke bedingt durch den Herstellprozess

Um den Einfluss aus einer unplanmäßigen Außermittigkeit auf die Beanspruchung der Glasscheibe zu ermitteln, wurden numerische Simulationen durchgeführt, bei dem die Position des Bolzens in x- und z-Richtung getrennt voneinander um jeweils 1, 2 und 3 mm verschoben wurde, vgl. Tabelle 5.20.

Tabelle 5.20: Einfluss unplanmäßiger Außermittigkeit des Bolzens auf $f_{\sigma}(\varphi)$

u_x (variiert)	[mm]	1	2	3	u_z (variiert)	[mm]	1	2	3
u_x/d_{Spalt}	[-]	0,2	0,4	0,6	u_z/d_{Spalt}	[-]	0,2	0,4	0,6

Der Verlauf von $f_{\sigma}(\varphi)$ über den Bohrungsrand für eine Verschiebung des Bolzens in x-Richtung kann Bild 5.56 und für eine Verschiebung in z-Richtung Bild 5.57 entnommen werden. Die Grafiken zeigen, dass eine außermittige Position des Bolzens verglichen mit einer zentrischen Lage zu einer höheren Beanspruchung der Scheibe führt.

Die Spannungserhöhung in der Glasscheibe infolge außermittiger Position des Bolzens kann Tabelle 5.21 (für u_x) und Tabelle 5.22 (für u_z) sowie in grafischer Darstellung Bild 5.58 entnommen werden.

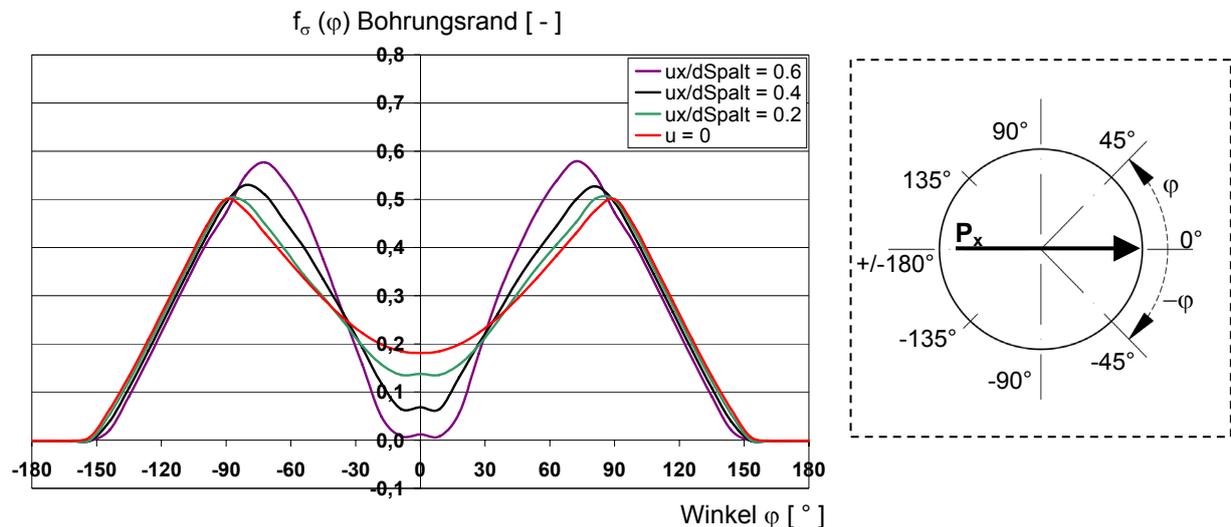


Bild 5.56: $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ am Bohrungsrand für außermittige Position des Bolzens in x-Richtung, FEM

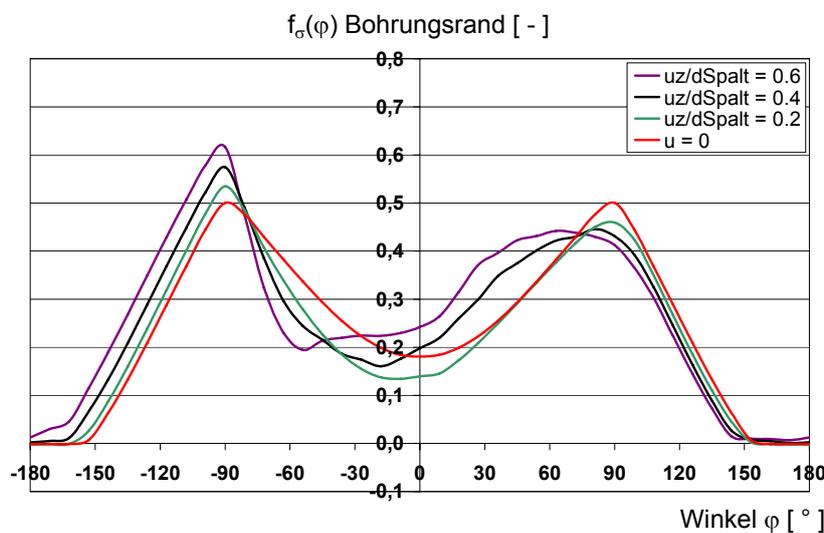


Bild 5.57: $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ am Bohrungsrand für außermittige Position des Bolzens in z-Richtung, FEM

Tabelle 5.21: Einfluss von u_x auf $f_{\sigma,max}$ am Bohrungsrand, FEM

u_x	[mm]	0	1	2	3
$\frac{u_x}{b_{Spalt}}$	[-]	0	0,2	0,4	0,6
f_{σ,max,u_x}	[-]	0,500	0,501	0,529	0,579
$\frac{f_{\sigma,max,u_x}}{f_{\sigma,max,u=0}}$	[-]	1,00	1,00	1,06	1,16

Tabelle 5.22: Einfluss von u_z auf $f_{\sigma,max}$ am Bohrungsrand, FEM

u_z	[mm]	0	1	2	3
$\frac{u_z}{b_{Spalt}}$	[-]	0	0,2	0,4	0,6
f_{σ,max,u_z}	[-]	0,500	0,535	0,574	0,616
$\frac{f_{\sigma,max,u_z}}{f_{\sigma,max,u=0}}$	[-]	1,00	1,07	1,15	1,23

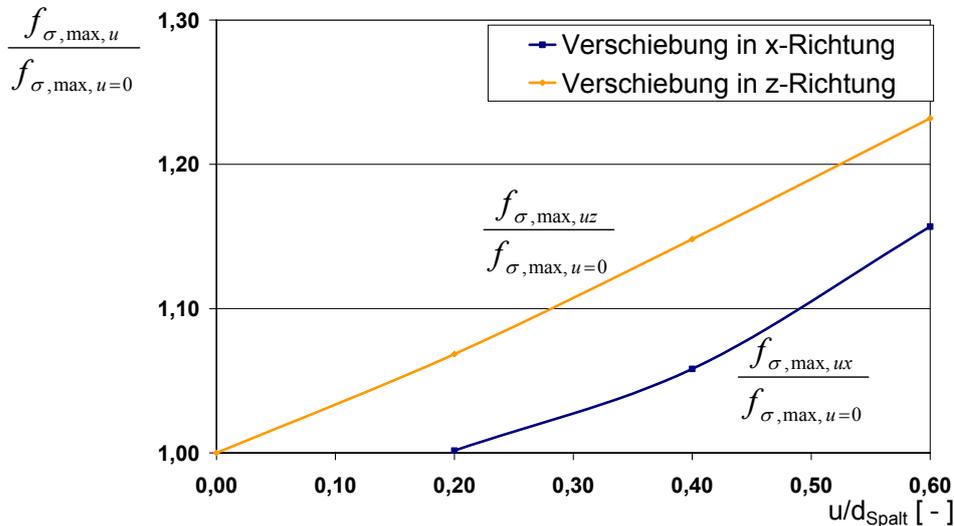


Bild 5.58: Einfluss von u_x bzw. u_z auf $f_{\sigma,max}$ am Bohrungsrand, FEM

Es zeigt sich, dass eine Verschiebung der Aluminiumhülse in z-Richtung, d.h. senkrecht zur Lastrichtung, hinsichtlich der Beanspruchung der Scheibe ungünstiger wirkt als die Verschiebung parallel zur Lastrichtung (x-Richtung), siehe Bild 5.58. Aus den Untersuchungsergebnissen geht hervor, dass eine unplanmäßige Außermittigkeit des Bolzens in der Bohrung zu Spannungserhöhungen am Bohrungsrand führt, die nicht vernachlässigt werden können und im abgeleiteten Bemessungskonzept berücksichtigt werden müssen.

6 Lasteinleitung bei langen Schraubenverbindungen

6.1 Problemstellung und Lösungsweg

Die Schubkraftverteilung bei langen Schraubenverbindungen erfolgt nicht gleichmäßig über die Verbindungslänge.

Zur Erfassung der Scherkräfte bei langen Schraubenverbindungen im konstruktiven Glasbau kann aufgrund der Materialeigenschaften des Glases von einem rein elastischen Tragverhalten der Verbindung ausgegangen werden, für das bereits analytische Ansätze vorliegen, z.B. [23].

Folgende Voraussetzungen werden definiert:

- Die Querschnitte der gefügten Elemente bleiben konstant.
- Die Füge Teile verhalten sich linear-elastisch über den gesamten Verbindungsbereich.
- Die Verbindungsmittel (Schrauben) verhalten sich linear-elastisch.
- Biegemomente treten in der Verbindung nicht auf.

6.2 Linearer Ansatz der Schubkraftverteilung

6.2.1 Herleitung des Spannungserhöhungsfaktors $k_\tau(x)$

In Bild 6.1 ist eine einschnittige Verbindung bei Unterstellung einer kontinuierlichen Fügung mit beliebiger Werkstoffkombination dargestellt.

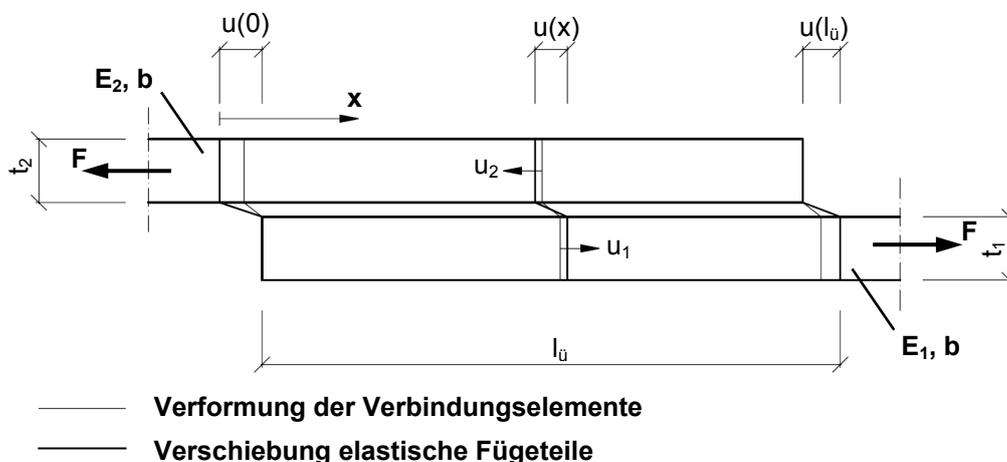


Bild 6.1: Einschnittige Verbindung mit kontinuierlicher Fügung

Es wird nun die Herleitung der Schubkraftverteilung über die Verbindungslänge in Anlehnung an [23] vorgestellt, nach der sich die Verschiebung an einer beliebigen Stelle x aus folgender Gleichung ermitteln lässt:

$$u(x) = u(0) + u_1 - u_2 = u(0) + \int_0^x \varepsilon_1(x) dx - \int_0^x \varepsilon_2(x) dx \quad (6.1)$$

mit:

$$\varepsilon_1(x) = \frac{1}{E_1 \cdot t_1} \cdot \int_0^x \tau(x) dx \quad (6.2)$$

$$\varepsilon_2(x) = \frac{1}{E_2 \cdot t_2 \cdot b} \cdot \left(F - b \cdot \int_0^x \tau(x) dx \right) \quad (6.3)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (6.2) und (6.3) in (6.1) ergibt sich:

$$u(x) = u(0) + \frac{1}{E_1 \cdot t_1} \cdot \int_0^x \left(\int_0^x \tau(x) dx \right) dx - \frac{1}{E_2 \cdot t_2 \cdot b} \cdot \int_0^x \left(F - b \cdot \int_0^x \tau(x) dx \right) dx \quad (6.4)$$

Gleichung (6.4) wird zweimal differenziert:

$$\frac{d^2 u(x)}{dx^2} = \frac{\tau(x)}{E_1 \cdot t_1} + \frac{\tau(x)}{E_2 \cdot t_2} = \frac{E_1 \cdot t_1 + E_2 \cdot t_2}{E_1 \cdot t_1 \cdot E_2 \cdot t_2} \cdot \tau(x) \quad (6.5)$$

Es wird eine Schubkraft s [Kraft/Längeneinheit] definiert, die sich durch „Verschmieren“ der an einem Bolzen angreifenden Einzellast N_i wie folgt berechnet:

$$s = \frac{N_i}{e} \quad (6.6)$$

worin:

- N_i : an einem Bolzen angreifende Einzellast
- s : Schubkraft pro Längeneinheit x
- e : Abstand der Bolzen

Es gilt die Federbeziehung der unter Scherbeanspruchung stehenden Schrauben:

$$s(x) = c \cdot u(x) \quad (6.7)$$

worin:

- s : Schubkraft pro Längeneinheit x
- c : Federsteifigkeit pro Längeneinheit x
- u : Längenänderung in x -Richtung

Mithilfe von s lässt sich die Schubspannung in der Fuge bestimmen:

$$\tau_{Fuge}(x) = \frac{s(x)}{b} \quad (6.8)$$

mit:

b: rechnerische Fugenbreite

$$\Leftrightarrow \tau_{Fuge}(x) = \frac{1}{b} \cdot c \cdot u(x) \quad (6.9)$$

D.h., Gleichung (6.5) lautet:

$$\frac{d^2 u(x)}{dx^2} = \lambda^2 \cdot u(x) \quad (6.10)$$

mit:

$$\lambda^2 = \frac{E_1 \cdot t_1 + E_2 \cdot t_2}{E_1 \cdot t_1 \cdot E_2 \cdot t_2} \cdot \frac{c}{b} \quad (6.11)$$

Eine bekannte Lösung dieser homogenen Differentialgleichung 2. Ordnung lautet:

$$u(x) = A \cdot \cosh(\lambda \cdot x) + B \cdot \sinh(\lambda \cdot x) \quad (6.12)$$

mit den beiden Verschiebungsrandbedingungen:

$$u(x=0) = u(0); \quad u(x=l_{\ddot{u}}) = u(l_{\ddot{u}}) \quad (6.13), (6.14)$$

Für den allgemeinen Fall verschiedener Werkstoffe oder verschiedener Werkstoffdicken gilt:

$$u(l_{\ddot{u}}) = u(0) + \Delta \quad (6.15)$$

Die Verschiebung aus Gleichung (6.10) ergibt sich in Anlehnung an [23] zu:

$$u(x) = \frac{u(0)}{\sinh(\lambda \cdot l_{\ddot{u}})} \cdot [\sinh(\lambda \cdot (l_{\ddot{u}} - x)) + (\beta + 1) \cdot \sinh(\lambda \cdot x)] \quad (6.16)$$

mit:

$$\beta = \frac{(E_2 \cdot t_2 - E_1 \cdot t_1) \cdot c \cdot l_{\ddot{u}}^2}{E_1 \cdot t_1 \cdot (c \cdot l_{\ddot{u}}^2 + E_2 \cdot t_2 \cdot b)} \quad (6.17)$$

Um nun die Spannung in Abhängigkeit von x zu ermitteln, wird folgende Gleichung aufgestellt:

$$\frac{u(x)}{u_m} = \frac{\tau(x)}{\tau_m} \quad (6.18)$$

$$\Leftrightarrow \tau(x) = \tau_m \cdot \frac{u(x)}{u_m}, \quad (6.19)$$

die über die gemittelte Spannung τ_m , bzw. mittlere Verschiebung u_m , gebildet wird.

Daraus folgt:

$$u_m = \frac{1}{l_{\ddot{u}}} \cdot \int_0^{l_{\ddot{u}}} u(x) dx = \frac{u(0) \cdot (\beta + 2) \cdot (\cosh(\lambda \cdot l_{\ddot{u}}) - 1)}{\lambda \cdot l_{\ddot{u}} \cdot \sinh(\lambda \cdot l_{\ddot{u}})} \quad (6.20)$$

Gleichung (6.18) lautet somit:

$$\frac{u(x)}{u_m} = \frac{u(0)(\sinh(\lambda \cdot (l_{\ddot{u}} - x)) + (\beta + 1) \sinh(\lambda \cdot x))}{\sinh(\lambda \cdot l_{\ddot{u}})} \cdot \frac{\lambda \cdot l_{\ddot{u}} \cdot \sinh(\lambda \cdot l_{\ddot{u}})}{u(0)(\beta + 2)(\cosh(\lambda \cdot l_{\ddot{u}}) - 1)} \quad (6.21)$$

$$\Leftrightarrow \frac{u(x)}{u_m} = \frac{\omega}{(\beta + 2) \cdot (\cosh \omega - 1)} \cdot \left(\sinh \left(\omega \cdot \left(1 - \frac{x}{l_{\ddot{u}}} \right) \right) + (\beta + 1) \cdot \sinh \left(\omega \cdot \frac{x}{l_{\ddot{u}}} \right) \right) \quad (6.22)$$

worin:

$$\omega = \lambda \cdot l_{\ddot{u}} = \sqrt{\frac{c \cdot (E_1 \cdot t_1 + E_2 \cdot t_2) \cdot l_{\ddot{u}}^2}{E_1 \cdot t_1 \cdot E_2 \cdot t_2 \cdot b}} \quad (6.23)$$

Die Schubspannungsverteilung über die Verbindungslänge lässt sich nun wie folgt bestimmen:

$$\tau(x) = \frac{\omega \cdot \tau_m}{(\beta + 2) \cdot (\cosh \omega - 1)} \cdot \left(\sinh \left(\omega \cdot \left(1 - \frac{x}{l_{\ddot{u}}} \right) \right) + (\beta + 1) \cdot \sinh \left(\omega \cdot \frac{x}{l_{\ddot{u}}} \right) \right) \quad (6.24)$$

Es wird ein Spannungserhöhungsfaktor k_τ definiert, mit dessen Hilfe sich die maximale Spannung ermitteln lässt.

$$\tau_{\max} = k_\tau \cdot \tau_m \quad (6.25)$$

Die Spannungsmaxima stellen sich an den Enden der Verbindung ein und können wie folgt berechnet werden:

$$x = 0: \quad \tau_{\max} = \frac{\omega \cdot \tau_m \cdot \sinh \omega}{(\beta + 2) \cdot (\cosh \omega - 1)} = k_\tau' \cdot \tau_m \quad (6.26)$$

$$x = l_{\ddot{u}}: \quad \tau_{\max} = \frac{\omega \cdot \tau_m \cdot (\beta + 1) \cdot \sinh \omega}{(\beta + 2) \cdot (\cosh \omega - 1)} = k_\tau'' \cdot \tau_m \quad (6.27)$$

Der beschriebene Ansatz stellt eine auf der sicheren Seite liegende Lösung zur Ermittlung der Schubkraftverteilung über die Verbindungslänge dar, da eine gleichmäßige Dehnung der Laschen über die Verbindungslänge unterstellt wird. Spannungskonzentrationen vor dem Schraubenloch bewirken jedoch eine inhomogene Dehnungsverteilung, d.h. ggf. eintretende Lastumlagerungen werden hier nicht berücksichtigt.

6.2.2 Beispielhafte Berechnung von $k_\tau(x)$

Bild 6.2 und Bild 6.3 kann beispielhaft $k_\tau(x)$ über die Verbindungslänge bei Unterstellung einer kontinuierlichen Fügung für $l_{\bar{u}}=100\text{mm}$ und $l_{\bar{u}}=500\text{mm}$ für die in Tabelle 6.1 angegebenen Parameter entnommen werden. $k_\tau(x)$ wird für $l_{\bar{u}}=500\text{mm}$ und $E_1A_1/E_2A_2=2$ ergänzend diskret für die einzelnen Bolzen ($n=5$) in Bild 6.4 dargestellt.

Tabelle 6.1: Eingangsgrößen zur beispielhaften Berechnung der Schubkraftverteilung über $l_{\bar{u}}$

E_1	[N/mm ²]	70000
E_2	[N/mm ²]	210000
$l_{\bar{u}}=n \cdot e$	[mm]	Min: 100 Max: 500
b	[mm]	10
c	[N/mm/mm]	100 ¹

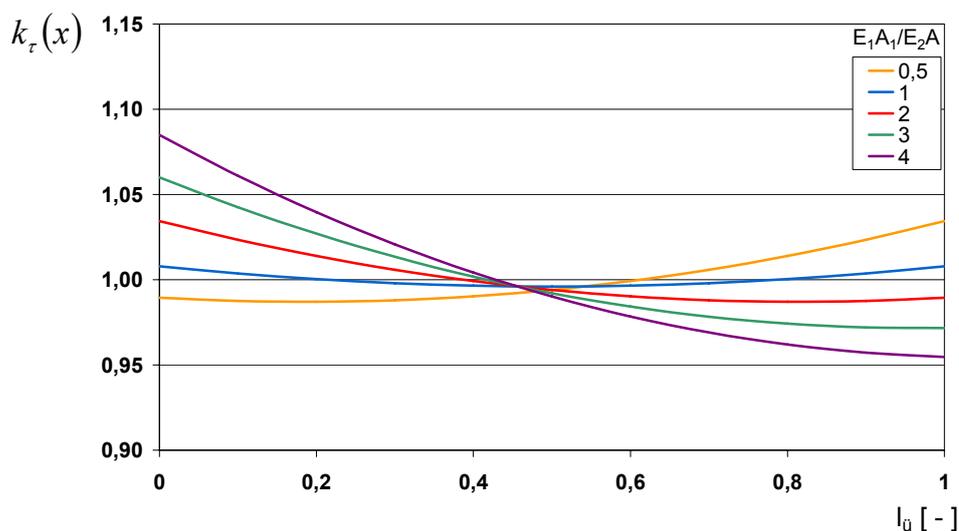


Bild 6.2: $k_\tau(x)$ über $l_{\bar{u}}$ (normiert) bei einer „verschmierten“ Verbindung, $l_{\bar{u}}=100\text{mm}$

¹ Die Konstante c wurde bestimmt aus den experimentellen Untersuchungen, siehe Kapitel 8

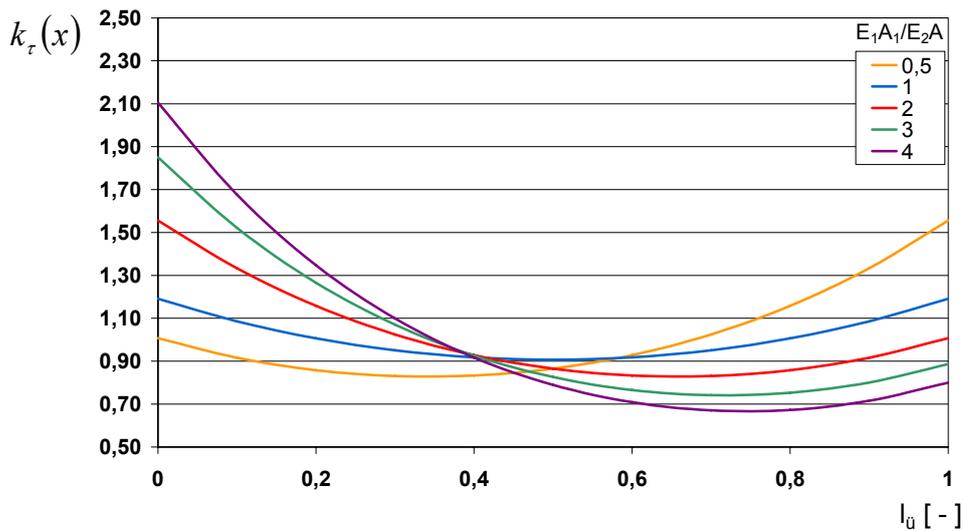


Bild 6.3: $k_\tau(x)$ über l_u (normiert) bei einer „verschmierten“ Verbindung, $l_u=500\text{mm}$

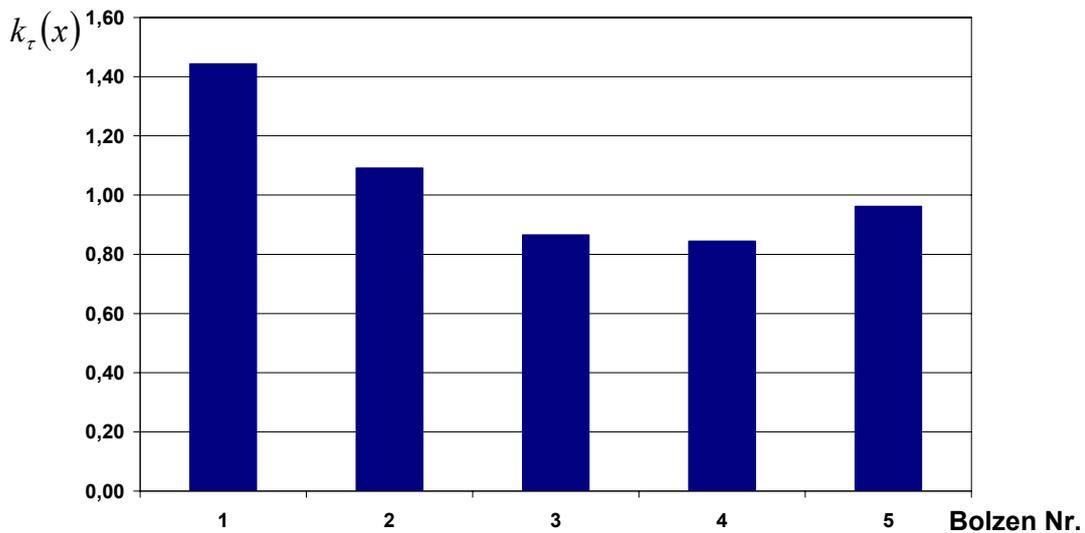


Bild 6.4: $k_\tau(x)$ in der diskreten Darstellung bei 5 Bolzen, $l_u=500\text{mm}$, $b=50\text{mm}$, $E_1A_1/E_2A_2=2$

Den beispielhaften Darstellungen kann entnommen werden, dass einzelne Bolzen eine erheblich höhere Beanspruchung ertragen müssen, als sich aus einer über die Verbindungslänge gemittelten Größe ergeben würde.

Bei der Ermittlung der Bemessungsbolzenlast ist dieser ungleichmäßigen Schubkraftverteilung über die Verbindungslänge unbedingt Rechnung zu tragen, indem die am Gesamtanschluss angreifende Normalkraft unter Berücksichtigung des Spannungserhöhungsfaktors $k_\tau(x)$ auf die Einzelbolzen verteilt wird.

$k_{\tau}(x)$ wird dabei entscheidend durch die folgenden Parameter beeinflusst:

- Verbindungslänge $l_{\bar{u}}$
- rechnerische Breite der Schubfuge b
- Federsteifigkeit c des Zusammenspiels Zwischenschicht/Bolzen
- Steifigkeitsverhältnis der gefügten Bauteile E_1A_1/E_2A_2
- Abstand e der Bolzen

Die rechnerischen Untersuchungen zur Längskraftverteilung verdeutlichen darüber hinaus den Spannungsspitzen abbauenden Einfluss der Zwischenschicht. Durch die vergleichsweise geringe Steifigkeit des Vergussmörtels wird eine Lastumlagerung erst möglich, die sich ohne Einsatz einer Zwischenschicht zwischen Bolzen und Glasbauteil aufgrund der fehlenden Duktilitätseigenschaften des Werkstoffs Glas nicht einstellen und zu einer erheblich höheren Beanspruchung an der maßgebenden Lochbohrung führen würde.

7 Vergussmörtel als Zwischenmaterial für SL-Verbindungen

Um eine ausreichende Traglast des gesamten SL-belasteten Anschlusses sicherzustellen, bedarf es ergänzend zur Untersuchung der Glasbauteile einer genauen Kenntnis des Tragverhaltens des Vergussmörtels.

7.1 Ergebnisse vorliegender Untersuchungen hinsichtlich der Materialeigenschaften

Wie eingangs beschrieben, wurde den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen das Zwischenmaterial Hilti HIT[®] zugrunde gelegt. Es handelt sich dabei um einen Verbundmörtel, der sich aus einem anorganischen und einem organischen Bindemittelsystem im Mischverhältnis 3:1 zusammensetzt. Das organische Bindemittel aus Urethanmethacrylatharz und Reaktivverdünnern bestimmt nach der Aushärtung primär die Tragfähigkeit des Mörtelsystems. Das anorganische Bindemittel aus Zement und Wasser führt zu einer Zementphase.

Es liegen Ergebnisse aus experimentellen Untersuchungen an Hilti HIT[®]-HY 70 vor ([5], [19], [20]) aus denen sich folgende Materialeigenschaften ermitteln lassen:

- die Druckfestigkeit bei Konditionierung unter
 - a) Normklima¹ und 23°C, -20°C, 60°C und 80°C Prüftemperatur,
 - b) 50°C und 23°C Prüftemperatur,
 - c) unter Wasserlagerung und 23°C Prüftemperatur,
- der E-Modul bei Konditionierung unter Normklima, bei 50°C und unter Wasser,
- das Schrumpfmaß,
- der thermische Ausdehnungskoeffizient,
- das Tragverhalten unter Dauerbeanspruchung (ohne Querdehnungsbehinderung des Mörtels) und
- die Verträglichkeiten mit Kunststoffen im Glasbau.

Die Druckfestigkeitsentwicklung und Entwicklung des E-Moduls bei Konditionierung unter Normklima zwischen 1 und 120 Tagen aus [5] und [19] ist in Tabelle 7.1 dargestellt.

¹ 23°C, 50% Luftfeuchtigkeit

Tabelle 7.1: Druckfestigkeit und E-Modul HIT®-HY 70, Konditionierung unter Normklima, [5] [19]

Lagerung [d]	Druckfestigkeit [N/mm ²]			E-Modul [N/mm ²]		
	m	5%-Fraktil	95%-Fraktil	m	5%-Fraktil	95%-Fraktil
1	65,5	52,5	73,6	1760	1458	1947
2	64,8	56,3	70,1	1740	1564	1850
3	68,7	66,0	70,3	1792	1726	1831
4	70,8	63,4	75,2	1842	1619	1975
7	64,7	60,5	66,9	1730	1327	1916
14	66,5	56,6	71,1	1870	1785	1910
21	64,7	62,9	65,8	1632	1503	1708
28	57,0	48,6	61,8	1690	1301	1931
120	68,0	61,4	71,6	1793	1443	1988

Die Untersuchungen bei Konditionierung durch Wasserlagerung führten nach [5] zu den folgenden Ergebnissen:

- Nach einer Aushärtungsdauer von 28 Tagen ist keine Festigkeitsreduzierung festzustellen.
- Der E-Modul erreicht nach einer Aushärtezeit von 28 Tagen das Niveau der Ergebnisse bei Konditionierung unter Normklima.

Die Untersuchungen bei Konditionierung unter 50°C zeigten gemäß [5], dass die Festigkeit nicht abnimmt und der E-Modul nach einer Aushärtezeit von 4 Tagen das Niveau der Ergebnisse bei Konditionierung unter Normklima erreicht.

Die Ermittlung der Druckfestigkeit und des E-Moduls bei unterschiedlichen Prüftemperaturen führten im Vergleich zu den Prüfungen bei 23°C zu den folgenden Ergebnissen:

- -20°C: die Festigkeit und der E-Modul nehmen deutlich zu,
- 60°C: die Festigkeit ist nahezu gleich bleibend, der E-Modul nimmt leicht ab,
- 80°C: die Festigkeit und der E-Modul nehmen deutlich ab.

Aus den Erkenntnissen lässt sich ableiten, dass die im Rahmen dieser Arbeit ermittelten Ergebnisse für Anwendungen im konstruktiven Glasbau bis maximal 60° Betriebstemperatur gültig sind.

Bei den unter Tabelle 7.1 angegebenen Festigkeiten handelt es sich um Kurzzeitfestigkeiten, die zum Erhalt von Langzeitfestigkeiten abgemindert werden müssen. An dieser Stelle wird das vom Mörtelhersteller und in [5] verfolgte Verfahren nach [32] zugrunde gelegt, bei dem die Langzeitfestigkeiten auf der Basis der Kurzzeitfestigkeiten für Epoxidharz-Betone unter Beaufschlagung von Abminderungsfaktoren, die die Zeitstandfestigkeit, erhöhte Temperaturen, Alterung und Materialstreuung berücksichtigen, ermittelt werden. Die ermittelten Festigkeiten sind ausgelegt für eine Standzeit von ca. 25 Jahren.

Der Rechenwert der Festigkeit wird nach [5] und in Anlehnung an [32] ermittelt zu:

$$\sigma_R = \frac{\sigma_{5\%}}{A} \quad (7.1)$$

mit:

$\sigma_{5\%} = 58,7 \text{ N/mm}^2$ (Mittelwert der 5%-Fraktile aus Tabelle 7.1)

$$A = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4$$

$A_1 = 1,7$ (Abminderung der Kurzzeitfestigkeit um 60% gemäß [32])

$A_2 = 1,0$ (Abminderungsfaktor zur Berücksichtigung angreifender Medien; der Mörtel ist vor angreifenden Medien zu schützen, Wasser führt nicht zu einer Abminderung der Traglast)

$A_3 = 1,1$ (Abminderungsfaktor zur Berücksichtigung zeitweise erhöhter Temperatur, zulässige Temperaturerhöhung max. 60°C)

$A_4 = 1,0$ (Abminderung zur Berücksichtigung festigkeitsreduzierender Einflüsse, die durch die Prüfung nicht erfasst wurden; in der Regel keine Abminderung aufgrund des Ansatzes von $\sigma_{5\%}$)

$$\Rightarrow \sigma_R = \frac{58,7}{1,7 \cdot 1,0 \cdot 1,1 \cdot 1,0} = 31 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (7.2)$$

Teilsicherheitsbeiwerte sind gesondert zu berücksichtigen. In [5] wird ein Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_M = 1,1$ empfohlen. Dieser ist durch entsprechende Untersuchungen am Vergussmaterial noch zu bestätigen.

Vorliegende Untersuchungen ([5] [19] [32]) zeigen, dass in den baupraktisch bemessungsrelevanten Bereichen (bis zu einer Kurzzeitdruckfestigkeit von ca. 35N/mm² [36]) von einem linear-elastischen Werkstoffverhalten des Vergussmörtels ausgegangen werden kann. In höheren Belastungsbereichen verhält sich der Werkstoff bis zum Bruch viskoelastisch.

In [5] wurden unter anderem die Druckfestigkeit, der E-Modul und der thermische Ausdehnungskoeffizient von HIT[®]-HY 70 und HIT[®]-HY 50 miteinander verglichen. Es konnte gezeigt werden, dass die Druckfestigkeit bei Konditionierung unter Normklima und Prüfung bei Raumtemperatur von HIT[®]-HY 70 etwa 10% höher liegt als die des Vorgängerproduktes HIT[®]-HY 50. Der E-Modul von HIT[®]-HY 70 liegt bei den vorerwähnten Umgebungsbedingungen um etwa 30% niedriger als der von HIT[®]-HY 50, vgl. Tabelle 7.2.

Tabelle 7.2: Vergleich HIT[®]-HY 70 und HIT[®]-HY 50, vgl. [5] [19]

Eigenschaft	Einheit	HIT [®] -HY 50	HIT [®] -HY 70
Druckfestigkeit	[N/mm ²]	59	65
E-Modul	[N/mm ²]	2480	1750
Thermischer Ausdehnungskoeffizient α	[1/K]	$38 \cdot 10^{-6}$	$34 \cdot 10^{-6}$

Die Kurzzeit-Zugfestigkeit des Materials HIT[®]-HY 70 beträgt gemäß [35] ca. 6,6N/mm². Der Bruchursprung lag bei experimentellen Untersuchungen im Rahmen vorliegender Forschungsergebnisse im Allgemeinen im Bereich der Druckzone, so dass von einem maßgebenden Druckversagen ausgegangen werden kann.

7.2 Einflussfaktoren auf die Beanspruchung des Vergussmörtels

7.2.1 Problemstellung und Lösungsweg

Auf die Beanspruchung des Zwischenmaterials haben insbesondere solche Parameter Einfluss, die einerseits maßgebend die Spannungsverteilung in der Zwischenschicht aufgrund geometrischer Randbedingungen beeinflussen, wie

- Zwischenschichtstärke b_{Spalt} bzw. Bolzendurchmesser d_{Bolzen} ,
- Scheibendicke t ,
- Bohrungsdurchmesser d_o ,

und sich andererseits auf die Lasteinleitung vom Bolzen in die Zwischenschicht auswirken:

- unsymmetrische Druckverteilung über die Scheibendicke sowie
- Schlupf Δs des Bolzens im Zwischenmaterial.

Die Erfassung der Beanspruchung des Zwischenmaterials ist aufgrund des dreiaxialen Spannungszustandes komplex. Es handelt sich gemäß der Elastostatik der Schalen um eine Kreiszylinderschale, die senkrecht zur Schalenwandung durch Bolzendruck belastet wird. Analytische Lösungen für den konkreten Anwendungsfall liegen bisher nicht vor, die Ermittlung der maßgebenden Beanspruchung erfolgte aus diesem Grund mithilfe der Finite-Elemente-Methode.

Es wurden in Anlehnung an Kapitel 5 numerische Untersuchungen mittels FEM an dem in Bild 7.1 dargestellten System durchgeführt. Durch Variation ausgewählter Parameter wird die Beanspruchung des Zwischenmaterials systematisch in Abhängigkeit des Bohrungsdetails ermittelt.

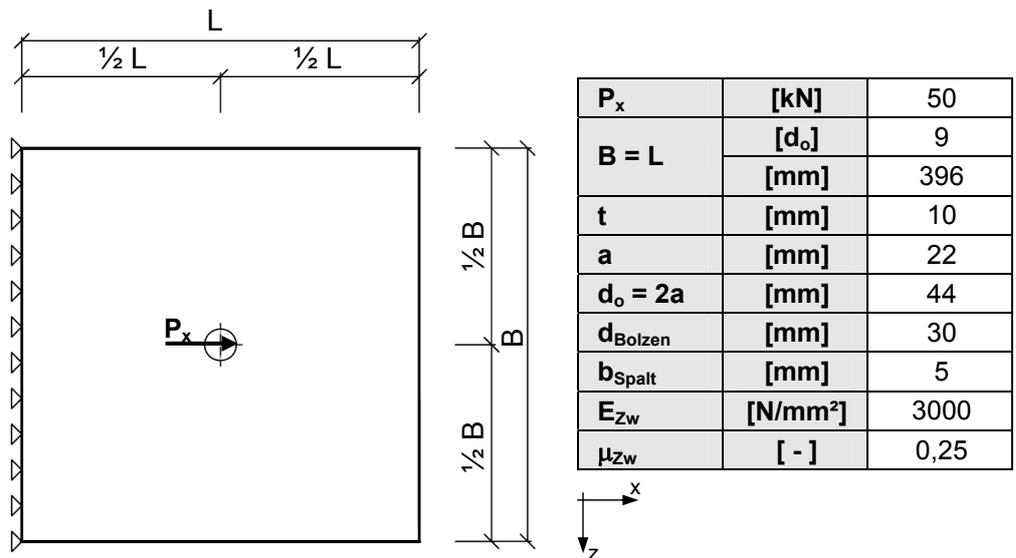


Bild 7.1: Untersuchung von Parametern auf die Beanspruchung des Vergussmörtels, System

Ausgewertet werden die Hauptspannungen σ_1 und σ_2 an den jeweils maßgebenden Stellen, siehe Bild 7.2. Die maximalen Druckspannungen traten immer am Lasteinleitungsbereich bei $\varphi=0^\circ$ auf, die maximalen Zugspannungen (Tangentialspannung) hatten ihr Maximum, in Abhängigkeit des untersuchten Systems, bei $\varphi=0^\circ$ (Zugspannung im Lasteinleitungsbereich maßgebend) oder bei $60^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ (Zugspannung an den äußeren Flanken des Kontaktwinkels maßgebend). Die Vektorplots der Hauptspannungen sind in Bild 7.3 dargestellt.

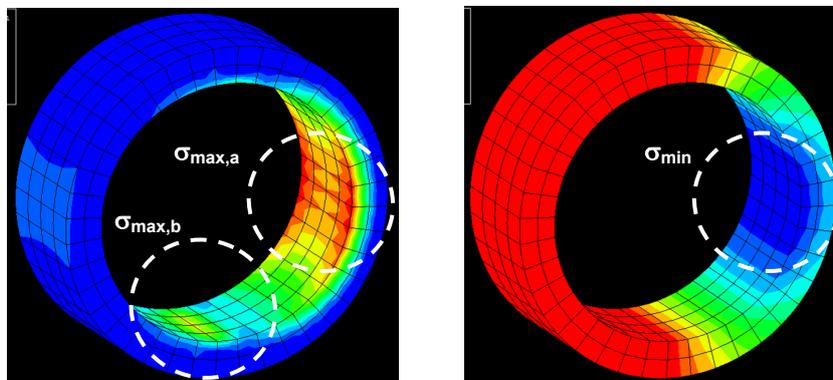


Bild 7.2: Exemplarische Spannungsplots der Zwischenschicht, links: σ_1 , rechts: σ_2

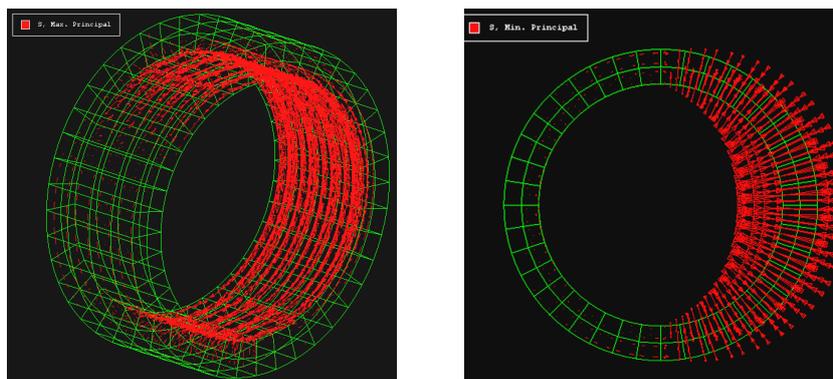


Bild 7.3: Vektorplots der maßgebenden Spannungen, links: σ_1 , rechts: σ_2

Die Spannungspfade zur Erfassung der maximalen Druckspannungen (σ_2) und maximalen Zugspannungen (σ_1) sind in Bild 7.4 dargestellt.

Pfad 3 (Bild 7.4) dient zur Auswertung der Spannungen über die Dicke t (insbesondere bei der Untersuchung des Einflusses von t auf die Beanspruchung des Vergussmörtels).

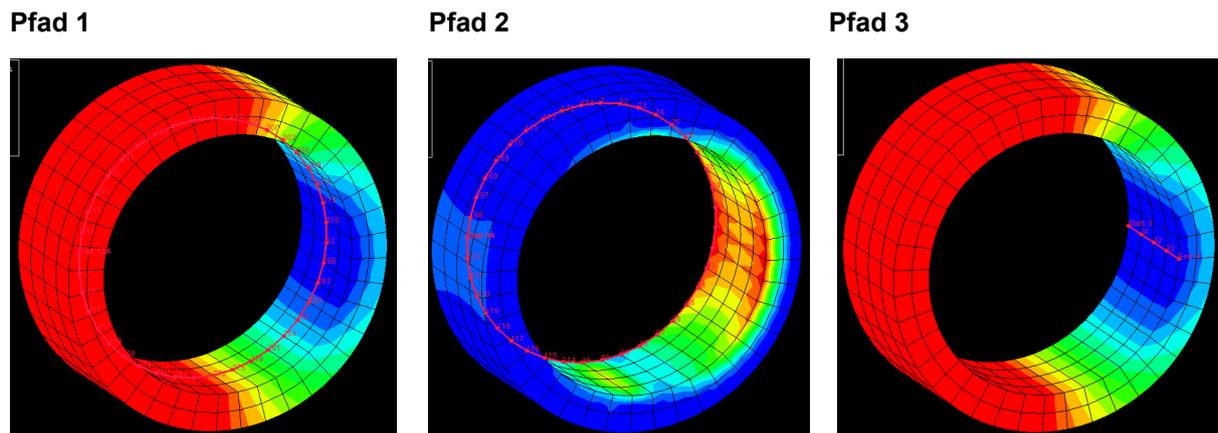


Bild 7.4: Pfade zur Erfassung der maßgebenden Spannungen

Der Einfluss der einzelnen Parameter auf die maßgebende Spannung im Vergussmörtel wird in den folgenden Kapiteln jeweils entlang der Pfade, die maßgebend sind, grafisch dargestellt.

In Anlehnung an die vorhergehenden Kapitel werden die Ergebnisse im Allgemeinen in Form eines Spannungsfaktors $f_\sigma(\varphi)$ angegeben:

$$f_\sigma(\varphi) = \sigma(\varphi) \cdot \frac{a \cdot t}{P_x} \quad (7.3)$$

Mithilfe von $f_\sigma(\varphi)$, der sich aus durchgeführten FEM-Berechnungen ermitteln lässt, kann anschließend in Abhängigkeit von φ , bezogen auf die Lastrichtung, die Belastung der Zwischenschicht für beliebige Bolzenlasten P_x , beliebige Bohrungsradien a und beliebige Scheibendicken t bestimmt werden.

$$\sigma(\varphi) = f_\sigma(\varphi) \cdot \frac{P_x}{a \cdot t} \quad (7.4)$$

7.2.2 Zwischenschichtstärke b_{Spalt}

b_{Spalt} hat einen entscheidenden Einfluss sowohl auf die maximalen als auch auf die minimalen Spannungen des Vergussmaterials. Die Druckspannungen und Zugspannungen über den Bohrungsrand können Bild 7.6 und Bild 7.7 für variierende Spaltbreiten, vgl. Bild 7.5, entnommen werden.

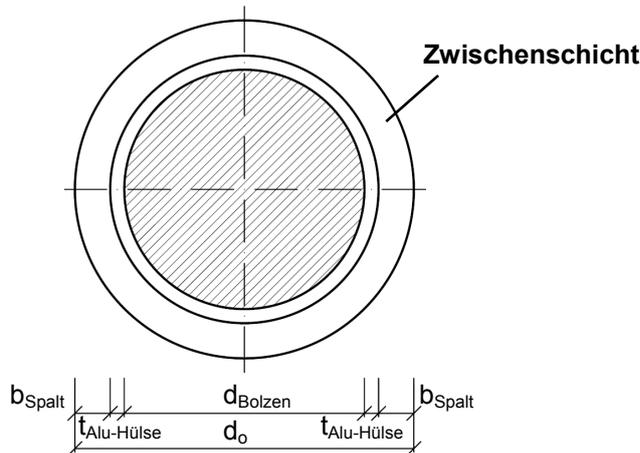


Bild 7.5: Bohrungsdetail

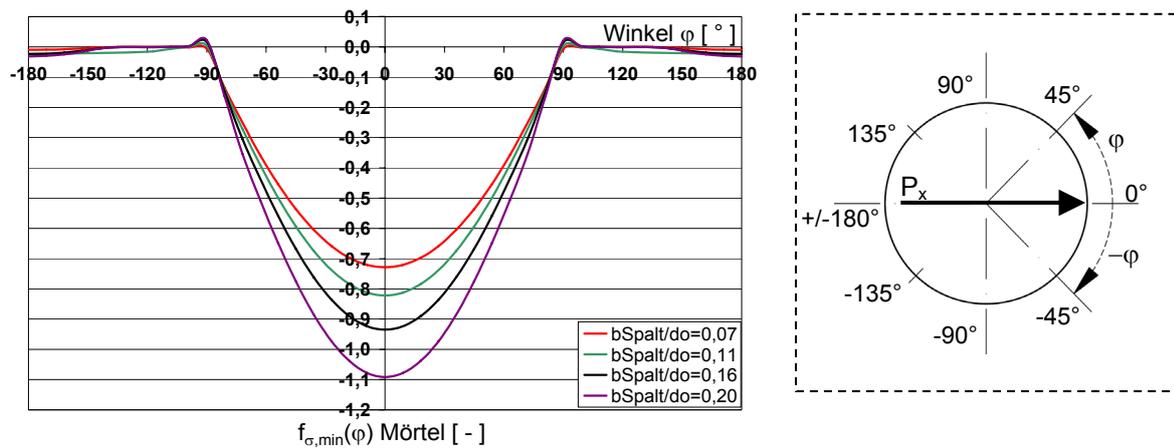


Bild 7.6: $f_{\sigma, \min}(\varphi)$ Zwischenschicht Pfad 1 für unterschiedliche b_{Spalt} , FEM

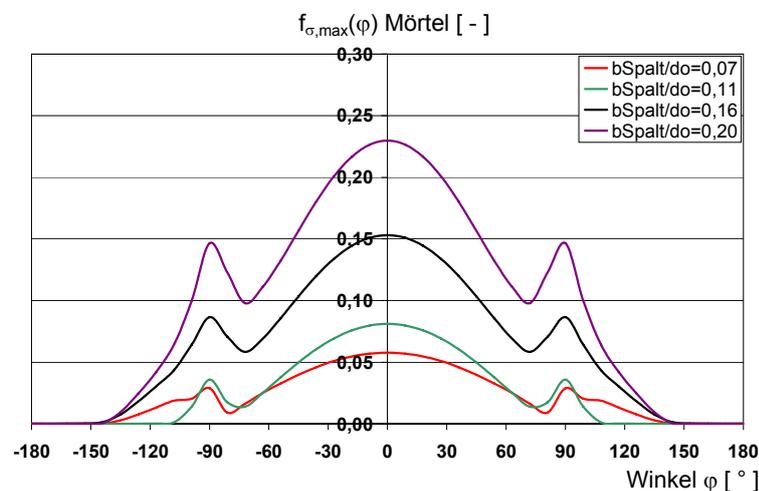


Bild 7.7: $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ Zwischenschicht Pfad 2 für unterschiedliche b_{Spalt} , FEM

Um die Spannungszunahme bzw. -abnahme in Abhängigkeit der Spaltbreite zu untersuchen, wird die Beanspruchung des Zwischenmaterials in Bild 7.8 für verschiedene b_{Spalt}/d_o im Verhältnis zu einem System der Spaltbreite $b_{\text{Spalt}}/d_o=5\text{mm}/44\text{mm}=0,11$ dargestellt.

Für $b_{\text{Spalt}}/d_o < 0,11$ ist sowohl die Druckspannung als auch die Zugspannung betragsmäßig geringer, während für zunehmende $b_{\text{Spalt}}/d_o > 0,11$ mit einem erheblichen Spannungszuwachs, insbesondere bei Betrachtung der Zugspannungen, gerechnet werden muss.

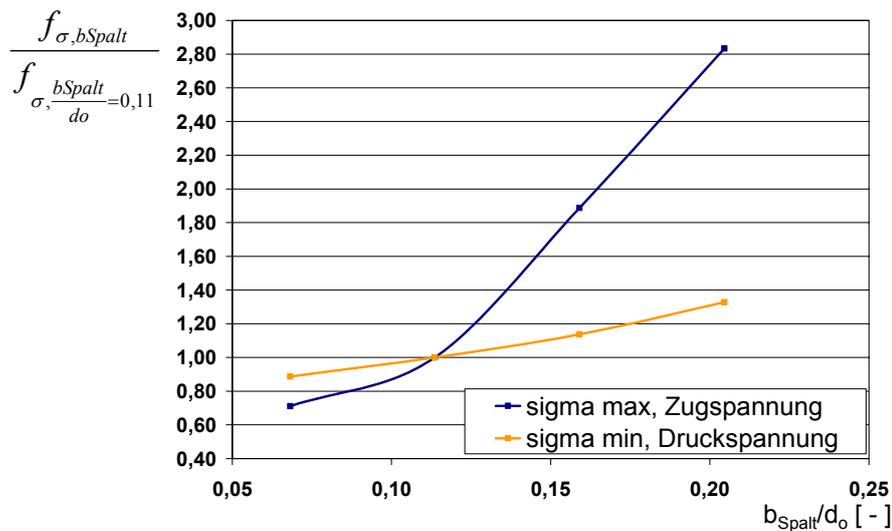


Bild 7.8: Einfluss von b_{Spalt} auf $f_{\sigma,\text{max}}$ und $f_{\sigma,\text{min}}$ der Zwischenschicht, FEM

7.2.3 Bohrungsdurchmesser d_o

d_o wirkt sich nur gering auf den Spannungsfaktor $f_{\sigma,\text{min}}(\varphi)$ des Vergussmörtels aus, siehe Bild 7.9, d.h. die Annahme eines reziproken Zusammenhangs zwischen dem Bohrungsdurchmesser und der maximalen Druckspannung in der Zwischenschicht

$$\sigma(\varphi) = f_{\sigma}(\varphi) \cdot \frac{P_x}{a \cdot t} \quad (7.5)$$

führt zu einer hinreichend genauen Erfassung von maßgebend σ_2 , siehe Bild 7.11. Ein Bohrungsdurchmesser von $2d_o$ führt bei gleicher Bolzenlast zu einer Halbierung der maximalen Druckspannung im Vergussmaterial.

Bei Betrachtung des Quotienten $f_{\sigma,\text{max}}(\varphi)/a$ an der Randfaser der Bohrung (Pfad 2) zeigt sich, dass die maximalen Zugspannungen mit abnehmendem Bohrlochdurchmesser ansteigen, siehe Bild 7.10.

Bild 7.11 kann entnommen werden, dass die Zugspannungen für $d_o \leq 44$, d.h. für $1/a \geq 0,045$, mit abnehmendem Bohrlochdurchmesser linear zunehmen und für $d_o > 44$, d.h. für $1/a < 0,045$, unterproportional abnehmen.

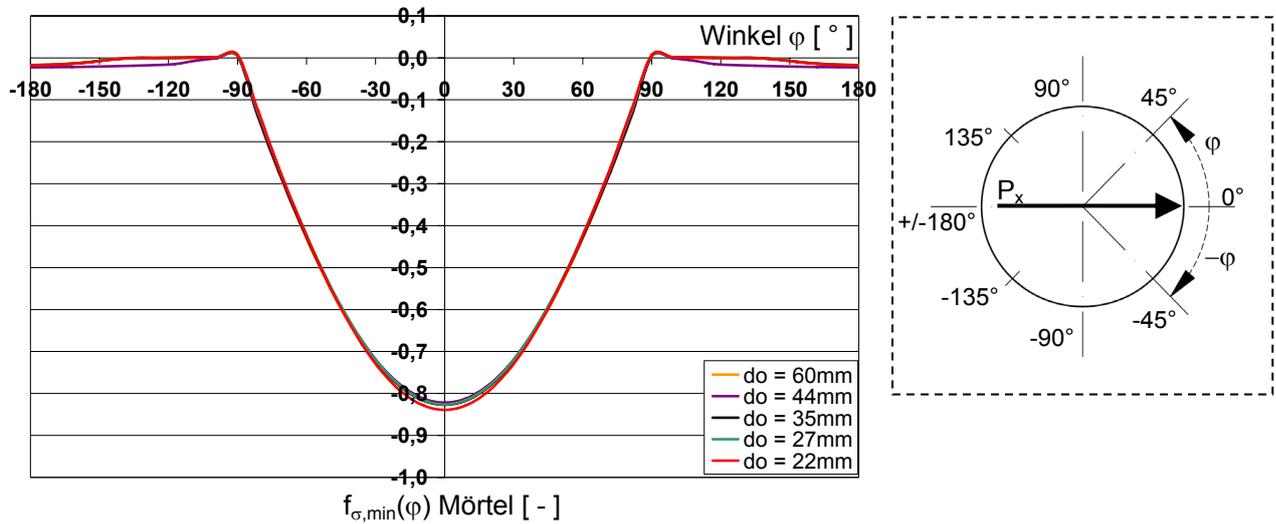


Bild 7.9: $f_{\sigma, \min}(\varphi)$ Zwischenschicht Pfad 1 für unterschiedliche d_o , FEM

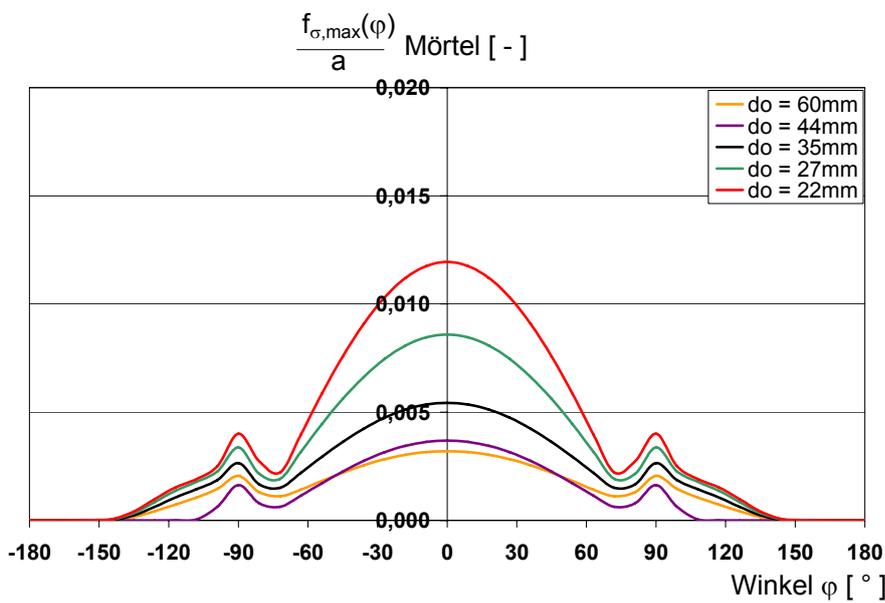


Bild 7.10: $f_{\sigma, \max}(\varphi)/a$ Zwischenschicht Pfad 2 für unterschiedliche d_o , FEM

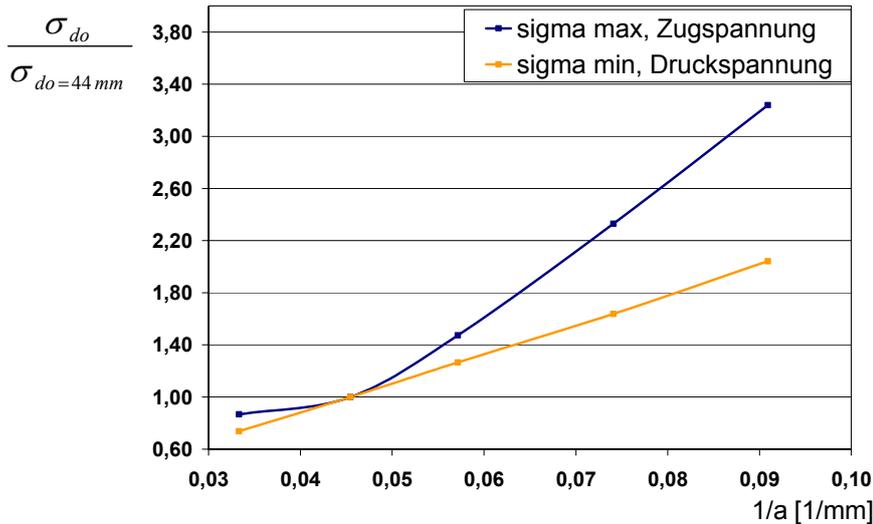


Bild 7.11: σ_{\min} und σ_{\max} in Abhängigkeit von $1/a$ im Verhältnis zu σ_{\min} bzw. σ_{\max} für $a=22\text{mm}$, FEM

7.2.4 Scheibendicke t

Bild 7.12 stellt $f_{\sigma,\min}(\varphi)$ (Pfad 1) des Vergussmaterials für unterschiedliche Scheibendicken t in Abhängigkeit von φ dar. Es zeigt sich, dass $f_{\sigma,\min}(\varphi)$ nahezu unabhängig ist von t , d.h. t wirkt sich aufgrund des Zusammenhangs

$$\sigma(\varphi) = f_{\sigma}(\varphi) \cdot \frac{P_x}{a \cdot t} \tag{7.6}$$

nahezu reziprok auf die auftretenden Druckspannung am Bohrungsrand aus, siehe Bild 7.14. Bild 7.13 und Bild 7.14 zeigen darüber hinaus, dass auch $f_{\sigma,\max}(\varphi)$ nahezu reziprok von t abhängt.

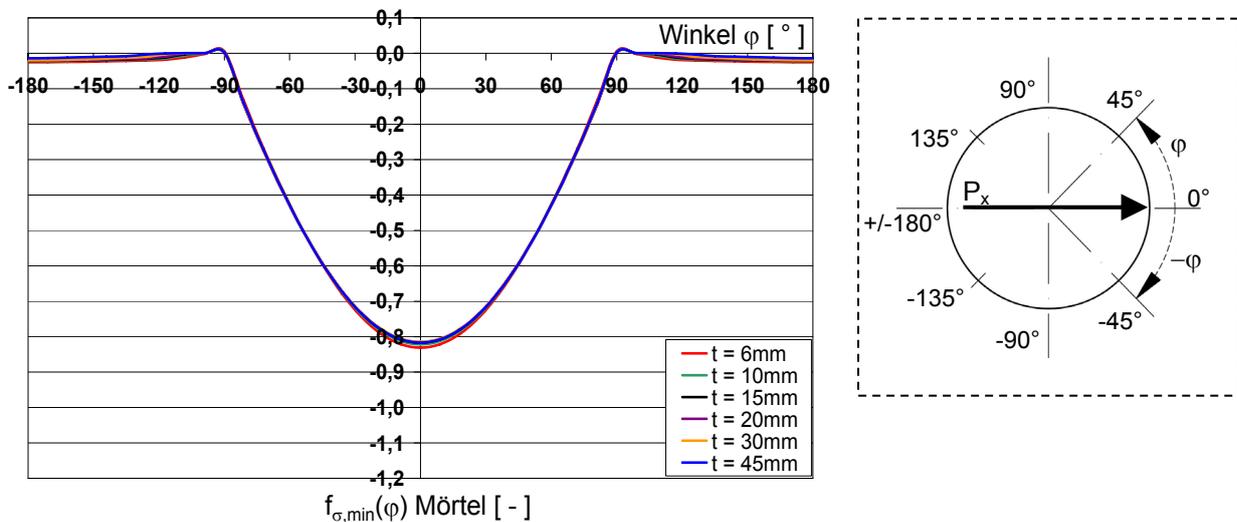


Bild 7.12: $f_{\sigma,\min}(\varphi)$ Zwischenschicht Pfad 1 für unterschiedliche t , FEM

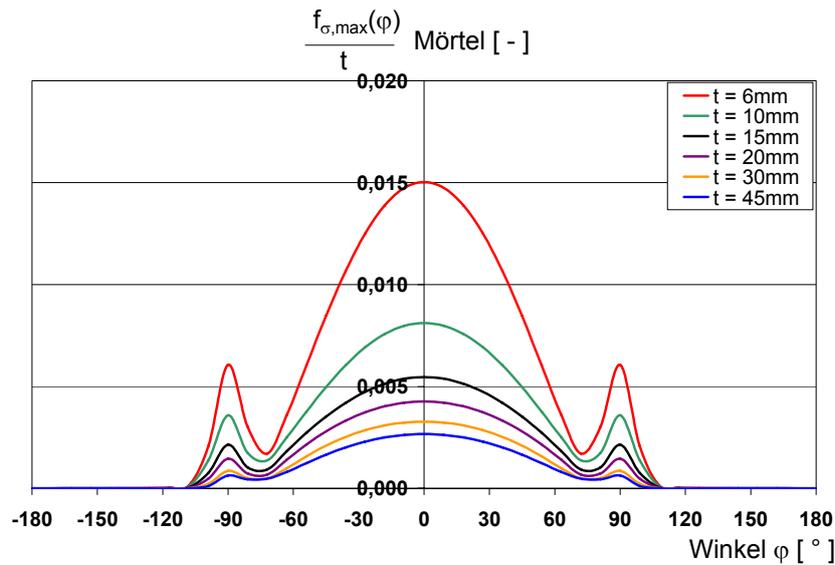


Bild 7.13: $f_{\sigma, \max}(\varphi)/t$ Zwischenschicht Pfad 2 für unterschiedliche t , FEM

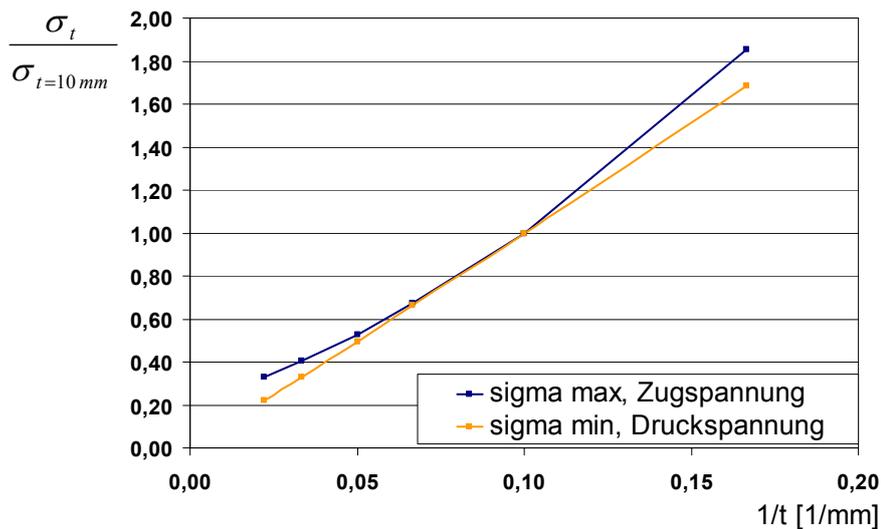
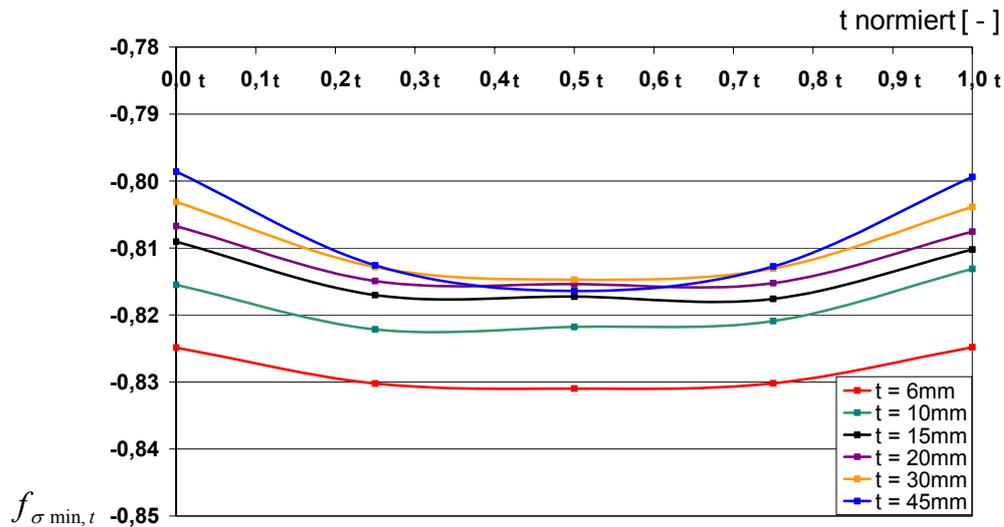
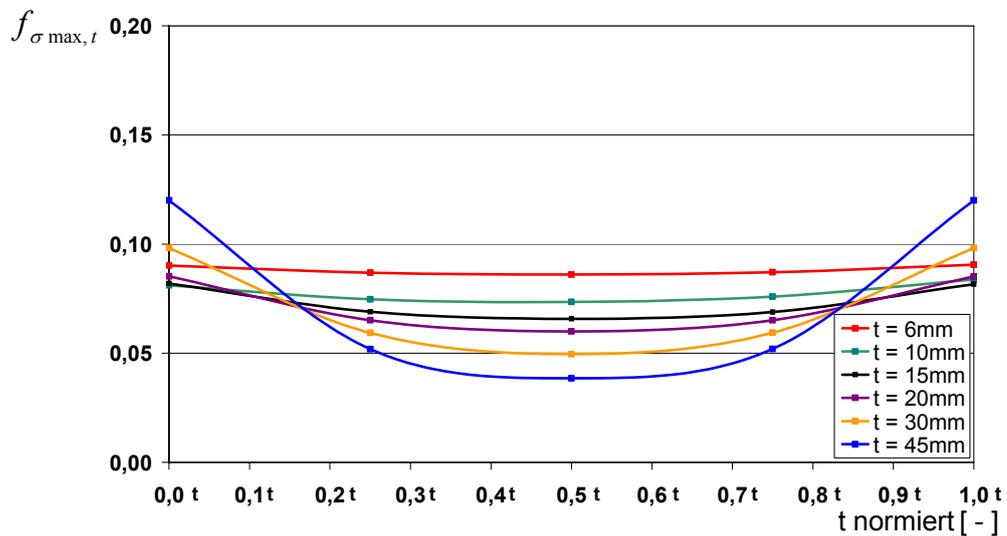


Bild 7.14: Nahezu reziproker Zusammenhang zwischen σ und t , FEM

Der Verlauf von $f_{\sigma, \max, t}(\varphi=0^\circ)$ und $f_{\sigma, \min, t}(\varphi=0^\circ)$ über t (Pfad 3) kann Bild 7.15 und Bild 7.16 entnommen werden. Aus den grafischen Darstellungen wird deutlich, dass die maximale Druckspannung bei $0,5 t$ auftritt, die maximale Zugspannung hingegen an der Randfaser bei $0t$ bzw. $1,0t$. Je größer t , umso stärker macht sich die vergleichsweise geringe Steifigkeit des Mörtels im Verlauf der Druck- bzw. Zugspannungen über die Scheibendicke bemerkbar.

Bild 7.15: $f_{\sigma_{min,t}}(0^\circ)$ Zwischenschicht über t normiert (Pfad 3) für unterschiedliche t, FEMBild 7.16: $f_{\sigma_{max,t}}(0^\circ)$ Zwischenschicht über t normiert (Pfad 3) für unterschiedliche t, FEM

7.2.5 Planmäßig unsymmetrische Druckverteilung über t

Zahlreiche Einbausituationen ziehen eine unsymmetrische Druckverteilung über t nach sich, vgl. Kapitel 5.3.7 und Bild 7.17, die sich auf die Beanspruchung des Zwischenmaterials auswirkt. In Bild 7.18 ist der Spannungsfaktor über t $f_{\sigma_{min,e_y}}$ bei $\varphi=0^\circ$ dargestellt. Aus der grafischen Darstellung geht hervor, dass die Druckspannungen zur Randfaser hin erheblich ansteigen. Bild 7.19 zeigt darüber hinaus, dass die maximalen Druckspannungen in Abhängigkeit von e_y linear ansteigen.

Wie bereits in Kapitel 5.3.7 dargestellt wurde, hängt sowohl der Spannungsverlauf über t als auch der Betrag der maximalen Spannung an der Randfaser erheblich von der Steifigkeit des Bolzens und der Verdrehmöglichkeit des Bolzens ab. Bei den hier dargestellten Untersuchungen wurde die uneingeschränkte Drehmöglichkeit des Bolzens unterstellt. Bei Behinderung bzw. Einschränkung der Drehfreiheit des Bol-

zens ist mit einem wesentlich geringeren Spannungsanstieg zu rechnen. Hier besteht weiterführender Forschungsbedarf, durch den insbesondere Einzeleinflüsse aus den Steifigkeiten der Komponenten und geometrischer Randbedingungen (Verdrehung des Bolzens) auf die Beanspruchung der Scheibe systematisch geklärt werden sollte und die exakte Erfassung des Spannungsverlauf am Bohrungsrand ermöglicht wird.

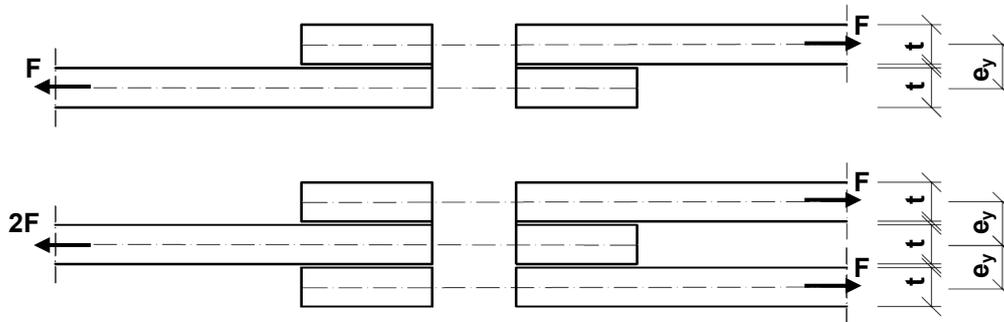


Bild 7.17: Definition von e_y

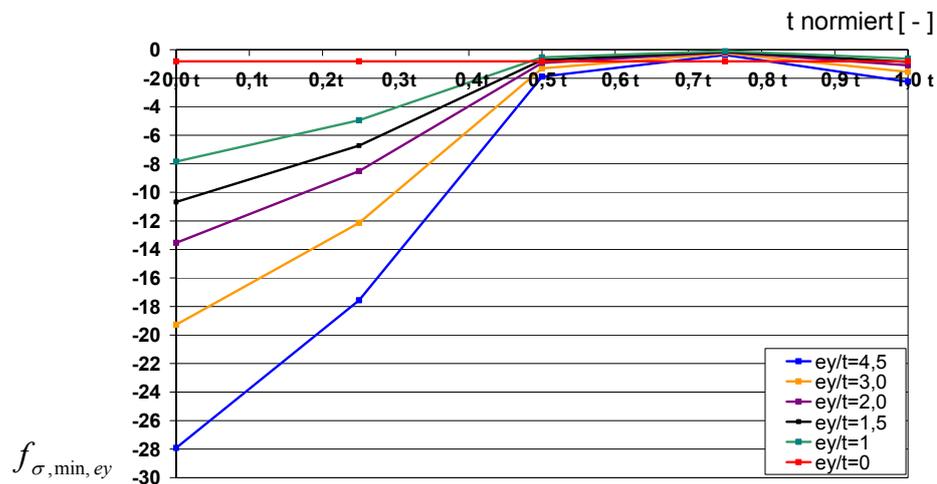


Bild 7.18: $f_{\sigma, min, ey}(0^\circ)$ Zwischenschicht über t normiert (Pfad 3) für unterschiedliche e_y , FEM

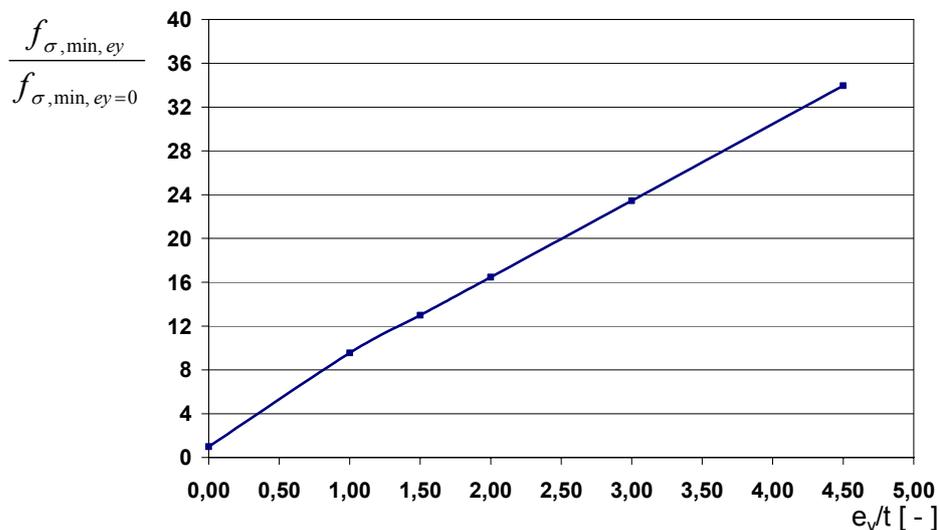


Bild 7.19: Einfluss von e_y auf $f_{\sigma, max}$ der Zwischenschicht, FEM

7.2.6 Schlupf Δs des Bolzens im Zwischenmaterial

Zwischen Bolzen und Innenkante der Aluminiumhülse, vgl. Bild 7.20, kann aufgrund zulässiger Maßtoleranzen mit Schlupf Δs gerechnet werden, der sich auf die Beanspruchung der Zwischenschicht auswirkt. Die Spannungsfaktoren $f_{\sigma, \min}(\varphi)$ und $f_{\sigma, \max}(\varphi)$, die sich für variierenden Schlupf ergeben, können Bild 7.22 bis Bild 7.24 entnommen werden. Die Auswertung der maximalen Zugspannungen erfolgte an Spannungspfad 1 und Spannungspfad 2 (vgl. Kapitel 7.2.1), um den Ort der maßgebenden Beanspruchung sicher belegen zu können. Es zeigt sich, dass sich bei vorliegendem Schlupf die maximalen Zugspannungen nicht mehr im Lasteinleitungsbereich bei $\varphi=0^\circ$ befinden, sondern dort auftreten, wo der Kontaktbereich zwischen Bolzen und Aluminiumhülse endet.

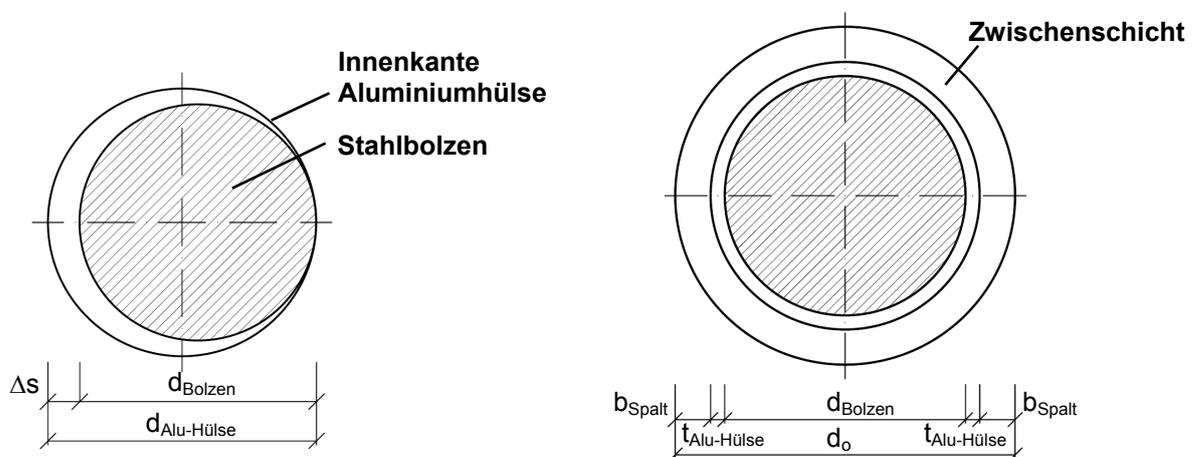


Bild 7.20: Schlupf Δs zwischen Stahlbolzen und Aluminiumhülse

Mit zunehmendem Schlupf Δs steigen die maximalen Zug- und die Druckspannungen der Zwischenschicht erheblich an, siehe Bild 7.21.

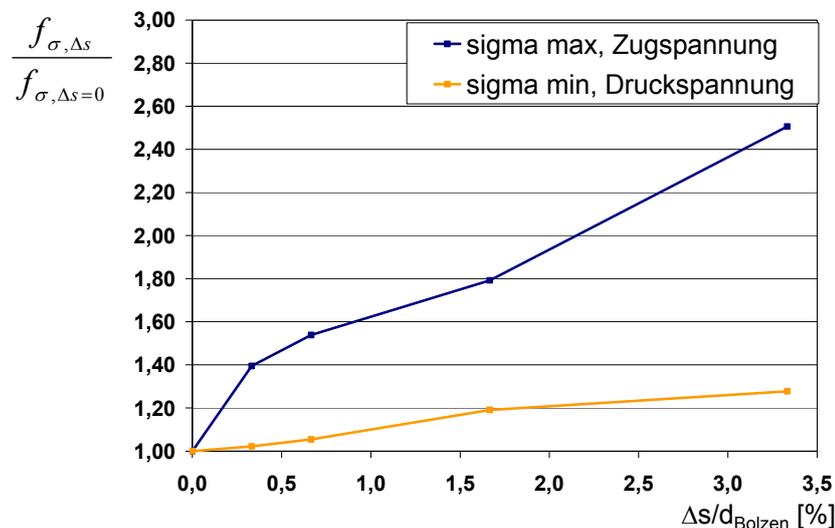


Bild 7.21: Einfluss von Δs auf $f_{\sigma, \max}$ der Zwischenschicht, FEM

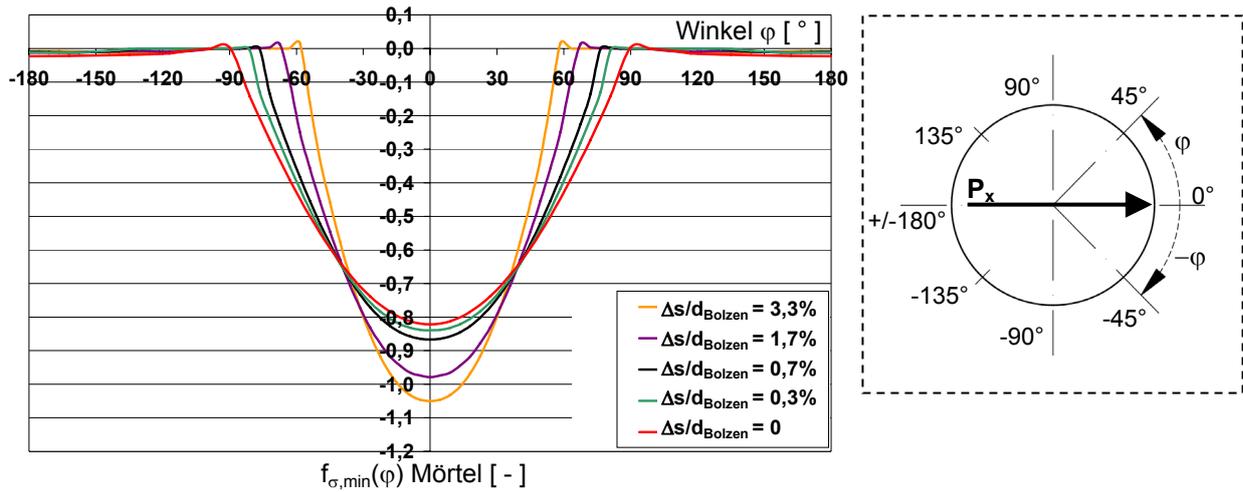


Bild 7.22: $f_{\sigma, \min}(\varphi)$ Zwischenschicht Pfad 1 für unterschiedliche Δs , FEM

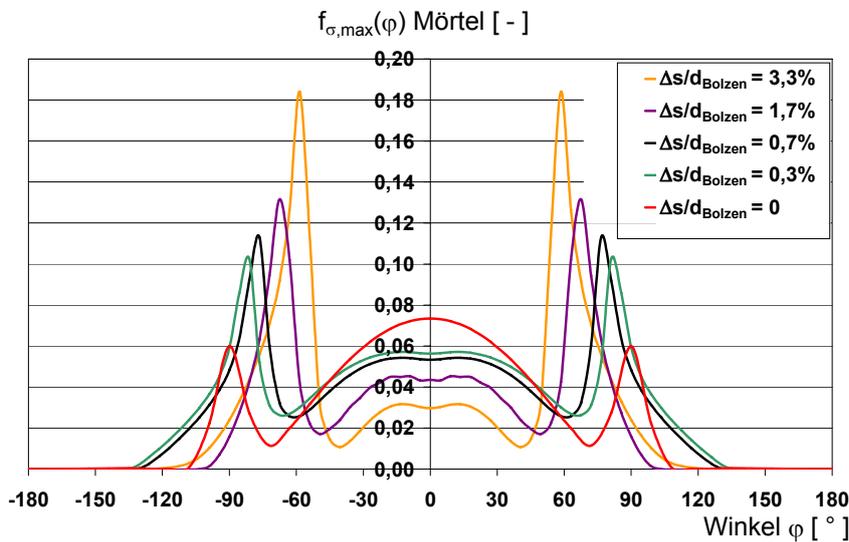


Bild 7.23: $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ Zwischenschicht Pfad 1 für unterschiedliche Δs , FEM

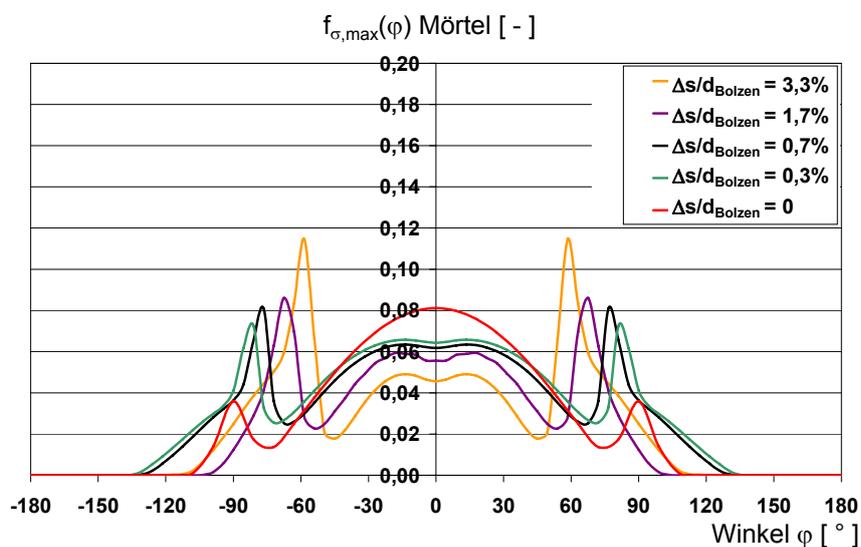


Bild 7.24: $f_{\sigma, \max}(\varphi)$ Zwischenschicht Pfad 2 für unterschiedliche Δs , FEM

7.3 Zusammenfassung der rechnerischen Untersuchungen des Vergussmaterials

Die Zwischenschicht einer Scher-Lochleibungsverbindung im konstruktiven Glasbau hat einen maßgebenden Einfluss auf den Lasteintrag in die Glasscheibe und wirkt sich somit entscheidend auf die Tragfähigkeit der Verbindung aus. Eine vollständige Untersuchung des Tragverhaltens und der Materialeigenschaften der zum Einsatz kommenden Zwischenschicht ist für eine sichere Bemessung von Scher-Lochleibungsverbindungen unumgänglich.

Das Tragverhalten der Zwischenschicht ist aufgrund seiner kreisringförmigen Gestalt komplex und bedarf einer eingehenden Untersuchung hinsichtlich des Versagensverhaltens. Hier sind vorliegende Forschungs- und Untersuchungsergebnisse noch zu erweitern. Neben der Druckfestigkeit bedarf es der Kenntnis der Zugfestigkeit des Materials, um zuverlässige Aussagen über die Tragfähigkeit des Materials treffen zu können. Forschungsergebnisse hinsichtlich der Zugfestigkeit des im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Vergussmörtels liegen bisher nicht, bzw. nicht vollständig, vor. Eine Aussage über das maßgebende Versagenkriterium des hier verwendeten Vergussmaterials ist nach den vorliegenden Kenntnissen der Materialeigenschaften nur begrenzt möglich.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde Vergussmörtel als Zwischenschicht in erster Linie rechnerisch untersucht. Es wurden in diesem Kapitel Einzeleinflüsse dargestellt, die sich auf die Beanspruchung der Mörtelschicht auswirken und für die Bemessung der Zwischenschicht grundlegend sind.

Es wird unterstellt, dass Druckversagen das maßgebende Versagenkriterium ist. Folgende Bemessungsgleichung zum Nachweis der Zwischenschicht (Vergussmörtel Hilti HIT[®] HY 70) wird auf Grundlage der vorliegenden Untersuchungsergebnisse [5] [19] [20] sowie der im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten theoretischen Untersuchungen vorgeschlagen:

$$\sigma_{Zw,min,d} = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot f_{\sigma,min} \cdot \frac{P_d}{a \cdot t_{Zw}} \leq \frac{31N/mm^2}{\gamma_M} \quad (7.7)$$

$$\Leftrightarrow \sigma_{Zw,min,d} = 2 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot f_{\sigma,min} \cdot \frac{P_d}{d_o \cdot t_{Zw}} \leq \frac{31N/mm^2}{\gamma_M} \quad (7.8)$$

Darin sind:

P_d : Resultierende Bemessungslast an der maßgebenden Bohrung

a : Bohrungsradius = $d_0/2$

d_0 : Bohrungsdurchmesser = $2a$

t_{zw} : Dicke der Zwischenschicht (d.h. Gesamtglasdicke bei VSG)

a_1 : Beiwert zur Berücksichtigung der Spaltbreite b_{Spalt} (Bild 7.8)

a_2 : Beiwert zur Berücksichtigung von Schlupf Δs (Bild 7.21)

a_3 : Beiwert zur Berücksichtigung unsymmetrischer Druckverteilung über t_{zw} (Bild 7.19)

$f_{\sigma,min}$: Minimaler Spannungsfaktor=0,82 für Hilti HIT[®]-HY 70

γ_M : Teilsicherheitsbeiwert

Eine Querdehnungsbehinderung der Zwischenschicht wurde bei den vorliegenden Untersuchungen auf der sicheren Seite liegend nicht berücksichtigt. Hier besteht noch Forschungsbedarf insbesondere auf der Materialwiderstandsseite.

8 Experimentelle Untersuchungen an SL-belasteten Anschlüssen

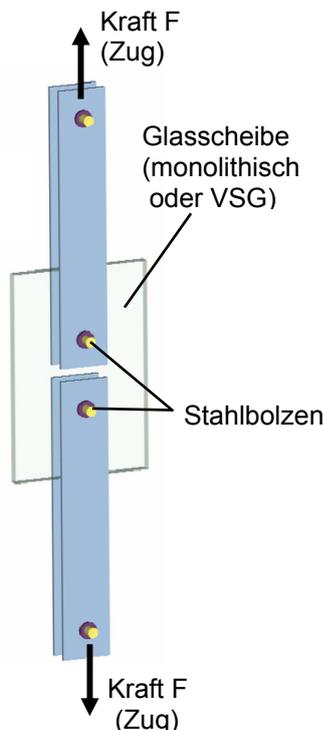
8.1 Problemstellung und Vorgehensweise

Es wurden experimentelle Untersuchungen an Scher-Lochleibungsverbindungen thermisch vorgespannter Glasscheiben zur Ermittlung der Tragfähigkeit und zur Verifizierung der rechnerisch ermittelten Beanspruchungen durchgeführt.

Für die Versuchsdurchführungen wurden in Anlehnung an die zuvor ausführlich erläuterten theoretischen Untersuchungen drei unterschiedliche Versuchsaufbauten konzipiert, siehe Bild 8.1 und Bild 8.2:

1. Versuchsaufbau zur Prüfung von normalkraftbeanspruchten Verbindungen für den „Zugzustand“,
2. Versuchsaufbau zur Prüfung von normalkraftbeanspruchten Verbindungen für den „Druckzustand“ und
3. Versuchsaufbau zur Prüfung von Querkraft-Momentenverbindungen.

Versuchsaufbau 1: „Zugzustand“



Versuchsaufbau 2: „Druckzustand“

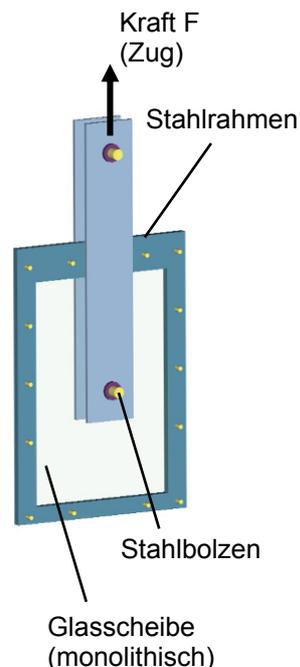


Bild 8.1: Versuchsaufbauten der experimentellen Untersuchungen an N-Anschlüssen

Die experimentellen Untersuchungen an Versuchsaufbau 2 dienen einerseits zur Verifizierung des analytischen Modells und andererseits zur Ermittlung der Traglast von Scheiben im „Druckzustand“.

Versuchsaufbau 3: Querkraft-Momenten-Verbindungen

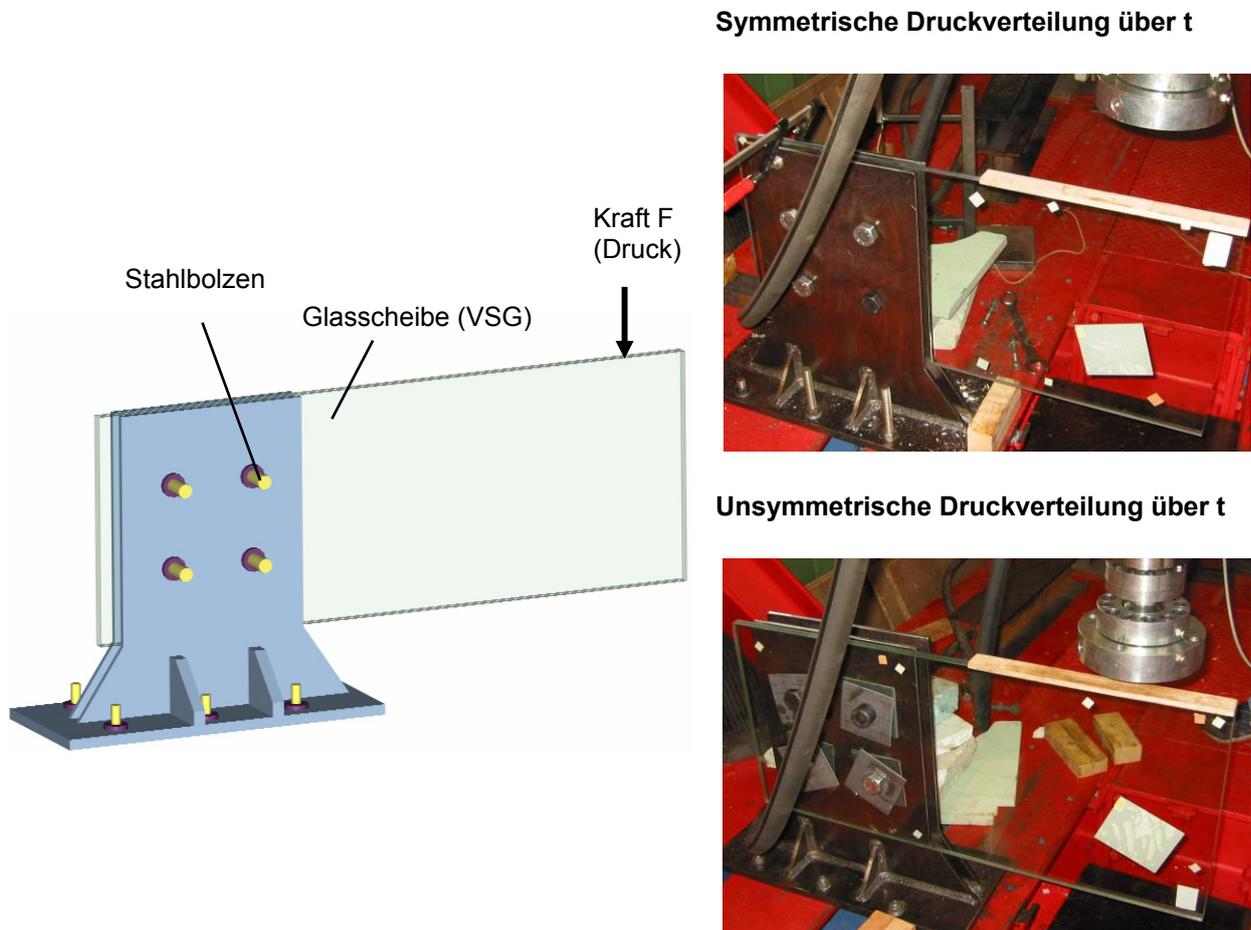


Bild 8.2: Versuchsaufbauten der experimentellen Untersuchungen an Q-M-Anschlüssen

An den Versuchsaufbauten 1 und 3 wurden zwei unterschiedliche Belastungsszenarien untersucht:

- zum einen wurden statische Versuche durchgeführt, bei denen mit einer weggesteuerten Regelung die Scheiben mit konstanter Geschwindigkeit bis zum Bruch belastet wurden,
- zum anderen wurden Bauteilversuche unter Gebrauchslastzyklen (GZ) durchgeführt. Dabei wurden die Prüfkörper kraftgesteuert mit konstanter Belastungsrate in jeweils vier Schleifen gemäß der in Bild 8.3 dargestellten qualitativen Last-Verformungskurve be- und entlastet und anschließend bis zum Versagen bei gleich bleibender Spannungsrate belastet. Die experimentellen Untersuchungen unter Gebrauchslastzyklen dienen dazu, die Systemtragfähigkeiten bei ggf. vorgeschädigter Zwischenschicht ermitteln zu können.

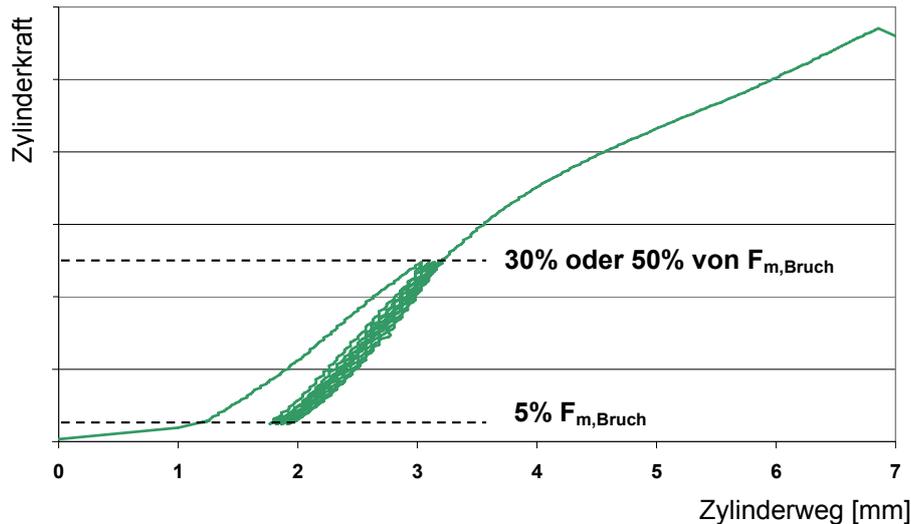


Bild 8.3: Qualitatives Last-Verformungsdiagramm, Versuche unter Gebrauchslastzyklen¹

Die Belastungen aller Versuche wurden mittels eines vertikal angeordneten Prüfkolbens aufgebracht. Es handelte sich dabei um zwei unterschiedliche Prüfmaschinen der Firma Schenk mit hydraulisch arbeitender Presse, die mittels horizontal ortsfesten Prüfzylinders sowohl Druck- als auch Zugkräfte bis 100 kN bzw. 600kN aufbringen können. Die Zylinderlast wurde so gesteigert, so dass in Anlehnung an DIN 1288 „Bestimmung der Biegefestigkeit von Glas“ von einem Spannungszuwachs im Glasbauteil von $2 \frac{N}{mm^2_s}$ ausgegangen werden kann. Kolbenkraft und Kolbenweg sowie zum Teil Dehnungen an der Glasoberfläche wurden während der Versuchsdurchführung aufgezeichnet.

Alle Monoscheiben wurden vor der Versuchsdurchführung mit einer transparenten Folie abgeklebt, um den Bruchursprung orten zu können.

8.2 Normalkraftbeanspruchte Scheibe

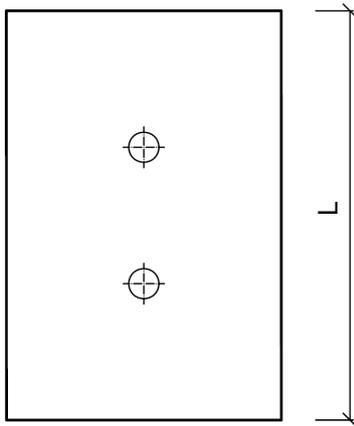
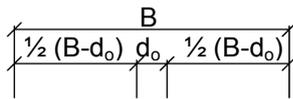
8.2.1 Probekörper für experimentelle Untersuchung

Für Versuchsaufbau 1 „Zugzustand“ wurden drei unterschiedliche Scheibengeometrien (Geometrie 1 bis 3) mit je zwei Lochbohrungen untersucht, für Versuchsaufbau 2 eine Scheibengeometrie (Geometrie 4) mit einer Lochbohrung, siehe Bild 8.4 und Tabelle 8.1. Die Länge L betrug bei allen Probekörpern 600mm, für die Breite B wurden unterschiedliche Abmessungen gewählt, um so insbesondere den Einfluss aus abnehmender Scheibenbreite auf die Tragfähigkeit des Systems experimentell zu untersuchen.

¹ $F_{m,Bruch}$ entspricht der in den statischen Untersuchungen ermittelten mittleren Bruchlasten

Alle Lochbohrungen hatten den Durchmesser $d_o=44\text{mm}$. Damit konnte ein Stahlbolzen mit großer Steifigkeit gewählt werden (M30) und bei Anordnung einer Aluminiumhülse der Wandstärke $t_{\text{Alu-Hülse}}=2\text{mm}$ konnte eine Zwischenschichtstärke $b_{\text{Spalt}}=5\text{mm}$ umlaufend sichergestellt werden, vgl. Bild 2.8.

Geometrie 1 bis 3



Geometrie 4

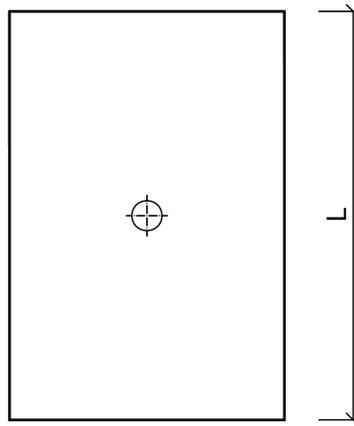
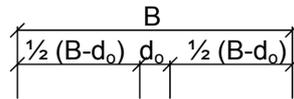


Bild 8.4: Geometrie der Probekörper, links: „Zugversuch“, rechts: „Druckversuch“

Tabelle 8.1: Probekörpergeometrie, N-Verbindung

a	[mm]	22
$d_o = 2a$	[mm]	44
L	[d_o]	13,6
	[mm]	600
Geometrie 1: B	[d_o]	12,5
	[mm]	550
Geometrie 2: B	[d_o]	9
	[mm]	400
Geometrie 3: B	[d_o]	4,5
	[mm]	200
Geometrie 4: B	[d_o]	6,8
	[mm]	300
Zwischenmaterial	[-]	Vergussmörtel mit Aluminiumhülse
b_{Spalt}	[mm]	5
$d_{i,\text{Alu}}$	[mm]	30
$t_{\text{Alu-Hülse}}$	[mm]	2
d_{Bolzen}	[mm]	30

Alle Versuchsreihen der normalkraftbeanspruchten Scheiben können Tabelle 8.2 entnommen werden.

Tabelle 8.2: Versuchsreihen an normalkraftbeanspruchten Scheiben

Nr.	Bezeichnung	Glasaufbau	Versuchsaufbau	Glasprodukt	BxH [mm]	Zwischenmaterial	n
1	ESG10_200x600	10 mm	1	ESG	200x600	Hilti HY 50	3
2	ESG10_400x600	10 mm	1	ESG	400x600	Hilti HY 50	4
3	ESG10_550x600	10 mm	1	ESG	550x600	Hilti HY 50 Hilti HY 70	3
4	ESG2x10_400x600	2x10 mm (1,52 mm PVB)	1	ESG	400x600	Hilti HY 50	10
5	ESG3x10_400x600	3x10 mm (1,52 mm PVB)	1	ESG	400x600	Hilti HY 50	10
6	ESG2x15_400x600	2x15 mm (1,52 mm PVB)	1	ESG	400x600	Hilti HY 50	10
7	ESG2x8_400x600	2x8 mm (1,52 mm PVB)	1	ESG	400x600	Hilti HY 50	6
8	TVG10_400x600	10 mm	1	TVG	400x600	Hilti HY 50	4
9	TVG2x10_400x600	2x10 mm (1,52 mm PVB)	1	TVG	400x600	Hilti HY 50	10
10	ESG10_400x600_GZ	10 mm	1 (GZ)	ESG	400x600	Hilti HY 50	3
11	ESG12_400x600_GZ	12 mm	1 (GZ)	ESG	400x600	Hilti HY 50	5
12	ESG10_300x600	10 mm	2	ESG	300x600	Hilti HY 70	3

Die Probekörper wurden von fünf verschiedenen Glasherstellern bzw. glasveredelnden Betrieben geliefert, um den Einfluss herstellerbedingter Vorspannqualitäten gering zu halten.

8.2.2 Versuchsvorbereitung und -durchführung

Vor der Durchführung der Bruchversuche wurde jede Scheibe hinsichtlich ihrer Geometrie vermessen. Folgende Parameter wurden dabei erfasst und dokumentiert:

- die Scheibendicke t an vier Stellen,
- die Bohrungsdurchmesser d_o ,
- die Kantenlängen B und L der Probekörper und
- die Randabstände e_1 und e_2 der Bohrungen.

Die minimal und maximal gemessenen Scheibendicken t je Versuchsreihe sowie jeweils der entsprechende Mittelwert m sind in Tabelle 8.3 zusammengefasst.

Tabelle 8.3: Gemessene Scheibendicke t der Probekörper, N-Verbindung

Nr.	Bezeichnung	Nennmaß t	t_{\min}	t_{\max}	m
		[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
1	ESG10_200x600	10	9,85	10,15	9,92
2	ESG10_400x600	10	9,99	10,61	10,23
3	ESG10_550x600	10	9,80	9,95	9,86
4	ESG2x10_400x600	21,52	21,34	22,26	21,82
5	ESG3x10_400x600	33,04	32,62	33,97	32,97
6	ESG2x15_400x600	31,52	31,25	31,92	31,51
7	ESG2x8_400x600	17,52	17,12	17,87	17,50
8	TVG10_400x600	10	9,92	10,83	10,26
9	TVG2x10_400x600	21,52	21,15	22,57	21,77
10	ESG10_400x600_GZ	10	9,7	10,9	10,0
11	ESG12_400x600_GZ	12	11,8	12,2	12,0
12	ESG10_300x600	10	9,85	9,97	9,92

Tabelle 8.4 können die je Versuchsreihe minimal und maximal gemessenen Bohrungsdurchmesser d_o und das zugehörige arithmetische Mittel m entnommen werden.

Tabelle 8.4: Gemessene Bohrungsdurchmesser d_o der Probekörper, N-Verbindung

Nr.	Bezeichnung	Nennmaß d_o	$d_{o,\min}$	$d_{o,\max}$	m
		[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
1	ESG10_200x600	44	44,0	44,4	44,3
2	ESG10_400x600	44	44,4	44,9	44,6
3	ESG10_550x600	44	44,2	44,7	44,5
4	ESG2x10_400x600	44	44,8	45,0	45,0
5	ESG3x10_400x600	44	43,7	45,8	44,1
6	ESG2x15_400x600	44	43,8	44,1	44,0
7	ESG2x8_400x600	44	44,1	45,0	44,9
8	TVG10_400x600	44	44,2	44,6	44,5
9	TVG2x10_400x600	44	43,0	45,0	44,6
10	ESG10_400x600_GZ	44	43,8	44,6	44,4
11	ESG12_400x600_GZ	44	43,8	44,4	44,0
12	ESG10_300x600	44	44,2	44,6	44,3

Die Kantenlängen der Probekörper sowie die Randabstände der Bohrungen entsprechen unter Berücksichtigung herstellungsbedingter Toleranzen den Nennmaßen. Sie sind für die Versuchsauswertung nicht von wesentlicher Bedeutung, so dass die Messdaten hier nicht detailliert aufgeführt werden.

Die Oberflächendruckspannung der Probekörper wurde jeweils an mindestens zwei unterschiedlichen Messpunkten je Scheibe mit Hilfe des Epibiaskop LaserGasp der Firma Strainoptics Inc. auf der Zinnbadseite gemessen und anschließend gemittelt (arithmetisches Mittel). Ein Messpunkt befand sich auf der Scheibenfläche, ein weiterer befand sich nahe einer Lochbohrung etwa im Abstand von 10mm vom Bohrungs-

rand. Die minimalen und maximalen Messwerte der Oberflächendruckspannung σ_v sowie der Mittelwert m sind in Tabelle 8.5 zusammengefasst. Es sei darauf hingewiesen, dass es sich um punktuelle Messungen auf der Glasoberfläche handelt und die Messgenauigkeit einer Toleranz von $\pm 3\text{N/mm}^2$ unterliegt. In wenigen Fällen kam es vor, dass sich die Zinnbadseite beider Scheiben einer VSG-Scheibe auf der Verbundseite befand und die Oberflächendruckspannung deshalb nicht gemessen werden konnte.

Tabelle 8.5: Gemessene Oberflächendruckspannung der Probekörper

Nr.	Bezeichnung	n	$\sigma_{v,\min}$	$\sigma_{v,\max}$	m	s	V
			[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[(N/mm ²) ²]
1	ESG10_200x600	3	117,0	123,0	120,0	1,90	3,60
2	ESG10_400x600	4	113,0	125,0	120,0	3,62	13,07
3	ESG10_550x600	3	100,0	111,0	106,7	4,23	17,87
4	ESG2x10_400x600	10	95,4	113,0	104,1	5,78	33,42
5	ESG3x10_400x600	10	117,0	134,0	124,8	4,51	20,35
6	ESG2x15_400x600	10	102,0	124,7	108,9	4,74	22,44
7	ESG2x8_400x600	6	115,0	132,5	121,9	4,74	22,51
8	TVG10_400x600	4	60,1	63,0	61,6	0,82	0,68
9	TVG2x10_400x600	10	42,1	55,9	47,6	3,56	12,67
10	ESG10_400x600_GZ	3	100,3	111,3	104,7	4,12	16,97
11	ESG12_400x600_GZ	5	95,4	151,2	114,2	18,97	359,76
12	ESG10_300x600	3	90,0	105,0	97,8	5,93	35,18

Tabelle 8.5 kann entnommen werden, dass die Streuung der Oberflächendruckspannungen innerhalb einer Versuchsreihe im Allgemeinen angemessen ist. Herstellungsbedingt sind Streuungen üblich und unter Einhaltung normativer Regelungen zulässig. Zwischen den einzelnen Versuchsreihen unterscheiden sich die Mittelwerte um bis zu 20-30%. An keiner Messstelle wurde eine Oberflächendruckspannung ermittelt, die die empfohlene Oberflächendruckspannung von $\sigma_v=90\text{N/mm}^2$ für ESG unterschreitet. Der empfohlene Höchstwert für ESG von $\sigma_v=120\text{N/mm}^2$ wird zum Teil erheblich überschritten, was vergleichsweise zu hohen Bruchlasten führen kann. Die Vorspannung aller Probekörper aus TVG entsprach dem empfohlenen Bereich $\sigma_v=40\text{N/mm}^2$ bis $\sigma_v=75\text{N/mm}^2$.

Der Hülsenverguss wurde mithilfe von eigens gefertigten Schablonen aus Holz hergestellt. Die Holzplatten wurden vor Herstellen des Hülsenvergusses beidseitig gegen die Glasscheibe gepresst. Im Bereich der Lochbohrung wurde eine passgenaue Öffnung zum Durchführen des Bolzens angeordnet. Durch eine Einspritzöffnung wurde der Mörtel in den Spalt zwischen Glasscheibe und Aluminiumhülse injiziert, der durch eine Belüftungsöffnung rückseitig bei vollständiger Verfüllung des Hohlraumes entweichen konnte. Zur Vermeidung von Haftung zwischen Vergussmörtel und Holzschablone wurden Teflonscheiben vorgesehen. Lufteinschlüsse in der Zwischenschicht konnten weitestgehend vermieden werden.

Zur Sicherstellung einer umlaufend gleichmäßigen Zwischenschichtstärke wurden Zentrierscheiben aus Aluminium vorgesehen, die die Aluminiumhülse in Position halten sollten, siehe Bild 8.5. Vor der Versuchsdurchführung wurde eine ausreichende Aushärtungszeit von mindestens 7 Tagen bei Raumtemperatur sichergestellt.



Bild 8.5: Herstellen des Hülsevenvergusses

Die Oberflächendehnungen während der Versuchsdurchführung wurden an ausgewählten Scheiben mittels Dehnungsmessstreifen (DMS) gemessen. Die DMS wurden zum Teil auf der Vorder- und auf der Rückseite der Scheibenoberflächen so angeordnet, dass sie sich genau gegenüberliegen und unplanmäßige bzw. planmäßige Exzentrizitäten der Lasteinleitung und damit einhergehende etwaige Dehnungsunterschiede an der Glasoberfläche berücksichtigen (vgl. Bild 8.6).

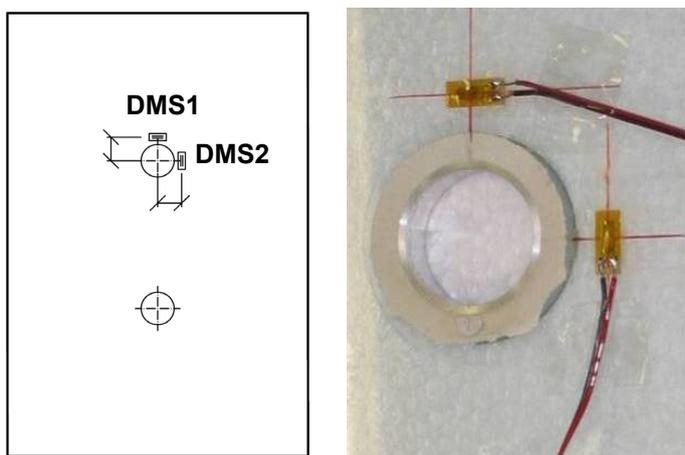


Bild 8.6: Position der Dehnungsmessstreifen (DMS) im Bereich der Bohrung

8.2.3 Versuchsergebnisse und Versuchsauswertung

Alle Probekörper wurden bis zum Bruch belastet. Anschließend wurden die Scheiben hinsichtlich des Bruchsprungs untersucht. In Bild 8.7 sind exemplarisch charakteristische Bruchbilder abgebildet. Der Bruchsprung befand sich stets am Bohrungsrand, die Lage in Bezug auf die Belastungsrichtung, d.h. der Bruchwinkel β , wurde für einige Probekörper bestimmt, siehe Bild A.1, Bild A.3 und Bild A.10 (Anhang A2).

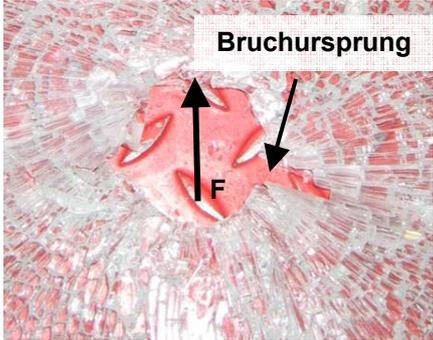
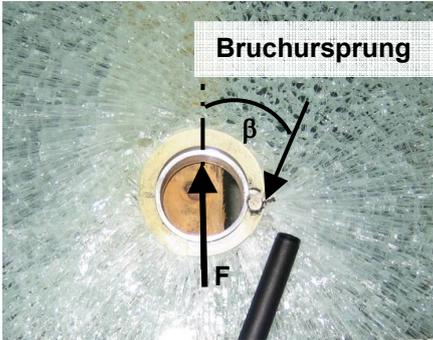
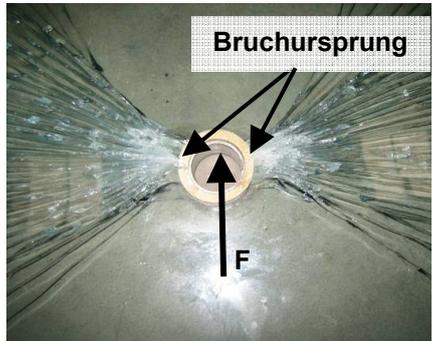
Versuchsreihe	Bruchbild gesamt	Detail Bruchbild
ESG10_200x600		
ESG2x8_400x600		
TVG2x10_400x600		

Bild 8.7: Bruchbilder exemplarisch für ausgewählte Probekörper

Besonderes Augenmerk wurde bei den experimentellen Untersuchungen unter Gebrauchslastzyklen auf die Zwischenschicht gelegt. Bild 8.8 zeigt beispielhaft zwei ausgebaute Mörtelringe nach der Versuchsdurchführung. Der Mörtel versagte dort, wo rechnerisch die maximalen Zug- und Druckspannungen auftreten (bei $\varphi=0$). Darüber hinaus fällt auf, dass sich die Mörtelringe nicht in kleine Bruchstücke zerlegt haben, sondern die Struktur auch nach der Belastung bis zum Glasbruch noch gut erhalten blieb.



Bild 8.8: Ausgebaute Mörtelringe nach Versuchsdurchführung

Aus den experimentell ermittelten Bruchlasten konnten mittels numerischer Simulation die maximalen Hauptzugspannungen in der Glasscheibe σ_{Bruch} unter Annahme ideellen Kontakts im Bohrungsbereich und bei Unterstellung eines toleranzfreien Systems rechnerisch ermittelt werden (FE-Berechnungen). Die theoretischen Untersuchungen aus Kapitel 5 zeigten jedoch, dass z.B. schon kleine Exzentrizitäten der Lasteinleitung durch den Bolzen und beispielsweise Schlupf zwischen Bolzen und Hülse zu Spannungszuwachs am Bohrungsrand führen und somit die tatsächlichen Spannungen im Glas durch die Berechnung am toleranzfreien System tendenziell unterschätzt werden. Für Probekörper mit dokumentiertem Bruchwinkel $\alpha=2\beta$ (vgl. Bild 8.7) kleiner als 180° konnten die Spannungen unter Berücksichtigung des Bruchwinkels (=Kontaktwinkel, vgl. Kapitel 5.4.3) berechnet werden.

Die statistische Auswertung der Versuchsergebnisse erfolgte nach logarithmischer Normalverteilung. Die Bestimmung der charakteristischen Bruchspannungen σ_k (5%-Fraktilwert) wurde nach EN 1990 Anhang D [47] vorgenommen:

$$\sigma_k = \exp\{m_y - k_n \cdot s_y\} \quad (8.1)$$

mit:

m_y : Bemessungswert der logarithmischen Normalverteilung

k_n : Faktor für die Unsicherheit aus der begrenzten Stichprobe (implizieren einen Signifikanzlevel von 75%)

s_y : Standardabweichung der logarithmischen Normalverteilung

Mittelwert und Standardabweichung berechnen sich nach folgenden Formeln:

$$m_y = \frac{1}{n} \cdot \sum \ln(x_i) \quad (8.2)$$

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum (\ln x_i - m_y)^2} \quad (8.3)$$

Die k_n -Werte werden in EN 1990 Anhang D tabellarisch aufgeführt, ein Auszug der hier relevanten Werte kann Tabelle 8.6 entnommen werden.

Tabelle 8.6: Relevante k_n -Werte für unbekanntem Variationskoeffizienten, [47]

n	3	4	5	6	8	10	20	30	∞
k_n	3,37	2,63	2,33	2,18	2,00	1,92	1,76	1,73	1,64

Tabelle 8.7: Versuchsergebnisse der Serien 1-12

Serie	Versuch Nr.	F_{Bruch}	$x_i = \sigma_{\text{Bruch}}$	$\ln(x_i)$	m ($\ln(x_i)$)	n	s ($\ln(x_i)$)	k_n	$\sigma_{5\%}$
		[kN]	[N/mm ²]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[N/mm ²]
1	ESG10_200x600_001	42,73	112,14	4,72	4,752	3	0,114	3,37	78,82
	ESG10_200x600_002	50,13	131,53	4,88					
	ESG10_200x600_003	40,17	105,41	4,66					
2	ESG10_400x600_001	52,77	118,00	4,77	4,731	4	0,091	2,63	89,15
	ESG10_400x600_002	55,79	124,74	4,83					
	ESG10_400x600_003	45,04	100,71	4,61					
	ESG10_400x600_004	49,85	111,46	4,71					
3	ESG10_550x600_001	34,49	98,37	4,59	4,647	3	0,051	3,37	87,71
	ESG10_550x600_002	40,43	106,44	4,67					
	ESG10_550x600_003	49,38	108,34	4,69					
4	ESG2x10_400x600_001	84,71	94,71	4,55	4,591	10	0,105	1,92	80,46
	ESG2x10_400x600_002	74,19	82,94	4,42					
	ESG2x10_400x600_003	96,85	108,28	4,68					
	ESG2x10_400x600_004	96,34	107,70	4,68					
	ESG2x10_400x600_005	92,66	103,59	4,64					
	ESG2x10_400x600_006	90,72	101,42	4,62					
	ESG2x10_400x600_007	97,28	108,76	4,69					
	ESG2x10_400x600_008	80,03	89,47	4,49					
	ESG2x10_400x600_009	96,79	108,21	4,68					
	ESG2x10_400x600_010	76,28	85,28	4,45					

8 Experimentelle Untersuchungen an SL-belasteten Anschlüssen

Serie	Versuch Nr.	F_{Bruch}	$x_i = \sigma_{\text{Bruch}}$	$\ln(x_i)$	m	n	s	k_n	$\sigma_{5\%}$
		[kN]	[N/mm ²]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[N/mm ²]
5	ESG3x10_400x600_001	146,50	111,37	4,71	4,676	10	0,072	1,92	93,49
	ESG3x10_400x600_002	133,32	101,36	4,62					
	ESG3x10_400x600_003	131,95	100,32	4,61					
	ESG3x10_400x600_004	141,79	107,80	4,68					
	ESG3x10_400x600_005	142,30	108,18	4,68					
	ESG3x10_400x600_006	142,94	108,67	4,69					
	ESG3x10_400x600_007	151,58	115,24	4,75					
	ESG3x10_400x600_008	136,87	104,06	4,64					
	ESG3x10_400x600_009	126,29	96,01	4,56					
	ESG3x10_400x600_010	161,86	123,05	4,81					
6	ESG2x15_400x600_001	100,90	76,71	4,34	4,460	10	0,197	1,92	59,26
	ESG2x15_400x600_002	140,42	106,76	4,67					
	ESG2x15_400x600_003	94,90	72,14	4,28					
	ESG2x15_400x600_004	130,34	99,09	4,60					
	ESG2x15_400x600_005	123,12	93,60	4,54					
	ESG2x15_400x600_006	130,80	99,44	4,60					
	ESG2x15_400x600_007	93,02	70,72	4,26					
	ESG2x15_400x600_008	83,54	63,51	4,15					
	ESG2x15_400x600_009	110,78	84,22	4,43					
	ESG2x15_400x600_010	149,95	114,00	4,74					
7	ESG2x8_400x600_002	87,84	122,76	4,81	4,786	6	0,083	2,18	100,08
	ESG2x8_400x600_003	89,16	124,61	4,83					
	ESG2x8_400x600_004	84,73	118,41	4,77					
	ESG2x8_400x600_006	88,62	123,85	4,82					
	ESG2x8_400x600_007	92,57	129,36	4,86					
	ESG2x8_400x600_008	73,17	102,25	4,63					
8	TVG10_400x600_001	26,13	58,43	4,07	4,224	4	0,122	2,63	49,62
	TVG10_400x600_002	33,42	74,73	4,31					
	TVG10_400x600_003	29,48	65,92	4,19					
	TVG10_400x600_004	33,86	75,71	4,33					
9	TVG2x10_400x600_001	65,98	73,77	4,30	4,290	10	0,110	1,92	59,07
	TVG2x10_400x600_002	70,44	78,76	4,37					
	TVG2x10_400x600_003	63,33	70,81	4,26					
	TVG2x10_400x600_004	74,34	83,11	4,42					
	TVG2x10_400x600_005	74,33	83,10	4,42					
	TVG2x10_400x600_006	63,41	70,89	4,26					
	TVG2x10_400x600_007	65,23	72,93	4,29					
	TVG2x10_400x600_008	52,98	59,23	4,08					
	TVG2x10_400x600_009	69,26	77,43	4,35					
	TVG2x10_400x600_010	56,67	63,35	4,15					

Serie	Versuch Nr.	F_{Bruch}	$x_i = \sigma_{\text{Bruch}}$	$\ln(x_i)$	m	n	s	k_n	$\sigma_{5\%}$
		[kN]	[N/mm ²]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[N/mm ²]
10	ESG10_400x600_GZ_002	48,40	108,21	4,68	4,693	3	0,105	3,37	76,73
	ESG10_400x600_GZ_003	44,21	98,85	4,59					
	ESG10_400x600_GZ_004 DMS	54,48	121,81	4,80					
11	ESG12_400x600_GZ_001	43,09	96,35	4,57	4,766	5	0,122	2,34	88,41
	ESG12_400x600_GZ_002	55,84	124,86	4,83					
	ESG12_400x600_GZ_003 DMS	57,03	127,51	4,85					
	ESG12_400x600_GZ_004	57,46	128,48	4,86					
	ESG12_400x600_GZ_005	50,65	113,25	4,73					
12	ESG10_300x600_001	65,53	84,27	4,43	4,295	3	0,129	3,37	47,39
	ESG10_300x600_002	50,74	65,25	4,18					
	ESG10_300x600_003	55,73	71,67	4,27					

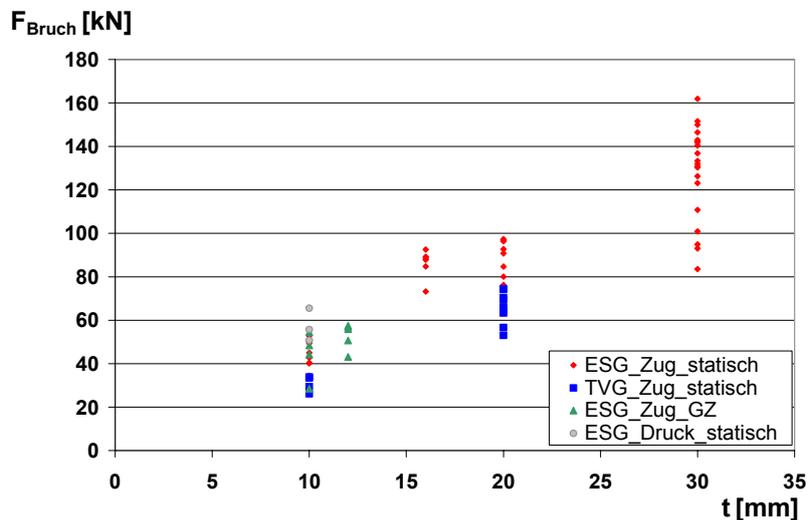


Bild 8.9: Bruchlasten aller Versuchsscheiben der N-Anschlüsse in Abhängigkeit von t

Alle Bruchlasten in Abhängigkeit von t sind in Bild 8.9 dargestellt. Die Ergebnisse bestätigten die theoretischen Untersuchungen in folgenden Punkten:

- Die Bruchlasten steigen mit zunehmender Scheibendicke nahezu linear an.
- Die Bruchlasten der TVG-Scheiben sind niedriger als die der ESG-Scheiben.
- Bei Scheiben unter Druckbeanspruchung stellen sich höhere Bruchlasten ein, die berechneten ideellen Bruchspannungen liegen jedoch erheblich unter den Werten, die in Zugversuchen bestimmt wurden.
- Vergleichsweise geringe Bruchlasten innerhalb einer Versuchsreihe gehen immer mit geringen Bruchwinkeln β einher. Kleine Bruchwinkel deuten auf schlechten Kontakt hin, die Lasteinleitung in die Glasscheibe erfolgt über eine kleinere Fläche, was zu einer größeren Beanspruchung der Scheibe und somit zu kleineren Bruchlasten führt.
- Die höchsten Bruchlasten wurden bei den Versuchen erreicht, bei denen der Bruchwinkel $\beta=90^\circ$ betrug.

Darüber hinaus können folgende Ergebnisse festgehalten werden:

- Die Gebrauchslastzyklen führen nicht prinzipiell zu kleineren Bruchlasten.
- Die Bruchlasten der Scheiben mit $t=30\text{mm}$ unterliegen einer großen Streuung. Hier fällt insbesondere auf, dass die Scheiben aus $2\times 15\text{mm}$ ESG im Vergleich zu den Scheiben aus $3\times 10\text{mm}$ ESG kleinere Tragfähigkeiten aufweisen. Die theoretisch ermittelte unterschiedliche Lage der maximalen Zugspannung über t könnte dabei von entscheidender Bedeutung sein.
- Der Einfluss aus unterschiedlichen Scheibenbreiten konnte durch die Versuche nicht ohne Einschränkung bestätigt werden, die breiteren Scheiben ($B=550\text{mm}$) führten nicht zu höheren Bruchlasten, was auf die geringere Vorspannung der breiten Probekörper zurückgeführt werden kann.

Alle Last-Verformungskurven und Last-Dehnungskurven können Anhang A2 entnommen werden. Beispielhaft sind im Anschluss, Bild 8.10 und Bild 8.11, zwei charakteristische Last-Verformungsdiagramme der statischen Versuche dargestellt.

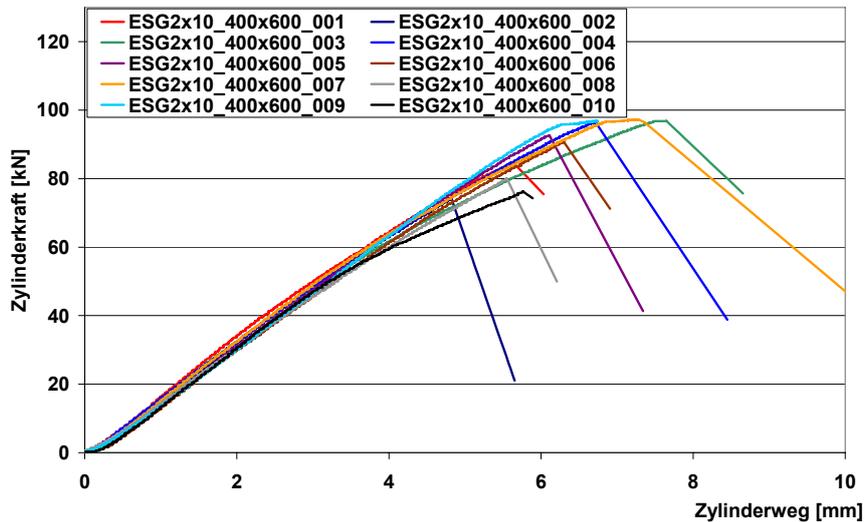


Bild 8.10: Last-Verformungskurven der Versuchsreihe ESG2x10_400x600

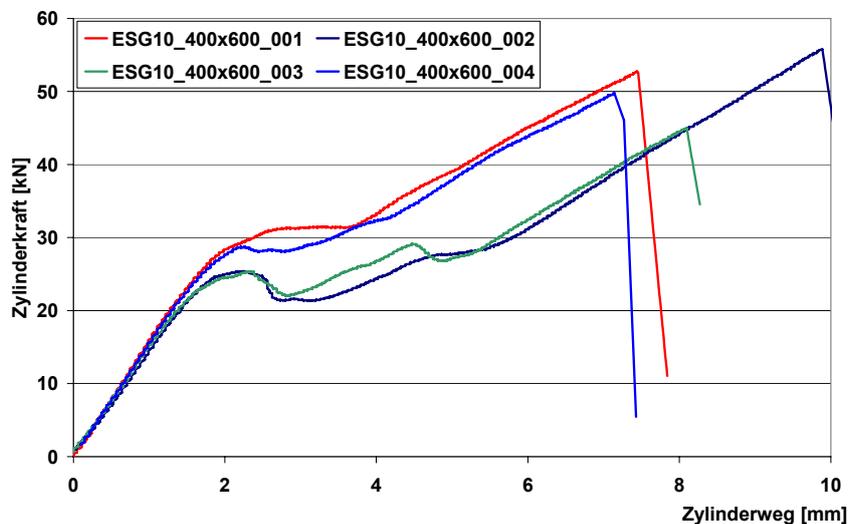


Bild 8.11: Last-Verformungskurven der Versuchsreihe ESG10_400x600

Betrachtet man den Kurvenverlauf der Last-Verformungskurven aus Bild 8.10 und Bild 8.11, fällt auf, dass der Kraftanstieg bei den steiferen (2x10mm dicken) Systemen linear verläuft, währenddessen die Kurven der dünneren (10mm dicken) Scheiben zwischen 25kN und 32kN ein Plateau ausbilden und dann anschließend, nach etwa 2 bis 3 mm Verformungsweg, erneut linear bis zum Bruch der Glasscheibe ansteigen. Das Ausbilden der Plateaus und zusätzlich ein deutlich hörbares Knacken während der Versuchsdurchführung sprechen dafür, dass es an diesen Stellen zum teilweisen Bruch des Mörtels (Hilti HIT[®]-HY 50) kam. Der beschriebene unterschiedliche Verlauf der Last-Verformungskurven lässt auf einen günstig wirkenden Einfluss der mehraxialen Beanspruchung des Mörtels bei großer Bauteildicke zurückschließen.

Die Versuchsergebnisse lassen erkennen, dass sich bei Verwendung von Hilti HIT[®]-HY 70 auch bei schmalen Scheiben kein Plateau in der Last-Verformungskurve ausbildet, siehe Bild 8.12, d.h. es kommt nicht zum sprunghaften Versagen der Mörtelschicht. Prinzipiell höhere oder niedrigere Bruchlasten der Scheibe im Vergleich zu Probekörpern mit Hilti HIT[®]-HY 50 stellen sich jedoch nicht ein.

Aus der in Bild 8.13 beispielhaft dargestellten Last-Dehnungskurve geht hervor, dass die experimentell über Dehnungsmessung ermittelten Spannungen im Glas höher sind als die Ergebnisse der numerischen Simulation ergeben. Dies ist auf den kleinen Kontaktwinkel zurückzuführen, der sich aus dem Bruchwinkel β ableiten lässt, vgl. Bild 8.12.

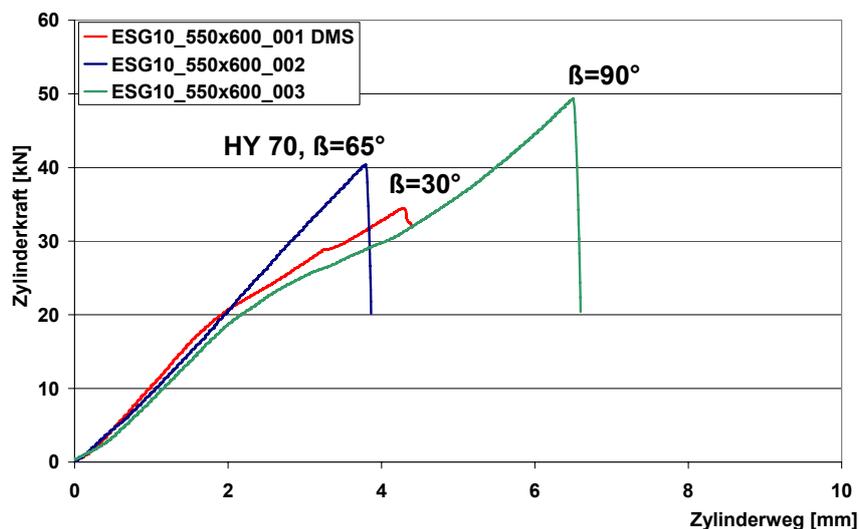


Bild 8.12: Last-Verformungskurven „Zug“, Versuchsreihe ESG10_550x600

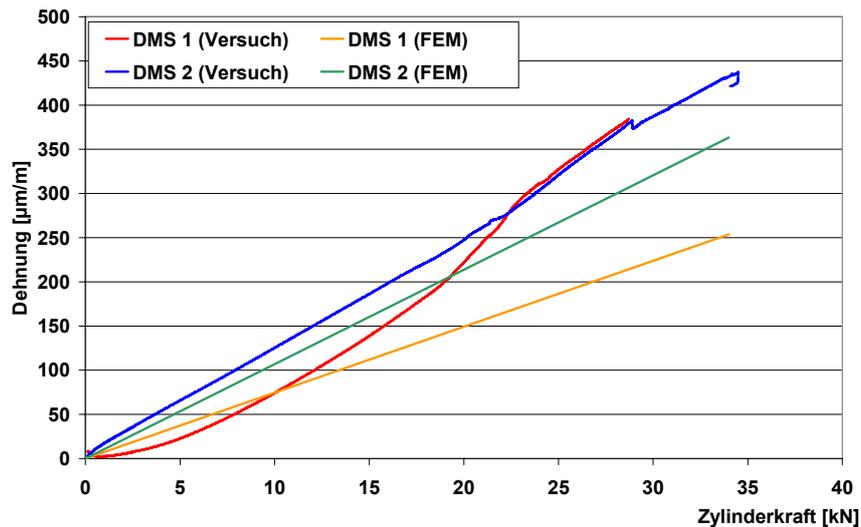


Bild 8.13: Last-Dehnungskurven „Zug“, Versuchsreihe ESG10_550x600

Bild 8.14 zeigt beispielhaft die Last-Verformungskurve der Versuchsreihe ESG12_400x600_GZ. Die Kurven verlaufen bis zu einer Last von etwa 35kN linear, flachen dann leicht ab und steigen schließlich linear bis zum plötzlichen Versagen der Glasscheibe. Die experimentellen Untersuchungen, die für ein Gebrauchslastniveau von 30% der mittleren statischen Bruchlast durchgeführt wurden, zeigen nahezu nur elastische Anteile in der Be- und Entlastungsphase, Bild 8.14, während die Verformung bei einem Gebrauchslastniveau von 50% der mittleren statischen Bruchlast sowohl aus elastischen Anteilen als auch aus plastischen Anteilen besteht.

Es ist kein Zusammenhang zwischen dem untersuchten Gebrauchslastniveau (30% bzw. 50%) und den Bruchlasten erkennbar.

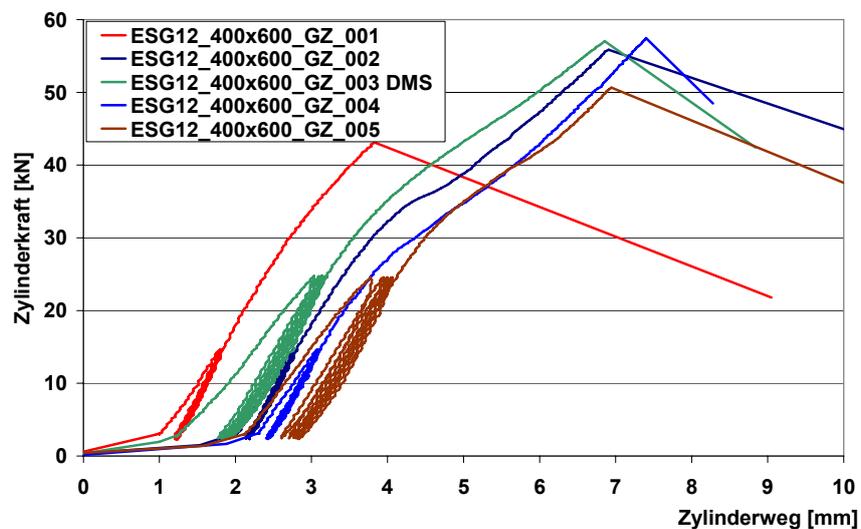


Bild 8.14: Last-Verformungskurven, Versuchsreihe ESG12_400x600_GZ

8.2.4 Zusammenfassung der experimentellen Untersuchungen an N-Anschlüssen

Der Teilsicherheitsbeiwert γ_M des Baustoffwiderstandes, der sich aus den durchgeführten experimentellen Untersuchungen ergibt, wird in Anlehnung an DIN EN 1990:2002 [47] wie folgt berechnet:

$$\gamma_M = \frac{R_k}{R_d} = \frac{m - k_n \cdot s}{m - \alpha_R \cdot \beta \cdot s} \quad (8.4)$$

Für ESG (Serien 1-7, 10, 11) gilt:

$$m = 105,64 \text{ N/mm}^2$$

$$s = 15,39 \text{ N/mm}^2$$

$$k_n = 1,69 \text{ (n=54, 75\% Aussagewahrscheinlichkeit)}$$

$$\alpha_R = 0,8 \text{ (statistischer FORM Gewichtsfaktor)}$$

$$\beta = 3,8$$

$$\Leftrightarrow \gamma_{M,ESG} = \frac{105,64 \text{ N/mm}^2 - 1,69 \cdot 15,39 \text{ N/mm}^2}{105,64 \text{ N/mm}^2 - 0,8 \cdot 3,8 \cdot 15,39 \text{ N/mm}^2} = 1,35 \quad (8.5)$$

Für TVG (Serien 8, 9) gilt:

$$m = 72,01 \text{ N/mm}^2$$

$$s = 7,89 \text{ N/mm}^2$$

$$k_n = 1,83 \text{ (n=14, 75\% Aussagewahrscheinlichkeit)}$$

$$\alpha_R = 0,8 \text{ (statistischer FORM Gewichtsfaktor)}$$

$$\beta = 3,8$$

$$\Leftrightarrow \gamma_{M,TVG} = \frac{72,01 \text{ N/mm}^2 - 1,83 \cdot 7,89 \text{ N/mm}^2}{72,01 \text{ N/mm}^2 - 0,8 \cdot 3,8 \cdot 7,89 \text{ N/mm}^2} = 1,20 \quad (8.6)$$

Tabelle 8.8: Abgeminderte Bruchspannungen für ESG, $1/\gamma_{M,ESG} \cdot \sigma_{5\%}$

Serie	Versuch Nr.	$\sigma_{5\%}$	$1/\gamma_{M,ESG} \cdot \sigma_{5\%}$
		[N/mm ²]	[N/mm ²]
1	ESG10_200x600	78,82	58,24
2	ESG10_400x600	89,15	65,87
3	ESG10_550x600	87,71	64,81
4	ESG2x10_400x600	80,46	59,46
5	ESG3x10_400x600	93,49	69,08
6	ESG2x15_400x600	59,26	43,79
7	ESG2x8_400x600	100,08	73,95
10	ESG10_400x600_GZ	76,73	56,70
11	ESG12_400x600_GZ	88,41	65,33

Tabelle 8.9: Abgeminderte Bruchspannungen für TVG, $1/\gamma_{M,TVG} \cdot \sigma_{5\%}$

Serie	Versuch Nr.	$\sigma_{5\%}$	$1/\gamma_{M,TVG} \cdot \sigma_{5\%}$
		[N/mm ²]	[N/mm ²]
8	TVG10_400x600	49,62	41,41
9	TVG2x10_400x600	59,07	49,30

In Kapitel 2.2 wurden die in [25] vorgeschlagenen Bemessungswerte für ESG und TVG angegeben zu:

$$R_{d,4} = 50 \frac{N}{mm^2} \text{ für ESG} \quad (8.7)$$

$$R_{d,4} = 39 \frac{N}{mm^2} \text{ für TVG} \quad (8.8)$$

Ein Vergleich mit den Ergebnissen aus den hier durchgeführten experimentellen Untersuchungen zeigt, dass die vorgeschlagenen Bemessungswerte niedriger sind als die in Tabelle 8.8 und Tabelle 8.9 angegebenen durch γ_M abgeminderten Werte der Bruchspannungen.

Die in den Gleichungen (8.7) und (8.8) angegebenen Bemessungswerte konnten demnach durch die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen bestätigt werden und werden für das an späterer Stelle abgeleitete Bemessungskonzept herangezogen.

8.3 Querkraft-Momentenanschluss einer Scheibe

8.3.1 Probekörper für experimentelle Untersuchung

Die Geometrie der Probekörper für die experimentelle Untersuchung des Querkraft-Momenten-Anschlusses für statische Belastung und unter Gebrauchslastzyklen (GZ) kann Bild 8.15 und Tabelle 8.10 entnommen werden. Sie entspricht der Geometrie, an denen die rechnerischen Untersuchungen durchgeführt wurden. Untersucht wurden 3 verschiedene Glasaufbauten. Die Lochbohrungen hatten bei einer Versuchsserie (Serie 1) den Durchmesser $d_0=30\text{mm}$, alle Scheiben der übrigen vier Serien wurden mit Lochbohrungen des Durchmessers $d_0=44\text{mm}$ versehen. Alle Bohrungs-details entsprachen dem der Probekörper der normalkraftbeanspruchten Bauteilveruche, siehe Bild 2.8.

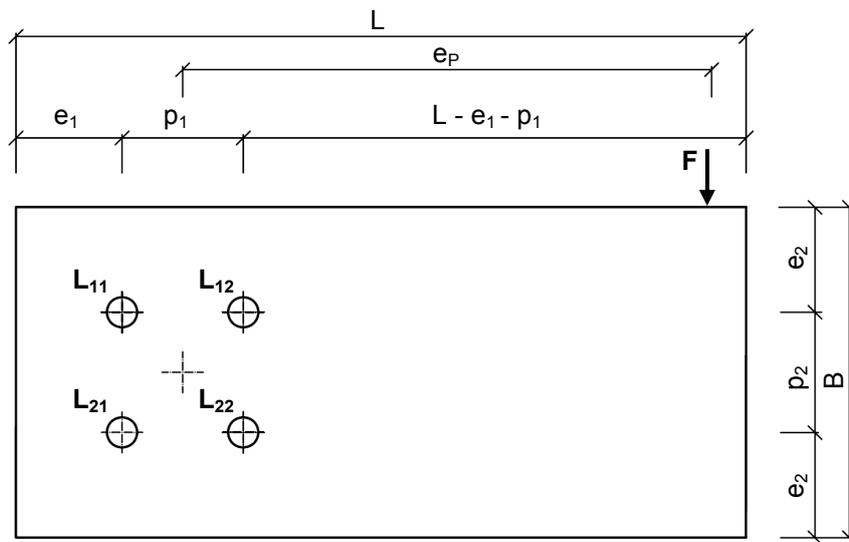


Bild 8.15 Statisches System und Belastung für experimentell untersuchten Q-M-Anschluss

Tabelle 8.10: Probekörpergeometrie

a	[mm]	22 (Serie 1: 15 mm)
d_o = 2a	[mm]	44 (Serie 1: 30 mm)
B	[d _o]	11
	[mm]	484
L	[d _o]	24
	[mm]	1056
e₁ = e₂	[d _o]	3,5
	[mm]	154
p₁ = p₂	[d _o]	4
	[mm]	176
e_P	[d _o]	14,5
	[mm]	638
Zwischenmaterial	[-]	Vergussmörtel mit Aluminiumhülse
b_{Spalt}	[mm]	5
d_{i,Alu}	[mm]	30 (Serie 1: 16 mm)
t_{Alu-Hülse}	[mm]	2
d_{Bolzen}	[mm]	30 (Serie 1: 16 mm)

Die Versuchsreihen, die an Q-M-Anschlüssen durchgeführt wurden, sind in Tabelle 8.11 zusammengefasst.

Tabelle 8.11: Versuchsreihen an Querkraft-Momentenanschluss

Nr.	Bezeichnung	Glasaufbau	Glas- produkt	d_o [mm]	d_{Bolzen} [mm]	Zwischen- material	n
1	ESG2x8_d30	2x8 mm (1,52 mm PVB)	ESG	30	16	HY 50	4
2	ESG2x8	2x8 mm (1,52 mm PVB)	ESG	44	30	HY 50 HY 70	5
3	ESG2x10	2x10 mm (1,52 mm PVB)	ESG	44	30	HY 50 HY 70	3
4	ESG2x10_unsym	2x10 mm (1,52 mm PVB)	ESG	44	30	HY 50 HY 70	3
5	ESG2x12	2x12 mm (1,52 mm PVB)	ESG	44	30	HY 50 HY 70	3
6	ESG2x8_GZ	2x8 mm (1,52 mm PVB)	ESG	44	30	HY 50	5
7	ESG2x12_GZ	2x12 mm (1,52 mm PVB)	ESG	44	30	HY 50	2

8.3.2 Versuchsdurchführung und -durchführung

Alle Probekörper wurden vor der Versuchsdurchführung hinsichtlich ihrer Geometrie vermessen, es wurden folgende Parameter erfasst und dokumentiert:

- die Scheibendicke t an vier Stellen,
- die Bohrungsdurchmesser d_o ,
- die Kantenlängen der Probekörper und
- die Randabstände der Bohrungen.

Die minimal und maximal gemessenen Scheibendicken t je Versuchsreihe sowie jeweils der entsprechende Mittelwert m sind in Tabelle 8.12 aufgeführt.

Tabelle 8.12: Gemessene Scheibendicke t der Probekörper, Q-M-Anschluss

Nr.	Bezeichnung	Nennmaß t	t_{min}	t_{max}	m
		[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
1	ESG2x8_d30	16,76	16,51	16,78	16,63
2	ESG2x8	16,76	16,63	16,94	16,81
3	ESG2x10	21,52	21,17	21,51	21,36
4	ESG2x10_unsym	21,52	21,13	21,48	21,30
5	ESG2x12	25,52	25,42	25,95	25,60
6	ESG2x8_GZ	17,52	16,2	17,5	17,1
7	ESG2x12_GZ	25,52	26,0	28,0	26,6

Tabelle 8.13 können die je Versuchsreihe minimal und maximal gemessenen Bohrungsdurchmesser d_o und das zugehörige arithmetische Mittel m entnommen werden.

Tabelle 8.13: Gemessene Bohrungsdurchmesser d_o der Probekörper, Q-M-Anschluss

Nr.	Bezeichnung	Nennmaß d_o	$d_{o,min}$	$d_{o,max}$	m
		[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
1	ESG2x8_d30	30	29,1	30,1	29,7
2	ESG2x8	44	43,4	43,9	43,7
3	ESG2x10	44	43,4	43,9	43,5
4	ESG2x10_unsym	44	43,1	43,7	43,5
5	ESG2x12	44	43,4	44,0	43,7
6	ESG2x8_GZ	44	42,1	44,3	43,6
7	ESG2x12_GZ	44	43,0	46,0	44,7

Die Kantenlängen der Probekörper sowie die Randabstände der Bohrungen entsprachen unter Berücksichtigung zulässiger Toleranzen den Nennmaßen. Da sie für die Versuchsauswertung nicht von wesentlicher Bedeutung sind, werden die Messdaten hier nicht detailliert aufgeführt.

Die Oberflächendruckspannung der Probekörper wurde jeweils an zwei unterschiedlichen Messpunkten, d.h. ein Messpunkt nahe einer Bohrung und ein Messpunkt zentrisch zwischen den 4 Bohrungen (Scheibenfläche), mit Hilfe des Epibiaskop LaserGasp der Firma Strainoptics Inc. auf der Zinnbadseite gemessen und anschließend gemittelt (arithmetisches Mittel). Es konnte keine Regelmäßigkeit festgestellt werden, dass an einem der beiden Messpunkte etwa höhere Oberflächendruckspannungen vorhanden sind. Bei einigen Scheiben konnte keine Oberflächendruckspannung gemessen werden, da sich die Zinnbadseite beider Scheiben innen auf der Verbundseite befand. Die minimalen und maximalen Messwerte der Oberflächendruckspannung σ_v sowie der Mittelwert m können Tabelle 8.14 entnommen werden. Es sei darauf hingewiesen, dass es sich um punktuelle Messungen auf der Glasoberfläche handelt und die Messgenauigkeit einer Toleranz von $\pm 3 \text{ N/mm}^2$ unterliegt.

Tabelle 8.14: Gemessene Oberflächendruckspannung der Probekörper, Q-M-Anschluss

Nr.	Bezeichnung	n	$\sigma_{v,min}$	$\sigma_{v,max}$	m	s	V
			[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[(N/mm ²) ²]
1	ESG2x8_d30	4	98,0	110,0	105,3	5,16	26,58
2	ESG2x8	5	100,0	120,0	109,1	6,60	43,55
3	ESG2x10	3	91,0	102,0	96,9	3,60	12,99
4	ESG2x10_unsym	3	94,0	111,0	101,1	5,67	32,10
5	ESG2x12	3	102,0	117,0	111,5	4,30	18,50
6	ESG2x8_GZ	5	91,0	132,5	107,8	12,82	164,31
7	ESG2x12_GZ	2	92,4	111,3	99,2	6,69	44,73

Tabelle 8.14 kann entnommen werden, dass die Streuung der Oberflächendruckspannungen innerhalb einer Versuchsreihe angemessen ist. Herstellungsbedingt sind Streuungen üblich und unter Einhaltung normativer Regelungen zulässig. Die in den technischen Regelwerken empfohlene Oberflächendruckspannung von $\sigma_v=90\text{N/mm}^2$ für ESG wurde an keiner Messstelle unterschritten, der maximal empfohlene Messwert $\sigma_v=120\text{N/mm}^2$ wurde lediglich bei einer Prüfscheibe überschritten. Darüber hinaus liegen alle Mittelwerte innerhalb des empfohlenen Bereichs.

Zur Herstellung des Hülsenvergusses wurden Schablonen aus Holz gefertigt, mit denen die Herstellung des Hülsenvergusses aller vier Lochbohrungen in einem Arbeitsschritt ermöglicht werden konnte, siehe Bild 8.16. Ebenso wie bei den Versuchsscheiben für den Versuchsaufbau „Zug“ und „Druck“ wurden die Holzplatten vor Herstellen des Hülsenvergusses beidseitig gegen die Glasscheibe gepresst, um anschließend den Spalt zwischen Glas und Aluminiumhülse mit Mörtel möglichst ohne Luftporen zu verfüllen. Details zur Herstellung des Hülsenvergusses können Kapitel 8.2.1 entnommen werden. Vor der Versuchsdurchführung wurde eine ausreichende Aushärtungszeit des Mörtels von mindestens 7 Tagen bei Raumtemperatur sichergestellt.



Bild 8.16: Herstellung des Hülsenvergusses, Q-M-Anschlüsse

Die Oberflächendehnungen wurden während der Versuchsdurchführung an insgesamt drei Probekörpern jeweils mittels vier Dehnungsmessstreifen (DMS) gemessen. Die DMS wurden gemäß Bild 8.17 auf der Vorder- und auf der Rückseite der Scheibenoberflächen so angeordnet, dass sich je zwei DMS genau gegenüberliegen und unplanmäßige Exzentrizitäten der Lasteinleitung und damit einhergehende etwaige Dehnungsunterschiede an der Glasoberfläche erfasst werden konnten.

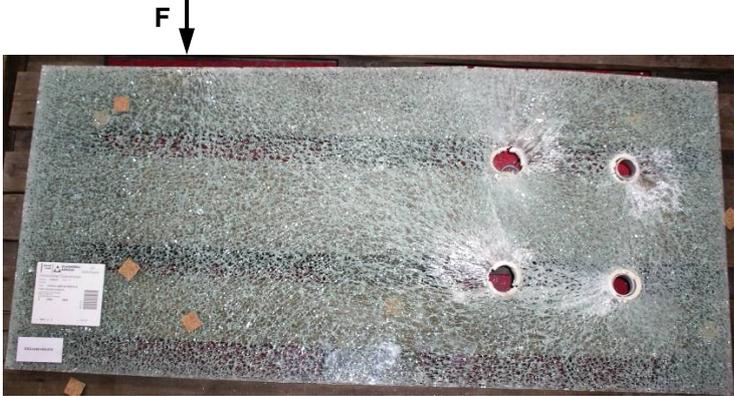
Versuchsreihe	Probekörper Gesamtansicht	Bruchbild im Detail
ESG2x8_d30		
ESG2x8		
ESG2x10_unsym		
ESG2x8_GZ		

Bild 8.18: Bruchbilder exemplarisch für ausgewählte Probekörper

Spannungskonzentrationen im Bereich der Bohrungen sind deutlich erkennbar, die Bruchbilder stimmen qualitativ mit den rechnerisch ermittelten Ergebnissen überein (Bild 8.19).

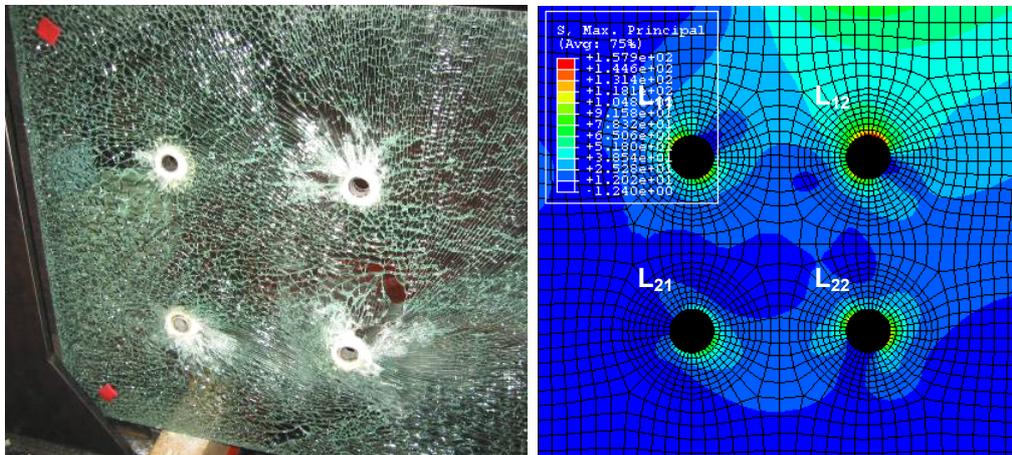


Bild 8.19: Bruchbilds (links) und Spannungsplot der Hauptzugspannungen aus FEM (rechts)

Tabelle 8.16 können die Versuchsergebnisse entnommen werden. Aus den experimentell ermittelten Bruchlasten konnten mithilfe numerischer Simulation die maximalen Hauptzugspannungen σ_{Bruch} in der Glasscheibe berechnet werden. Da mit produktions- und herstellbedingten Toleranzen gerechnet werden muss, die bei den untersuchten Q-M-Anschlüssen im Vergleich zu den Normkraftversuchen erheblich mehr ins Gewicht fallen, wird bei der Berechnung von σ_{Bruch} auf der sicheren Seite liegend Schlupf von $\Delta s=0,1\text{mm}$ berücksichtigt (entspricht einer Erhöhung der Spannung um 10%, siehe Kapitel 5.4.3). Weitere Einflüsse aus Herstell- und Montagetoleranzen, wie z.B. unplanmäßig außermittige Position des Bolzens und Versatz bei VSG, werden auf der sicheren Seite liegend bei der Berechnung von σ_{Bruch} vernachlässigt, so dass die Bruchspannungen im Glasbauteil trotz der vorgenommenen Beaufschlagung unterschätzt werden.

Die statistische Auswertung der Versuchsergebnisse erfolgte, ebenso wie bei den normalkraftbeanspruchten Verbindungen nach logarithmischer Normalverteilung. Die Bestimmung der charakteristischen Bruchspannungen σ_k (5%-Fraktilwert) wurde nach EN 1990 Anhang D [47] vorgenommen:

$$\sigma_k = \exp\{m_y - k_n \cdot s_y\} \quad (8.9)$$

mit:

m_y : Bemessungswert der logarithmischen Normalverteilung

k_n : Faktor für die Unsicherheit aus der begrenzten Stichprobe (implizieren einen Signifikanzlevel von 75%)

s_y : Standardabweichung der logarithmischen Normalverteilung

Mittelwert und Standardabweichung berechnen sich nach folgenden Formeln:

$$m_y = \frac{1}{n} \cdot \sum \ln(x_i) \quad (8.10)$$

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum (\ln x_i - m_y)^2} \quad (8.11)$$

Die k_n -Werte werden in EN 1990 Anhang D tabellarisch aufgeführt, ein Auszug der hier relevanten Werte kann Tabelle 8.15 entnommen werden.

Tabelle 8.15: Relevante k_n -Werte für unbekanntem Variationskoeffizienten, [47]

n	3	4	5	6	8	10	20	30	∞
k_n	3,37	2,63	2,33	2,18	2,00	1,92	1,76	1,73	1,64

Tabelle 8.16: Versuchsergebnisse der Serien 1-7, * nur eine der beiden Scheiben ging zu Bruch

Serie	Versuch Nr.	F_{Bruch}	$x_i = \sigma_{\text{Bruch}}$	$\ln(x_i)$	μ ($\ln(x_i)$)	n	s ($\ln(x_i)$)	k_n	$\sigma_{5\%}$
		[kN]	[N/mm ²]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[N/mm ²]
1	ESG2x8_d30_001	33,40*	103,15	4,64	4,656	4	0,127	2,63	75,28
	ESG2x8_d30_002	39,46*	121,89	4,80					
	ESG2x8_d30_003 DMS	35,11*	108,46	4,69					
	ESG2x8_d30_004	29,04*	89,69	4,50					
2	ESG2x8_001	44,89	97,46	4,58	4,546	5	0,090	2,34	76,38
	ESG2x8_002	46,45*	100,84	4,61					
	ESG2x8_003	38,58*	83,75	4,43					
	ESG2x8_004	40,46	87,85	4,48					
	ESG2x8_005 DMS	47,46	103,05	4,64					
3	ESG2x10_001 DMS	49,37	86,61	4,46	4,530	3	0,060	3,37	75,85
	ESG2x10_002	55,03	96,54	4,57					
	ESG2x10_003	54,41	95,45	4,56					
4	ESG2x10_unsym_001	52,16	91,50	4,52	4,442	3	0,065	3,37	68,18
	ESG2x10_unsym_002	47,25	82,90	4,42					
	ESG2x10_unsym_003	46,11	80,88	4,39					
5	ESG2x12_001	65,44	95,67	4,56	4,464	3	0,120	3,37	58,01
	ESG2x12_002	61,58*	90,02	4,50					
	ESG2x12_003	51,96	75,96	4,33					
6	ESG2x8_GZ_001	41,46	90,01	4,50	4,502	5	0,024	2,34	85,21
	ESG2x8_GZ_002	40,80	88,59	4,48					
	ESG2x8_GZ_003	40,52	87,97	4,48					
	ESG2x8_GZ_004	43,10	93,57	4,54					
	ESG2x8_GZ_004	41,96	91,10	4,51					
7	ESG2x12_GZ_001	58,02	84,81	4,44	4,426	2	0,020	7,73	71,56
	ESG2x12_GZ_002	56,39	82,43	4,41					

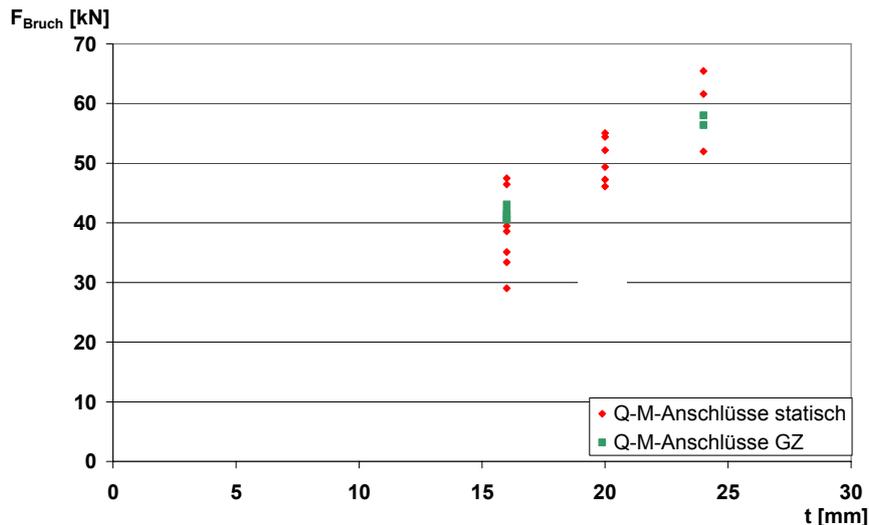


Bild 8.20: Bruchlasten aller Versuchsscheiben der Q-M-Anschlüsse in Abhängigkeit von t

Alle Bruchlasten in Abhängigkeit von t sind in Bild 8.20 dargestellt. Die Ergebnisse bestätigten die theoretischen Untersuchungen in folgenden Punkten:

- In den überwiegenden Fällen lag der Bruchsprung im Winkel von 90° zur Horizontalen an Bohrung L_{12} . Dies entspricht der Lage der maximalen Zugspannungen, wie sie in den analytischen und numerischen Berechnungen unter Berücksichtigung von Schlupf, ermittelt wurde. Lastumlagerungen und Fertigungstoleranzen führten bei einem Teil der Probekörper dazu, dass der Bruchsprung an anderer Stelle zu finden war. Sprünge in den Last-Verformungskurven deuten darauf hin, dass der Mörtel zum Teil versagte, bevor es zum Glasbruch kam, siehe Bild 8.21.
- Die Bruchlasten steigen mit zunehmender Scheibendicke nahezu linear an.
- Der in Bild 5.13 dargestellte reziproke Zusammenhang zwischen Bohrungsdurchmesser und Bruchlast konnte bestätigt werden.

Darüber hinaus können folgende Ergebnisse festgehalten werden:

- Die Gebrauchslastzyklen führen nicht prinzipiell zu kleineren Bruchlasten.
- Größere Scheibendicken führten zu geringeren rechnerischen Bruchspannungen. Dies wird nach den vorliegenden Untersuchungsergebnissen auf die in Abhängigkeit von t unterschiedliche Lage des Spannungsmaximums über die Scheibendicke zurückgeführt.
- Durch unsymmetrische Druckverteilung über die Scheibendicke wurden zwar geringere Bruchlasten erreicht (ca. 90% der Bruchlasten bei symmetrischer Lasteinleitung), der Einfluss aus unsymmetrischer Lasteinleitung entsprach jedoch nicht dem rechnerisch ermittelten Ergebnis aus Kapitel 5.3.7. Hier zeigt sich, dass sich Spannungsspitzen an der äußeren Scheibenfaser nur ausbilden können, wenn der Bolzen eine geringe Steifigkeit hat und die Verdrehung durch die konstruktive Durchbildung nicht verhindert wird. Aufgrund der Ver-

suchsergebnisse kann davon ausgegangen werden, dass lediglich eine geringe Verdrehung des Bolzens möglich war und der Lasteintrag über die Scheibendicke nahezu gleichmäßig über die Bohrlochwandung stattfinden konnte, d.h. eine unsymmetrische Druckverteilung über t hängt erheblich von der Verdrehmöglichkeit des Bolzens ab.

- Die rechnerisch ermittelten Bruchspannungen der Q-M-Verbindungen nahmen im Vergleich zu den N-Verbindungen kleinere Werte an. Dies kann auf die Sensibilität des Systems gegenüber Herstell- und Montageeinflüssen zurückgeführt werden.
- Die Versuchsergebnisse der Q-M-Anschlüsse lassen keinen prinzipiellen Unterschied zwischen Probekörpern mit HIT[®]-HY 50 und HY 70 erkennen. Weder kommt es zu einem erkennbaren Plateau in der Last-Verformungskurve, noch zu einem regelmäßigen Unterschied in den Bruchlasten. Zu beachten ist dabei, dass bei den Q-M-Anschlüssen bei allen Versuchen im Gegensatz zu den normalkraftbeanspruchten Zugversuchen dickere VSG-Scheiben geprüft wurden und sich somit aufgrund der Zwischenschichtdicke b_{Spalt} in der Zwischenschicht aller Versuche ein mehraxialer Spannungszustand einstellen kann. Auch bei den Probekörpern der Bauteilversuche „Zug“ konnte bei dickeren Scheiben kein Unterschied zwischen HY 50 und HY 70 festgestellt werden.
- Dort, wo es zum Bruch nur einer Scheibe kam, stellten sich nicht prinzipiell geringere Bruchlasten ein.

Alle Last-Verformungskurven und Last-Dehnungskurven können Anhang A2 entnommen werden.

Beispielhaft wird ein charakteristisches Last-Verformungsdiagramm der experimentellen Untersuchungen an Q-M-Verbindungen in Bild 8.21 dargestellt. Die Zylinderkraft steigt bis zu einem Verformungsweg von etwa 3mm flach an, bis sie anschließend steiler und nahezu linear bis zum Bruch verläuft. Zum Teil sind Lastumlagerungen durch kleine Sprünge in den Kurvenverläufen erkennbar.

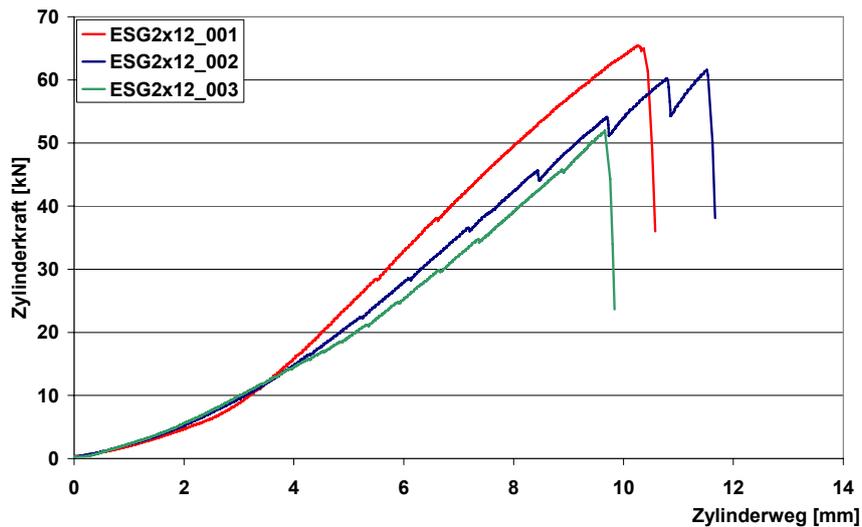


Bild 8.21: Last-Verformungskurven Q-M-Anschluss, Versuchsreihe ESG2x12

Beispielhafte Last-Dehnungskurven der in Bild 8.22 dargestellten Versuchsreihe ESG2x8_d30_003 DMS sind in Bild 8.23 zu sehen. Sie zeigen teilweise nichtlineare Verläufe, die durch Lastumlagerungen und unvermeidbare Imperfektionen, die u.a. auf Toleranzen durch die Herstellung des Hülsenvergusses zurückgeführt werden, erklärbar sind.

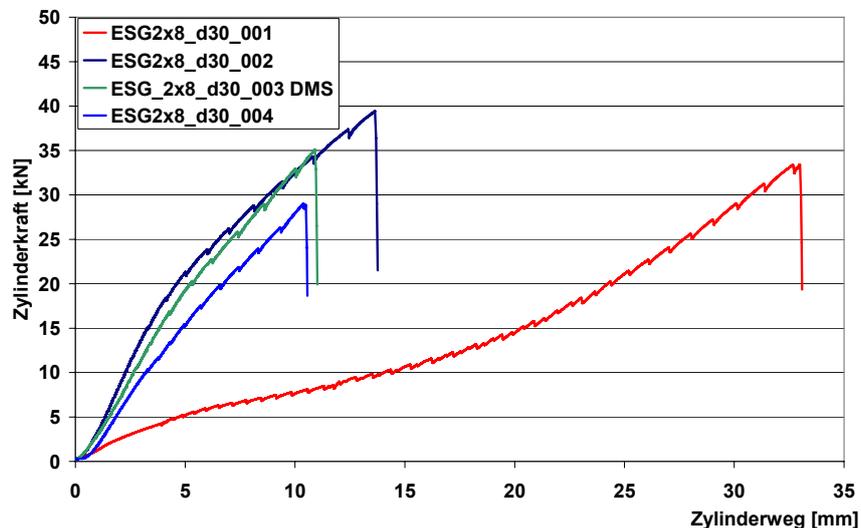


Bild 8.22: Last-Verformungskurven Q-M-Anschluss, Versuchsreihe ESG2x8_d30

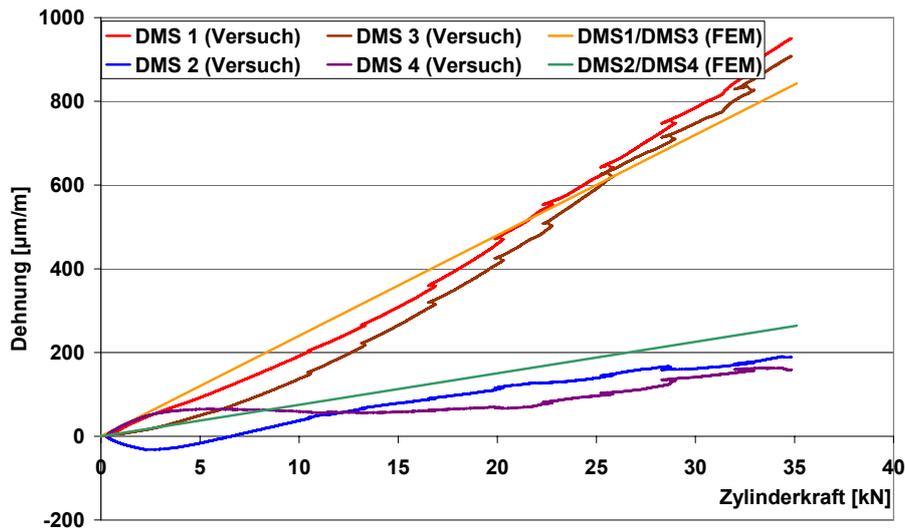


Bild 8.23: Last-Dehnungskurven Q-M-Anschluss, Versuchsreihe ESG2x8_d30_003 DMS

Bild 8.23 kann entnommen werden, dass die Lasteinleitung nicht immer zu gleichen Teilen in beide Schichten der VSG erfolgt. Wie bereits durch theoretische Überlegungen gezeigt werden konnte, führt Versatz im Bohrungsbereich zu unterschiedlichen Beanspruchungen der beiden Scheiben einer VSG-Scheibe.

Die Last-Verformungskurven der Versuchsreihe ESG2x8_GZ werden in Bild 8.24 gezeigt. Ebenso wie schon bei den normalkraftbeanspruchten Probekörpern unter Gebrauchlastzyklen ist auch bei den Q-M-Anschlüssen erkennbar, dass die Verformung bei einem Gebrauchlastniveau von 30% der statisch bestimmten mittleren Bruchlast überwiegend aus elastischen Anteilen besteht, während bei einem höheren Gebrauchlastniveau von 50% die plastischen Anteile zunehmen. Die Bruchlasten lassen jedoch nicht auf das Gebrauchlastniveau zurückschließen, d.h. durch ein höheres Gebrauchlastniveau stellen sich keine kleineren Bruchlasten ein.

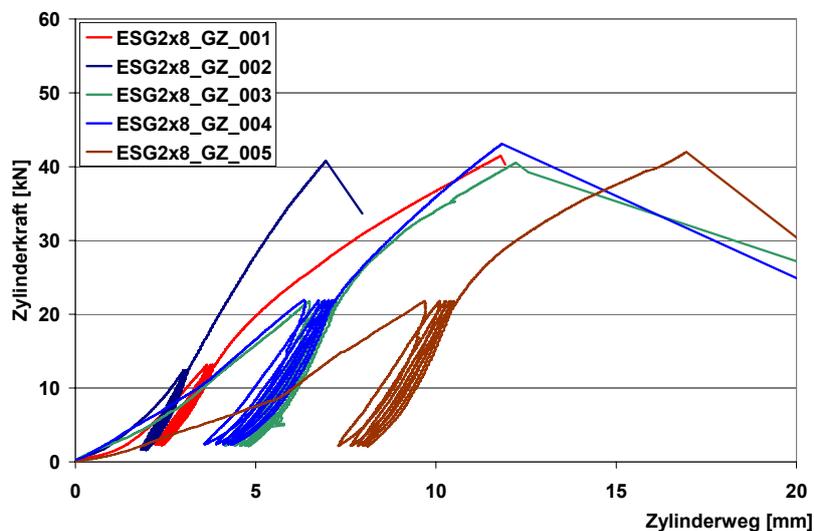


Bild 8.24: Last-Verformungskurven der Versuchsreihe ESG2x8_GZ

8.3.4 Zusammenfassung experimentelle Untersuchungen an Q-M-Anschlüssen

Der Teilsicherheitsbeiwert γ_M des Baustoffwiderstandes, der sich aus den durchgeführten experimentellen Untersuchungen ergibt, wird in Anlehnung an DIN EN 1990:2002 [47] wie folgt berechnet:

$$\gamma_M = \frac{R_k}{R_d} = \frac{m - k_n \cdot s}{m - \alpha_R \cdot \beta \cdot s} \quad (8.12)$$

Für ESG (Serie 1, 2, 3, 5, 6, 7) gilt:

$$\begin{aligned} m &= 93,40 \text{ N/mm}^2 \\ s &= 9,95 \text{ N/mm}^2 \\ k_n &= 1,76 \text{ (n=22, 75\% Aussagewahrscheinlichkeit)} \\ \alpha_R &= 0,8 \text{ (statistischer FORM Gewichtungsfaktor)} \\ \beta &= 3,8 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \gamma_{M,ESG} = \frac{93,40 \text{ N/mm}^2 - 1,76 \cdot 9,95 \text{ N/mm}^2}{93,40 \text{ N/mm}^2 - 0,8 \cdot 3,8 \cdot 9,95 \text{ N/mm}^2} = 1,20 \quad (8.13)$$

Tabelle 8.17: Abgeminderte Bruchspannungen für ESG, $1/\gamma_{M,ESG} \cdot \sigma_{5\%}$

Serie	Versuch Nr.	$\sigma_{5\%}$	$1/\gamma_{M,ESG} \cdot \sigma_{5\%}$
		[N/mm ²]	[N/mm ²]
1	ESG2x8_d30	75,28	62,73
2	ESG2x8	76,38	63,65
3	ESG2x10	75,85	63,21
5	ESG2x12	58,01	48,34
6	ESG2x8_GZ	85,21	71,01
7	ESG2x12_GZ	71,56	59,64

In Kapitel 2.2 wurden die in [25] vorgeschlagenen Bemessungswerte für ESG angegeben zu:

$$R_{d,4} = 50 \frac{N}{\text{mm}^2} \text{ für ESG} \quad (8.14)$$

Ein Vergleich mit den Ergebnissen aus den hier durchgeführten experimentellen Untersuchungen zeigt, dass die vorgeschlagenen Bemessungswerte niedriger sind als die in Tabelle 8.17 angegebenen durch γ_M abgeminderten Werte der Bruchspannungen. Lediglich bei Versuchsserie 5 wird eine Bemessungsspannung von 50 N/mm² nicht erreicht. Dies wird auf die kleine Versuchsanzahl (n=3) sowie die konservative Berechnung der Bruchspannungen zurückgeführt, so dass der in Gleichung (8.14) angegebene Bemessungswert durch die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen bestätigt werden konnte und für das an späterer Stelle abgeleitete Bemessungskonzept herangezogen wird.

9 Bemessung von SL-belasteten Anschlüssen im konstruktiven Glasbau

9.1 Vorgehensweise

In diesem Kapitel wird ein Vorschlag zur Bemessung von Scher-Lochleibungsverbindungen im konstruktiven Glasbau erarbeitet. Es wird eine einfache Handrechenformel unter Berücksichtigung baupraktisch erforderlicher Sicherheiten bereitgestellt werden, bei deren Anwendung aufwendige numerische Untersuchungen für zahlreiche Anwendungsfälle zukünftig entfallen können.

Der Bemessungsvorschlag basiert auf der im Rahmen dieser Arbeit neu hergeleiteten analytischen Lösung zur Ermittlung der für die Bemessung maßgebenden Spannungen im Bohrungsbereich der Glasscheibe. Durch die vorgeschlagene Handrechenformel wird die Ermittlung der maximalen Spannungen am Bohrungsrand in Abhängigkeit der Bolzenlast P , der Scheibendicke t und des Bohrungsdurchmessers d_o sowie unter Berücksichtigung bemessungsrelevanter Parameter, die sich aus Entwurfsgrößen und Herstelltoleranzen ergeben, ermöglicht werden.

9.2 Ableiten einer einfachen Bemessungsformel

9.2.1 Überführung der analytischen Lösung in eine einfache Bemessungsgleichung

Wie eingangs beschrieben, ist für die Bemessung von Glas die Normalspannungshypothese geeignet, d.h. es wird davon ausgegangen, dass der Bruch erfolgt, sobald die Hauptzugspannung σ_1 den zulässigen Festigkeitswert des Werkstoffes erreicht bzw. überschreitet.

Die mittels analytischer Lösung berechenbare maximale Tangentialspannung im Glas $\sigma_{\varphi, \max}$ infolge Bolzendruck entspricht am Bohrungsrand der maximalen Hauptzugspannung σ_1 , d.h. als bemessungsrelevante Glasspannung $\sigma_{v, \text{Glas}}$ ist für das hier zu entwickelnde Bemessungskonzept $\sigma_{\varphi, \max}$ heranzuziehen:

$$\sigma_{v, \text{Glas}} = \sigma_{\varphi, \max} \quad (9.1)$$

Die im Anschluss hergeleitete Bemessungsformel basiert auf dem Konzept der Teilsicherheitsbeiwerte, wie es die DIN 18008-1 [45] vorsieht. Die Bemessungsspannung $\sigma_{\varphi, d}$ darf dabei die mit einem Sicherheitsfaktor beaufschlagte charakteristische Biegezugfestigkeit des Glases im Bohrungsbereich (Zone 4) nicht überschreiten:

$$\sigma_{\varphi, d} \leq R_{d, 4} \quad (9.2)$$

Darin ist

- $\sigma_{\varphi,d}$ Bemessungsspannung, d.h. maßgebende Zugspannung im Glas am Bohrungsrand
- $R_{d,4}$ Bemessungswert der Gesamtfestigkeit auf der Widerstandsseite in Zone 4 (Bohrung) gemäß Gleichung (2.1), (2.5), (2.6)

Im Folgenden wird nun die Herleitung der Bemessungsgleichung ausführlich vorgestellt:

Die im Rahmen dieser Arbeit neu abgeleitete analytische Lösung der maximalen Hauptzugspannung bzw. Tangentialspannung am Bohrungsrand einer durch Bolzen-
druck belasteten Scheibe setzt sich aus zwei Summanden zusammen, zum einen aus dem Lochleibungs-Spannungszustand, zum anderen aus dem K_m -fachen des Grund-Spannungszustands:

$$\text{Gesamt-Spannungszustand} = \text{Lochleibungs-Spannungszustand} + K_m \cdot \text{Grund-Spannungszustand}$$

$$\sigma_{\varphi,(SL,ges)}(r, \varphi, \xi) = \sigma_{\varphi,Lochleibung}(r, \varphi) + K_m \cdot \sigma_{\varphi,Grund}(r, \xi)$$

d.h.:

$$\sigma_{\varphi,(SL,ges)}(r, \varphi, \xi) = \left. \begin{aligned} & \frac{p_0}{t} \cdot \frac{a^2}{r^2} + \frac{1-\mu}{4t} p_1 \frac{a}{r} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) \cos \varphi \\ & + \frac{1}{2t} \sum_{n=2}^{\infty} p_n \frac{a^n}{r^n} \left((n-2) - n \frac{a^2}{r^2} \right) \cos n\varphi + \end{aligned} \right\} \sigma_{\varphi,Lochleibung}(r, \varphi) \quad (9.3)$$

$$\left. + K_m \frac{p_1 \cdot a \cdot \pi}{4t \cdot b_m} \left[1 + \frac{a^2}{r^2} - \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\xi \right] \right\} K_m \cdot \sigma_{\varphi,Grund}(r, \xi)$$

Das Ziel besteht nun darin, aus der analytischen Lösung, d.h. aus Gleichung (9.3), eine einfache Bemessungsformel abzuleiten.

Insbesondere in Hinblick auf die in Kapitel 4.3 dargestellte Herleitung und Lösung des Spannungsproblems sowie der ausführlichen Parameteruntersuchungen in Kapitel 5 liegt es nahe, die beiden Spannungsanteile in Abhängigkeit der Bemessungs-Bolzenlast P_d und des Bohrungsradius a bzw. Bohrungsdurchmessers d_o darzustellen. Dies erfolgt durch den direkten Zusammenhang zwischen p_1 und P_d bzw. a , wie er in Gleichung (4.34) bereits dargestellt wurde:

$$p_1 = \frac{P_d}{a \cdot \pi} \quad (9.4)$$

und dem Faktor $\frac{1}{t}$ wie er in allen Summanden der Gleichung (9.3) vorkommt.

Es werden somit die Anteile aus Lochleibungs-Spannungszustand und Grund-Spannungszustand aufgegriffen und hinreichend genau auf den einfachen Grundquotienten $\frac{P_d}{a \cdot t}$ bzw. $\frac{2P_d}{d_0 \cdot t}$ reduziert, wobei P_d die resultierende am Einzelloch an-

greifende Bemessungskraft unter Berücksichtigung der Schnittgrößenzerlegung, des polaren Trägheitsmoments und der ungleichmäßigen Schubkraftverteilung über die Verbindungslänge ist:

$$\sigma_{\varphi,d} = \sigma_{\varphi,Lochleibung,d}(P_d, a, t) + K_m \cdot \sigma_{\varphi,Grund,d}(P_d, a, t) \quad (9.5)$$

$$\Leftrightarrow \sigma_{\varphi,d} = X \cdot \frac{P_d}{a \cdot t} + Y \cdot K_m \cdot \frac{P_d}{a \cdot t} \quad (9.6)$$

X und Y in Gleichung (9.6) sollen dabei die untersuchten Einflussfaktoren, die sich auf die Beanspruchung der Scheibe auswirken, in Form von Beiwerten k_i berücksichtigen. Darüber hinaus ist eine Reduzierung der exakten Lösungen der Spannungszustände auf den Quotienten $\frac{P_d}{a \cdot t}$ mit Hilfe von Konstanten A und B vorzunehmen.

X und Y werden wie folgt definiert:

$$X = k_0 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot k_5 \cdot k_6 \cdot k_7 \cdot A \quad (9.7)$$

$$Y = k_0 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot k_5 \cdot k_6 \cdot k_7 \cdot B \quad (9.8)$$

mit:

k_i : Beiwerte zur Berücksichtigung von Fertigungs- und Entwurfparametern gemäß Tabelle 9.1

A : Konstante zur Reduzierung der exakten Lösung von

$$\sigma_{\varphi,Lochleibung,d}(P_d, a, t) \text{ auf } \frac{P_d}{a \cdot t}$$

B : Konstante zur Reduzierung der exakten Lösung von

$$\sigma_{\varphi,Grund,d}(P_d, a, t) \text{ auf } \frac{P_d}{a \cdot t}$$

Tabelle 9.1: Beiwerte k_i der Bemessungsgleichung

Untersuchte Parameter		k_i
Entwurfsparameter	Erhöhungsfaktor für große Bohrlochdurchmesser d_o	k_0
	planmäßig unsymmetrische Druckverteilung über die Scheibendicke t	k_1
	Erhöhungsfaktor für kleine Scheibenbreiten $3d_o \leq B < 5d_o$	k_2
	Erhöhungsfaktor für kleine Randabstände, wenn $e_1 = e_2$	k_3
	Einfluss aus geringen Bohrlochabständen in Lastrichtung p_1	k_4
Herstell- und Fertigungstoleranzen	Scheibenversatz im Bereich der Bohrung bei VSG	k_5
	Schlupf Δs des Bolzens im Zwischenmaterial	k_6
	unplanmäßig außermittige Position des Bolzens in der Lochbohrung	k_7

9.2.2 Beiwerte k_i zur Berücksichtigung von Entwurfsparametern bzw. Fertigungs- und Montagtoleranzen

Die in Tabelle 9.1 aufgeführten Beiwerte k_i sind aufgrund der in Kapitel 5 gewählten Darstellung, bei der die Spannungserhöhung immer auf den Gesamtspannungszustand bezogen wird, sowohl auf den Grund- als auch auf den Lochleibungs-Spannungszustand anzuwenden.

Mit dem Ziel, die Anzahl der Beiwerte k_i zu reduzieren und die Bemessungsgleichung bei Einhaltung der erforderlichen Sicherheiten übersichtlich zu halten, werden nun die Beiwerte k_0 , k_6 und k_7 allgemeingültig festgelegt.

Bei den Beiwerten k_6 und k_7 handelt es sich zudem um Faktoren, die sich aus zulässigen Maß- und Fertigungstoleranzen ergeben und bereits im Entwurf und in der Bemessung Berücksichtigung finden müssen, um eine ausreichend tragfähige Konstruktion sicherzustellen. k_6 und k_7 können somit direkt mit Hilfe der Untersuchungsergebnisse aus Kapitel 5 durch Festlegung zulässiger Grenzwerte bestimmt werden.

Beiwert k_0 : Erhöhungsfaktor für große Bohrlochdurchmesser d_o

Um die Gültigkeit für beliebige Bohrlochdurchmesser $d_o \leq 60\text{mm}$ zu erhalten, wird k_0 auf der sicheren Seite liegend angegeben und in der Bemessungsgleichung als Konstante berücksichtigt, vgl. Kapitel 5.2.4:

$$k_0 = 1,02 \quad (9.9)$$

Beiwert k_6 : Schlupf Δs des Bolzens im Zwischenmaterial

Die Bemessungsgleichung gilt für Verbindungen, bei denen der Schlupf zwischen Bolzen und Aluminiumhülse maximal 2% des Bolzendurchmessers d_{Bolzen} beträgt, d.h. $\Delta s/d_{\text{Bolzen}} \leq 0,02$. Die maximale Spannung an der Randfaser der Lochbohrung nimmt gemäß Kapitel 5.4.3 auf der sicheren Seite liegend um maximal 23% im Vergleich zu einer Verbindung ohne Schlupf zu, d.h. es wird definiert:

$$k_6 = 1,23 \tag{9.10}$$

Beiwert k_7 : außermittige Position des Bolzens

Eine außermittige Position des Bolzens wird zugelassen, sofern die resultierende Verschiebung $u = \sqrt{(u_x^2 + u_z^2)}$ der Aluminiumhülse maximal 40% der geplanten Spaltbreite b_{Spalt} beträgt, d.h. solange gilt: $u/b_{\text{Spalt}} \leq 0,4$. Die maximale Spannung an der Randfaser erhöht sich gemäß Kapitel 5.4.4 um maximal 15% im Vergleich zu einer zentrischen Position des Bolzens, d.h. definiert wird:

$$k_7 = 1,15 \tag{9.11}$$

9.2.3 Ermittlung der Konstanten A und B

9.2.3.1 Konstante A

Zur Herleitung der Konstanten A aus Gleichung (9.7) geht man von der analytischen Lösung des Lochleibungs-Spannungszustands aus und bestimmt den Winkel $\varphi = \vartheta$, für den die Tangentialspannung σ_φ am Bohrungsrand maximal ist.

Es gilt:

$$\frac{\partial \sigma_{\varphi, \text{Lochleibung}}(a, \varphi)}{\partial \varphi} = 0 \tag{9.12}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \sigma_{\varphi, \text{Lochleibung}}(a, \varphi)}{\partial \varphi} = \frac{\partial \left(\frac{p_0}{t} \cdot \frac{a^2}{a^2} + \frac{1-\mu}{4t} p_1 \frac{a}{a} \left(1 + \frac{a^2}{a^2} \right) \cos \varphi + \frac{1}{2t} \sum_{n=2}^{\infty} p_n \frac{a^n}{a^n} \left((n-2) - n \frac{a^2}{a^2} \right) \cos n \varphi \right)}{\partial \varphi} \tag{9.13}$$

$$= 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \left(\frac{p_0}{t} + \frac{1-\mu}{2t} \cdot p_1 \cdot \cos \varphi - \frac{1}{t} \cdot \sum_{n=2}^{\infty} p_n \cdot \cos n\varphi \right)}{\partial \varphi} = 0 \quad (9.14)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1-\mu}{2t} \cdot p_1 \cdot \sin \varphi + \frac{1}{t} \cdot \sum_{n=2}^{\infty} p_n \cdot \sin n\varphi = 0 \quad (9.15)$$

Der Winkel φ ist abhängig von den Termen p_1 bis p_n der Cosinus-Entwicklung der Randbedingung, die zuvor für das in Bild 9.1 dargestellte System (vgl. Kapitel 4.2) bestimmt wurden, vgl. Gleichung (4.30). Die Übertragbarkeit auf alle Systeme, für die das Bemessungskonzept gültig ist, wurde zuvor bestätigt.

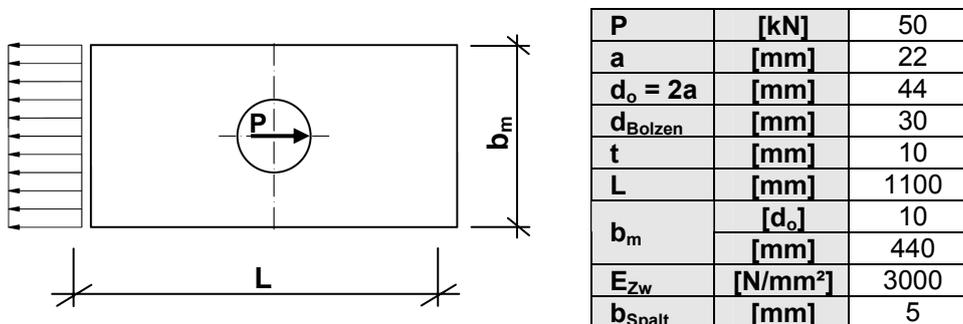


Bild 9.1: System zur Bestimmung des Parameters A

Mithilfe eines Gleichungslösers kann der Winkel $\varphi = \vartheta$ bestimmt werden und ergibt sich zu

$$\vartheta = 89,5^\circ \quad (9.16)$$

Damit die Bemessungsgleichung (9.6) gültig ist, muss bei Unterstellung von

$$k_0=k_1=k_2=k_3=k_4= k_5=k_6=k_7=1,0 \quad (9.17)$$

folgende Bedingung erfüllt sein:

$$\sigma_{\varphi, \text{Lochleibung}, d}(P_d, a, t) = \sigma_{\varphi, \text{Lochleibung}}(a, \vartheta) \quad (9.18)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow A \cdot \frac{P_d}{a \cdot t} = & \frac{p_0}{t} \cdot \frac{a^2}{a^2} + \frac{1-\mu}{4t} p_1 \frac{a}{a} \left(1 + \frac{a^2}{a^2} \right) \cos \vartheta \\ & + \frac{1}{2t} \sum_{n=2}^{\infty} p_n \frac{a^n}{a^n} \left((n-2) - n \frac{a^2}{a^2} \right) \cos n\vartheta \end{aligned} \quad (9.19)$$

$$\Leftrightarrow A \cdot \frac{P_d}{a \cdot t} = \frac{p_0}{t} + \frac{1-\mu}{4t} p_1 (1+1) \cos \vartheta + \frac{1}{2t} \sum_{n=2}^{\infty} p_n (-2) \cos n \vartheta \quad (9.20)$$

$$\Leftrightarrow A \cdot \frac{P_d}{a \cdot t} = \frac{1}{t} p_0 + \frac{1}{t} p_1 \frac{1-\mu}{2} \cos \vartheta + \frac{1}{t} \sum_{n=2}^{\infty} p_n (-\cos n \vartheta) \quad (9.21)$$

$$\Leftrightarrow A \cdot \frac{P_d}{a \cdot t} = \frac{1}{t} \cdot \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ \dots \\ p_{n-1} \\ p_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1-\mu}{2} \cdot \cos \vartheta \\ \dots \\ -\cos(n-1)\vartheta \\ -\cos n \vartheta \end{pmatrix} \quad (9.22)$$

$$\Leftrightarrow A \cdot \frac{P_d}{a \cdot t} = \begin{pmatrix} p_0 \cdot \frac{a}{P_d} \\ p_1 \cdot \frac{a}{P_d} \\ \dots \\ p_{n-1} \cdot \frac{a}{P_d} \\ p_n \cdot \frac{a}{P_d} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1-\mu}{2} \cdot \cos \vartheta \\ \dots \\ -\cos(n-1)\vartheta \\ -\cos n \vartheta \end{pmatrix} \cdot \frac{P_d}{a \cdot t} \quad (9.23)$$

$$\Leftrightarrow A \cdot \frac{P_d}{a \cdot t} = \begin{pmatrix} v_0 \\ v_1 \\ \dots \\ v_{n-1} \\ v_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1-\mu}{2} \cos \vartheta \\ \dots \\ -\cos(n-1)\vartheta \\ -\cos n \vartheta \end{pmatrix} \cdot \frac{P_d}{a \cdot t} \quad (9.24)$$

$$\Leftrightarrow A \cdot \frac{P_d}{a \cdot t} = \left(v_0 + \frac{1-\mu}{2} v_1 \cos \vartheta - \sum_{n=2}^{\infty} v_n \cos n \vartheta \right) \cdot \frac{P_d}{a \cdot t} \quad (9.25)$$

$$\Leftrightarrow A = v_0 + \frac{1-\mu}{2} v_1 \cos \vartheta - \sum_{n=2}^{\infty} v_n \cos n \vartheta \quad (9.26)$$

mit:

$$\vartheta = 89,5^\circ$$

und \vec{v} aus (9.24) gemäß Anhang A1, Lösung mithilfe [28]

$$\Rightarrow A = 0,40 \quad (9.27)$$

9.2.3.2 Konstante B

Für die Herleitung der Konstanten B aus Gleichung (9.8) geht man von der analytischen Lösung des Grund-Spannungszustands, Gleichung (9.3), aus und bestimmt den Winkel $\xi = \zeta$, für den die Tangentialspannung σ_φ am Bohrungsrand maximal ist.

Diese Bedingung ist erfüllt für

$$\cos 2\xi = -1 \quad (9.28)$$

d.h. für:

$$\xi = \zeta = 90^\circ \quad (9.29)$$

Damit die Bemessungsgleichung (9.6) gültig ist, muss bei Unterstellung von

$$k_0=k_1=k_2=k_3=k_4=k_5=k_6=k_7=1,0 \quad (9.30)$$

folgende Bedingung erfüllt sein:

$$\sigma_{\varphi,Grund,d}(P_d, a, t) = \sigma_{\varphi,Grund}(a, \zeta) \quad (9.31)$$

$$\Rightarrow B \cdot K_m \cdot \frac{P_d}{a \cdot t} = K_m \cdot \frac{p_1 \cdot a \cdot \pi}{4t \cdot b_m} \cdot \left[1 + \frac{a^2}{a^2} - \left(1 + \frac{3a^4}{a^4} \right) \cdot \cos 2\zeta \right] \quad (9.32)$$

mit:

$$p_1 = \frac{P_d}{a \cdot \pi} \text{ gemäß Gleichung (4.34) und } \zeta = 90^\circ \text{ folgt:}$$

$$B \cdot \frac{P_d}{a \cdot t} = \frac{P_d}{a \cdot \pi} \cdot \frac{a \cdot \pi}{4t \cdot b_m} \cdot [1 + 1 - (1 + 3) \cdot (-1)] \quad (9.33)$$

$$\Rightarrow B = 1,5 \cdot \frac{a}{b_m} \quad (9.34)$$

9.3 Bemessungsgleichung für SL-belastete Anschlüsse

Aus den vorangegangenen Darstellungen, insbesondere aus den Gleichungen (9.6) bis (9.11), sowie (9.27) und (9.34) lässt sich schlussendlich folgende allgemeingültige Bemessungsgleichung für Glasbauteile bei Scher-Lochleibungsbeanspruchung ableiten:

$$\sigma_{\varphi, \max, d} = 1,02 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot k_5 \cdot 1,23 \cdot 1,15 \cdot \left(0,4 + 1,5 \cdot \frac{a}{b_m} \cdot K_m \right) \cdot \frac{P_d}{a \cdot t} \leq \sigma_{zul} \quad (9.35)$$

$$\Leftrightarrow \sigma_{\varphi, \max, d} = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot k_5 \cdot \left(0,6 + 2,2 \cdot \frac{a}{b_m} \cdot K_m \right) \cdot \frac{P_d}{a \cdot t} \leq \sigma_{zul} \quad (9.36)$$

d.h. die Bemessung der Glasbauteile kann nach folgender Gleichung (Tabelle 9.2) erfolgen:

Tabelle 9.2: Bemessungsgleichung

Bemessungsgleichung für SL-belastete Anschlüsse im konstruktiven Glasbau
$\sigma_{\varphi, \max, d} = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot k_5 \cdot \left(1,2 + 2,2 \frac{K_m}{b_m} \right) \cdot \frac{P_d}{d_o \cdot t} \leq \sigma_{zul}$
<p>Darin sind:</p> <p>P_d: Resultierende Bemessungslast an der maßgebenden Bohrung d_o: Bohrungsdurchmesser t: Glasdicke (einer Glasschicht bei VSG) k_i: Beiwerte zur Berücksichtigung von Fertigungs- und Entwurfparametern gemäß Tabelle 9.3 bis Tabelle 9.7 b_m: maßgebende Breite in $[d_o]$ gemäß Bild 9.2 K_m: Beiwert zur Berücksichtigung des Gleichgewichtssystems des Anschlusses gemäß Tabelle 9.8 und Tabelle 9.9 σ_{zul}: Bemessungswert des Glasbauteils, z.B. $R_{d,4}$ gemäß (2.5) und (2.6) des Abschnitts 2.2.4</p>

Dabei ist zur Berechnung der am Einzelloch angreifenden Bemessungsbolzenlast P_d nach folgenden Schritten vorzugehen:

- a. Durchführen der statischen Berechnung zur Ermittlung der am Gesamtanschluss angreifenden Schnittgrößen M , N , V .
- b. Verteilung von M , N , und V auf die Einzelbolzen unter Berücksichtigung des polaren Trägheitsmoments I_p und der Längskraftverteilung über die Verbindungslänge.

Anschließend ist die Bestimmung der weiteren Eingangsgrößen wie folgt vorzunehmen:

- c. Ermittlung der maßgebenden Breite b_m , die sich aus den Abständen der Lochbohrungen zum Rand sowie den Bohrlochabständen untereinander senkrecht zur Normalkraftrichtung ergibt, siehe Bild 9.2.
- d. Zusammenstellen der Beiwerte k_i zur Berücksichtigung von Fertigungs- und Entwurfparametern aus Tabelle 9.3 bis Tabelle 9.7.
- e. Berechnen des Beiwerts K_m zur Erfassung des Gleichgewichtssystems des Gesamtanschlusses gemäß Tabelle 9.8 oder Tabelle 9.9.

Tabelle 9.3: Beiwert k_1 zur Berücksichtigung von unplanmäßiger Druckverteilung über t

e_y	[mm]	0	10	15	20	30	45
k_1	[-]	1,0	3,5	4,8	6,1	8,7	12,6

Günstig wirkende Einspanneffekte des Bolzens sind in Tabelle 9.3 nicht berücksichtigt. Wird die Verdrehmöglichkeit des Bolzens verhindert (konstruktiv oder z.B. bei zwei- und mehrschnittigen Verbindungen), ist eine Erhöhung der maßgebenden Spannungen nicht vorzunehmen.

Tabelle 9.4: Beiwert k_2 zur Berücksichtigung von kleinen maßgebenden Breiten

b_m	$b_m \geq 5d_o$	$3d_o \leq b_m < 5d_o$
k_2	1,0	1,1

Die Bemessungsgleichung ist nicht gültig für $b_m < 3d_o$.

Tabelle 9.5: Beiwert k_3 zur Berücksichtigung von kleinen Randabständen $e_1=e_2$

$e_1=e_2$	$1,5d_o$	$2,5d_o$	$3,5d_o$	$>3,5d_o$
k_3	1,21	1,09	1,03	1,0

Für $e_1 \neq e_2$ gilt: $k_3=1,0$.

Tabelle 9.6: Beiwert k_4 zur Berücksichtigung von geringen Bohrlochabständen p_1

p_1	$3d_o$	$5d_o$	$7d_o$	$9d_o$	$>9d_o$
k_4	1,23	1,10	1,06	1,04	1,0

Tabelle 9.7: Beiwert k_5 zur Berücksichtigung von Versatz bei VSG

Glasprodukt	2-schichtiges VSG	Monoscheiben
k_5	0,60	1,0

Der Versatz d bei 2-schichtigem VSG darf maximal 50% der Spaltbreite betragen,

d.h. Tabelle 9.7 gilt für $\frac{d}{b_{Spalt}} \leq 0,5$.

Anmerkung: Zwischenwerte dürfen linear interpoliert werden.

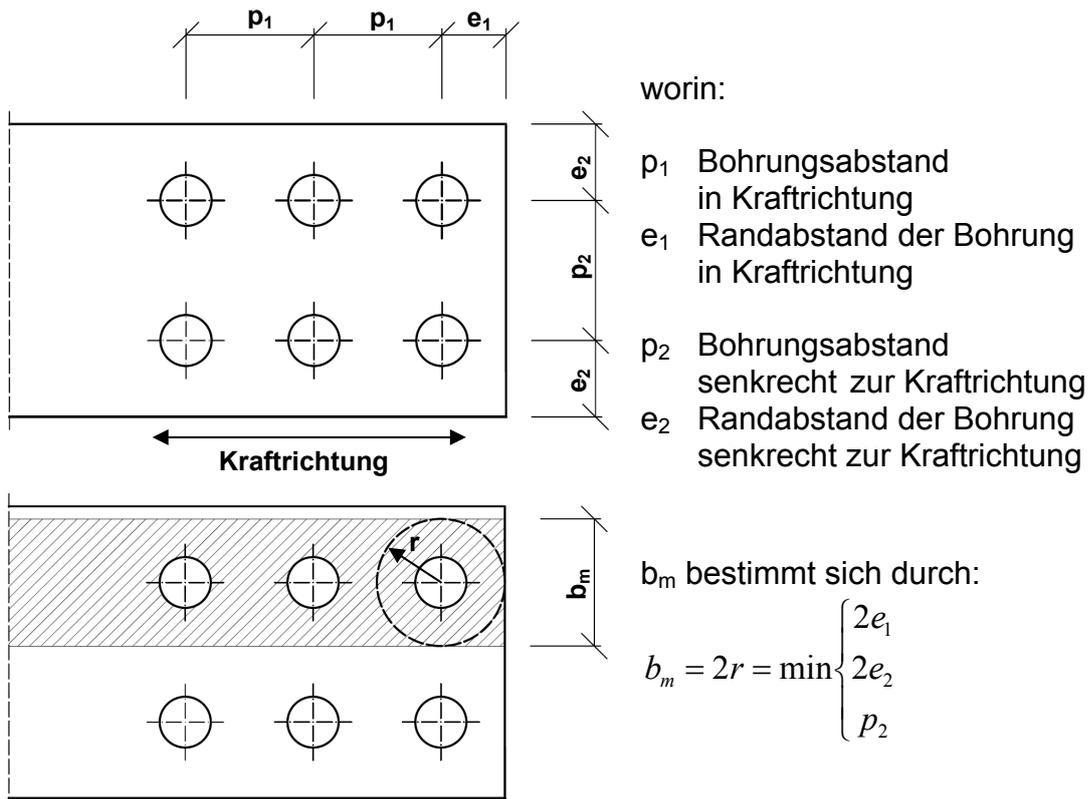
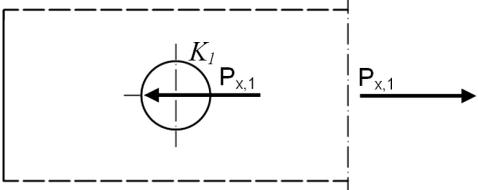
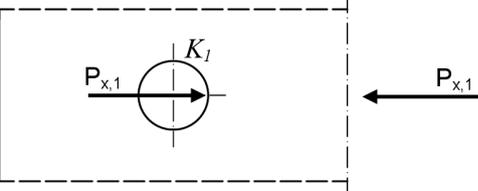
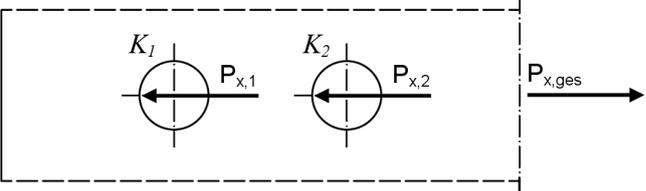
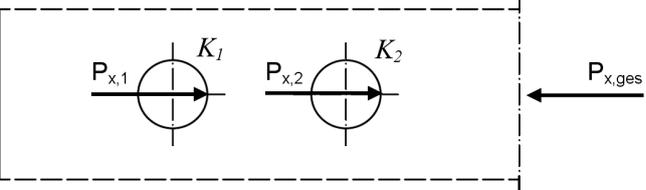
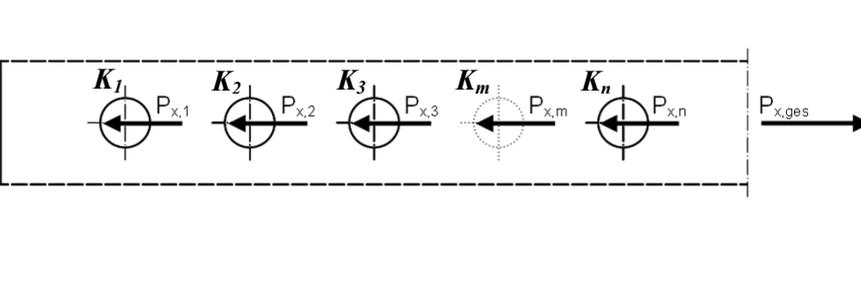
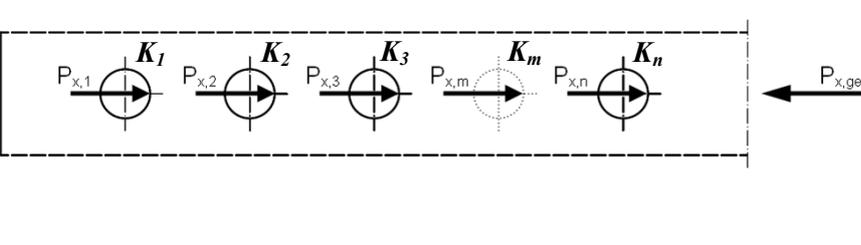


Bild 9.2: Definition und Ermittlung der maßgebenden Breite b_m

Tabelle 9.8: K_m -Wert allgemein formuliert für einen beliebigen Anschluss

Gleichgewichtssystem	K_m -Wert
	$K_m = \cos \alpha - 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i}}{ P_m }$ <p>worin:</p> $\cos \alpha = \frac{P_{x,m}}{ P_m }$
<p>Hinweise: Für die Berechnung von K_m wird immer eine Schraubenreihe betrachtet. Das Vorzeichen von $P_{x,i}$ ist gemäß angegebenem Koordinatensystem festzulegen. $P_{z,i}$ geht nicht in die Berechnung von K_m ein.</p>	

Tabelle 9.9: K_m -Werte für Normalkraftanschlüsse in Abhängigkeit des Gleichgewichtssystems

Gleichgewichtssystem	Km-Wert
	$K_I = 1$
	$K_I = -1$
	Für $P_{x,1} = P_{x,2}$ gilt: $K_I = 1$ $K_2 = 3$
	Für $P_{x,1} = P_{x,2}$ gilt: $K_I = -1$ $K_2 = -3$
	Für beliebige Lochbohrung $m \leq n$: $K_m = - \left(1 - 2 \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i} }{ P_{x,m} } \right)$
	Für beliebige Lochbohrung $m \leq n$: $K_m = 1 - 2 \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i} }{ P_{x,m} }$

Mithilfe der neu hergeleiteten Bemessungsgleichung aus Tabelle 9.2 können nun erstmals Glasscheiben für SL-belastete Anschlüsse mithilfe einer einfachen Handrechenformel und bei beliebigen Schraubenbildgeometrien unter Berücksichtigung beliebiger Randbedingungen bemessen werden.

Sie ist gültig:

- für Monoscheiben und 2-schichtiges Verbundsicherheitsglas aus ESG oder TVG
- für Gesamtscheibendicken $6\text{mm} \leq t \leq 45\text{mm}$
- für Scheibenversatz d bei VSG mit $d/b_{\text{Spalt}} \leq 0,5$
- für Bohrungsdurchmesser $22\text{mm} \leq d_o \leq 60\text{mm}$
- für maßgebende Breiten $b_m \geq 3d_o$
(unter Einhaltung minimal zulässiger Randabstände nach den gültigen Normen)
- für Bohrlochabstände in Lastrichtung $p_1 \geq 3d_o$
(unter Einhaltung minimal zulässiger Lochabstände nach den gültigen Normen)
- für Schlupf Δs mit $\Delta s/d_{\text{Bolzen}} \leq 0,02$
- für außermittige Position des Bolzens in der Bohrung mit $u/b_{\text{Spalt}} \leq 0,4$
- für Bolzendurchmesser $0,5 \leq d_{\text{Bolzen}}/d_o \leq 0,77$
- bei Verwendung von Vergussmörtel als Zwischenschicht mit einem E-Modul zwischen 1000 und 5000 N/mm^2
- bei Spaltbreiten $0,07 \leq b_{\text{Spalt}}/d_o \leq 0,2$
- bei Vorsehen einer Aluminiumhülse zwischen Vergussmörtel und Bolzen zur Sicherstellung einer gleichmäßigen Lasteinleitung in die Zwischenschicht

Die Bemessungsformel basiert auf dem Superpositionsprinzip, bei dem die lokale Beanspruchung durch Lochleibungsdruck mit der globalen Beanspruchung im Nettoquerschnitt überlagert wird. Bemessungsrelevant sind die maximal zu erwartenden Hauptzugspannungen, die infolge einer gegebenen Bemessungslast P_d ermittelt werden können. Die maximalen Spannungen der beiden Beanspruchungsanteile werden in Abhängigkeit der Randbedingungen (Lastrichtung und Lagerungsbedingung) auf der sicheren Seite liegend überlagert.

Die Handrechenformel dient zum statischen Nachweis der Glasbauteile. Zum Nachweis des Vergussmaterials sind die in Kapitel 7 dargestellten Untersuchungsergebnisse heranzuziehen.

9.4 Ermittlung von γ_M nach DIN EN 1990 Anhang D

Das in Kapitel 9.3 vorgestellte Bemessungsmodell kann nun nach DIN EN 1990 Anhang D ausgewertet und die Teilsicherheitsbeiwerte γ_M für ESG und TVG berechnet werden, indem die Modellsicherheit der neu abgeleiteten Bemessungsformel in Hinblick auf die experimentell ermittelten Tragfähigkeiten aus Kapitel 8 bestimmt wird. Die Auswertung erfolgt nach dem semiprobabilistischen Verfahren, wie es die DIN EN 1990 vorsieht. Anhang D der DIN EN 1990 liefert eine standardisierte Möglichkeit der Kalibrierung von Bemessungsfunktionen an Versuchsergebnissen.

Dabei können Bemessungswerte und Sicherheitselemente durch einen Vergleich der aus der vorgeschlagenen neuen Bemessungsformel berechneten Tragfähigkeiten r_t mit den experimentell ermittelten Traglasten r_e abgeleitet werden. Das Verfahren nach DIN EN 1990 Anhang geht von einer normalverteilten Streugröße δ aus. Das Auftragen der Datenpunkte r_e/r_t der hier ermittelten Werte auf Gausspapier lässt sich auf normalverteilte Streugrößen zurückführen, so dass die statistischen Kenndaten direkt unter Verwendung des Verfahrens nach DIN EN 1990 Anhang D bestimmt werden können. Neben Mittelwertabweichung und Streuungen der Modellgenauigkeit sind auch Streuungen zu berücksichtigen, die aufgrund der begrenzten Versuchskörperanzahl nicht ausreichend repräsentiert sind (wie z.B. außermittige Position der Hülse in der Bohrung, Versatz bei VSG im Bereich der Lochbohrung, Schlupf Δs zwischen Bolzen und Aluminiumhülse). Diese wurden statistisch abgeschätzt.

Folgende statistische Kenngrößen sind zur Herleitung der Teilsicherheitswerte γ_M zu bestimmen:

r_t berechnete Tragfähigkeit nach vorgeschlagener Bemessungsformel (Tabelle 9.2)

r_e experimentell ermittelte Tragfähigkeit

\bar{b} Mittelwert

s_δ Standardabweichung

v_δ Variationskoeffizient

} der Häufigkeitsverteilung r_e/r_t

v_{r_t} Variationskoeffizient der Basisvariablen (Geometrie und Toleranzen), die für SL-Anschlüsse statistisch abgeschätzt werden müssen

v_{f_u} Variationskoeffizient der Glasfestigkeit aus [25]

v_R Variationskoeffizient ermittelt aus v_{r_t} und v_{f_u}

Δk Korrekturfaktor für den Bezug auf Nennwerte

$\gamma_M^* = \frac{R_{nom}}{R_d}$ Teilsicherheitsbeiwert, bezogen auf Nominalwerte

Bild 9.3 und Bild 9.4 stellen die Inverse der Summenhäufigkeit der Normalverteilung über den Quotienten r_e/r_t getrennt für TVG und ESG dar. Für die Ersatznormalverteilungen (Trendlinie) können nun der Mittelwert \bar{b} und die Standardabweichung s_δ für TVG und ESG bestimmt werden.

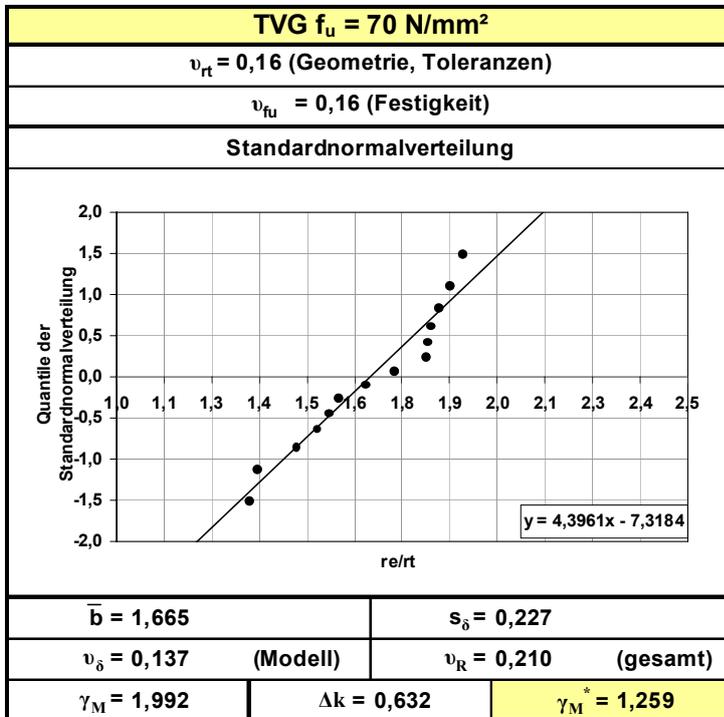


Bild 9.3: Ermittlung γ_M^* für TVG

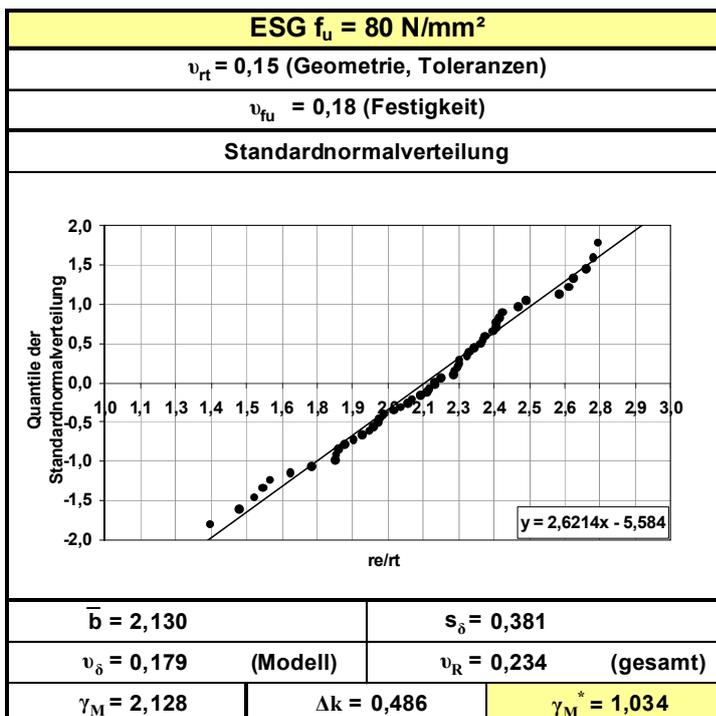


Bild 9.4: Ermittlung γ_M^* für ESG

Um nun einen einheitlichen Teilsicherheitsbeiwert γ_M^* (75% Vertrauenswahrscheinlichkeit) für beide Glasprodukte TVG und ESG zu erhalten, wird folgender Wert vorgeschlagen:

$$\gamma_M^* = 1,3$$

Für TVG liegt dabei ein charakteristischer Festigkeitswert von 70 N/mm² und für ESG von 80 N/mm² (jeweils 5%-Fraktilwert) in Anlehnung an [25] zugrunde.

Die Bemessungswerte (0,1% Fraktil) können nach dem hier behandelten Auswertverfahren somit angegeben werden zu (Konzept der Teilsicherheitsbeiwerte):

$$\sigma_{zul,ESG} = \frac{80}{1,3} = 61 \frac{N}{mm^2} \text{ für ESG} \quad (9.37)$$

$$\sigma_{zul,TVG} = \frac{70}{1,3} = 53 \frac{N}{mm^2} \text{ für TVG} \quad (9.38)$$

Die zulässigen Spannungen berücksichtigen dabei im Vergleich zu den in Kapitel 8 angegebenen Werten $R_{d,4}$ auch die Modellsicherheit der vorgeschlagenen Bemessungsformel Tabelle 9.2.

10 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurden Scher-Lochleibungsverbindungen für den konstruktiven Glasbau eingehend untersucht. Das Ziel bestand darin, einerseits das Tragverhalten im Vergleich zum heutigen Wissensstand zu konkretisieren und mithilfe analytischer Methoden abbilden zu können und andererseits Entwurf und Bemessung erheblich zu vereinfachen, indem die Notwendigkeit numerischer Berechnungsmethoden reduziert und in zahlreichen Fällen ganz auf sie verzichtet werden kann.

Im Einzelnen konnten folgende Ergebnisse erzielt werden:

1. Es wurde ein analytisches Berechnungsverfahren entwickelt, das auf dem Superpositionsprinzip beruht. Dabei wird die lokale Beanspruchung des Glasbauteils infolge Lochleibungsdrucks mit der Beanspruchung im Nettoquerschnitt überlagert. Beide Anteile können durch AIRY'sche Spannungsfunktionen beschrieben werden.

Folgende analytische Lösungen zur Ermittlung der Beanspruchung im Glasbauteil konnten angegeben werden:

$$\begin{aligned} \sigma_{r,(SL,ges)}(r, \varphi, \xi) = & -\frac{p_0}{t} \cdot \frac{a^2}{r^2} - \frac{1-\mu}{4t} \cdot p_1 \cdot \frac{a}{r} \cdot \left(\frac{3+\mu}{1-\mu} + \frac{a^2}{r^2} \right) \cdot \cos \varphi - \\ & - \frac{1}{2t} \cdot \sum_{n=2}^{\infty} p_n \cdot \frac{a^n}{r^n} \left((n+2) - n \cdot \frac{a^2}{r^2} \right) \cdot \cos n\varphi + \\ & + K_m \cdot \frac{p_1 \cdot a \cdot \pi}{4t \cdot b_m} \cdot \left[1 - \frac{a^2}{r^2} + \left(1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cdot \cos 2\xi \right] \\ \sigma_{\varphi,(SL,ges)}(r, \varphi, \xi) = & + \frac{p_0}{t} \cdot \frac{a^2}{r^2} - \frac{1-\mu}{4t} \cdot p_1 \cdot \frac{a}{r} \cdot \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \cdot \cos \varphi + \\ & + \frac{1}{2t} \cdot \sum_{n=2}^{\infty} p_n \cdot \frac{a^n}{r^n} \left((n-2) - n \cdot \frac{a^2}{r^2} \right) \cdot \cos n\varphi + \\ & + K_m \cdot \frac{p_1 \cdot a \cdot \pi}{4t \cdot b_m} \cdot \left[1 + \frac{a^2}{r^2} - \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cdot \cos 2\xi \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{r\varphi,(SL,ges)}(r, \varphi, \xi) = & 0 + \frac{1-\mu}{4t} \cdot p_1 \cdot \frac{a}{r} \cdot \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \cdot \sin \varphi + \\ & + \frac{1}{2t} \cdot \sum_{n=2}^{\infty} p_n \cdot \frac{a^n}{r^n} \cdot n \cdot \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \cdot \sin n\varphi + \\ & + K_m \cdot \frac{p_1 \cdot a \cdot \pi}{4t \cdot b_m} \cdot \left[-1 - \frac{2a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4}\right] \cdot \sin 2\xi \end{aligned}$$

mit:

- r, φ, ξ = Polarkoordinatensystem bezogen auf die Bohrungsmitte
- p_i = Terme der Reihenentwicklung des Belastungsansatzes
- a = Bohrungsradius
- t = Scheibendicke
- b_m = maßgebende Scheibenbreite
- K_m = Parameter zur Vervielfachung des Grund-Spannungszustandes, der sich in Abhängigkeit der zu modellierenden Randbedingung bestimmt
- μ = Querkontraktionszahl der Scheibe

Die Gleichungen sind gültig für alle elastisch isotropen Querschnitte, bei denen auf die Bohrungswandung mit beliebiger Lastverteilung Drucklasten übertragen werden. Durch entsprechende Wahl des Faktors K_m lassen sich beliebige Rand- und Lagerungsbedingungen abbilden.

Dabei werden komplexe Anschlüsse in Sub-Systeme unterteilt, bei denen

- (1) die Randspannungen auf die Breite b_m reduziert werden,
- (2) eine konstante Verteilungen der Randspannung unterstellt wird und Biegeanteile sowie Einschnürungen der Scheibe im Bereich der Lochbohrung vernachlässigt werden,
- (3) Schubspannungen, die sich aus dem Gleichgewichtssystem des Gesamtanschlusses ergeben, nicht berücksichtigt werden,
- (4) ein ebener Formänderungs- und Gestaltänderungszustand zugrunde gelegt wird,
- (5) keine Lastumlagerung zwischen den Verbindungselementen stattfindet.

Den Untersuchungen wurde im Weiteren unterstellt, dass zwischen Bolzen und Bohrlochwandung eine lastverteilende Zwischenschicht aus Vergussmörtel angeordnet wird.

Durch umfangreiche Vergleichsrechnungen mittels der Finite-Elemente-Methode konnte das analytische Verfahren als eine hinreichend genaue und auf der sicheren Seite liegende Lösung verifiziert werden. Vorliegende Forschungsergebnisse konnten durch die vorgestellte Methode vervollständigt werden.

2. Einzeleinflüsse, die sich einerseits aus Montage- und Herstelltoleranzen sowie aus Entwurfparametern ergeben, wurden im Rahmen dieser Arbeit erstmals systematisch mithilfe der FEM untersucht. Die Bedeutung jedes Parameters in Hinblick auf die Beanspruchung der Scheibe konnte erarbeitet werden, vgl. Tabelle 10.1, und wurde zahlenmäßig erfasst. Die Ergebnisse sind gültig für die in Tabelle 10.2 angegebenen Bereiche.

Tabelle 10.1: Einfluss untersuchter Parameter auf die Beanspruchung der Scheibe

Parameter		Einfluss des Parameters auf die Beanspruchung der Scheibe		
		vernachlässigbar	Erfassung durch	
			Beiwerte	analytische Lösung
Spaltbreite	b_{Spalt}	x		
Bolzendurchmesser	d_{Bolzen}	x		
Bohrlochdurchmesser	d_o		x	
Scheibendicke	t			x
Maßgebende Breite	b_m		x ($3d_o \leq b_m < 5d_o$)	x
Bohrlochabstand \perp	p_2			x
Bohrlochabstand \parallel	p_1		x	
Randabstand	$e_1=e_2$	x ($e_1=e_2 > 3,5 d_o$)	x ($e_1=e_2 \leq 3,5 d_o$)	
Unsymmetrische Druckverteilung über t	e_y		x	
Versatz bei VSG	d		x	
Schlupf	Δs		x	
Außermittige Position Bolzen	u_x, u_z		x	

Tabelle 10.2: Gültigkeitsbereiche für die einzelnen Parameter

minimal	Parameter	maximal
0,07	b_{Spalt}/d_o	0,2
0,5	d_{Bolzen}/d_o	0,77
22mm	d_o	60mm
6mm	t	45mm
$3d_o$	b_m	beliebig
$3d_o$	p_2	beliebig
$3d_o$	p_1	beliebig
$3d_o$	$(e_1= e_2)$	beliebig
0	e_y/t	4,5
0	d/b_{Spalt}	0,5
0	$\Delta s/d_{\text{Bolzen}}$	0,02
0	u/b_{Spalt}	0,4

Die Ergebnisse sind gültig für SL-belastete Anschlüsse, bei denen Vergussmörtel mit einem E-Modul zwischen 1000 und 5000 N/mm² als Zwischenmaterial vorgesehen wird. Eine zusätzliche Hülse aus Aluminium ist zwischen Bolzen und Zwischenschicht gemäß Bild 2.8 anzuordnen.

Beim Entwurf der minimalen Randabstände der Bohrungen bzw. der Bohrlochabstände untereinander sind die gültigen Normen einzuhalten.

3. Durch numerische Untersuchungen konnte gezeigt werden, dass die Lage der maßgebenden und somit bemessungsrelevanten Zugspannung über die Scheibendicke in Abhängigkeit von t variiert. Je größer t , umso deutlicher tritt das Spannungsmaximum in der mittleren Faser der Glasscheibe auf, siehe Kapitel 5.2.3. Der Eigenspannungszustand der Scheibe im Bereich der Lochbohrung ist somit entscheidend für die Tragfähigkeit des Glasbauteils. Dieser hängt in erster Linie vom Vorspannprozess ab und unterliegt nach vorliegenden Kenntnissen einer großen Streuung. Hier besteht weiterer Forschungsbedarf, wodurch insbesondere in Abhängigkeit von Materialdicken, Bohrungsdurchmesser und Bohrungsabständen Vorspannungszustände im Bereich von Lochbohrungen abgesichert werden müssen.
4. Bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen wurde Reibung zwischen Zwischenschicht und Bohrungswandung vernachlässigt, d.h. die Übertragung der Bolzenlast erfolgte in Form einer Normalspannung senkrecht zum Bohrungsrand. Um Reibung zwischen Vergussmörtel und Glasbohrung exakt zu erfassen und den daraus resultierenden Einfluss auf die Beanspruchung der Scheibe berücksichtigen zu können, sind bisher fehlende Grundlagen für den hier behandelten Anwendungsfall zu erforschen.
5. Es gelang, das analytische Verfahren in eine einfache Bemessungsgleichung zu überführen, bei deren Anwendung die maßgebenden Spannungen des Glasbauteils in Abhängigkeit der an der Einzelbohrung angreifenden Bemessungsbolzenlast, des Bohrungsdurchmessers und der Scheibendicke ermittelt werden können. Dabei ist zur Berechnung der am Einelloch angreifenden Bemessungsbolzenlast nach folgenden Schritten vorzugehen:
 - a. Durchführen der statischen Berechnung zur Ermittlung der am Gesamtanschluss angreifenden Schnittgrößen M , N , V .
 - b. Verteilung von M , N , und V auf die Einzelbolzen unter Berücksichtigung des polaren Trägheitsmoments I_p und der Längskraftverteilung über die Verbindungslänge (vgl. Punkt 6 dieses Abschnitts).

Anschließend ist die Bestimmung der weiteren Eingangsgrößen wie folgt vorzunehmen:

- c. Ermittlung der maßgebenden Breite b_m , die sich aus den Abständen der Lochbohrungen zum Rand sowie den Bohrlochabständen untereinander senkrecht zur Normalkraftrichtung ergibt, siehe Bild 9.2.
- d. Zusammenstellen der Beiwerte k_i zur Berücksichtigung von Fertigungs- und Entwurfparametern aus Tabelle 9.3 bis Tabelle 9.7 (vgl. Punkt 2 dieses Abschnitts).
- e. Berechnen des Beiwerts K_m zur Erfassung des Gleichgewichtssystems des Gesamtanschlusses gemäß Tabelle 9.8 oder Tabelle 9.9.

Bemessungsgleichung für SL-belastete Anschlüsse im konstruktiven Glasbau	
$\sigma_{\varphi, \max, d} = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot k_5 \cdot \left(1,2 + 2,2 \frac{K_m}{b_m} \right) \cdot \frac{P_d}{d_o \cdot t} \leq \sigma_{zul}$	
<p>Darin sind:</p> <p>P_d: Resultierende Bemessungslast an der maßgebenden Bohrung</p> <p>d_o: Bohrungsdurchmesser</p> <p>t: Glasdicke (einer Glasschicht bei VSG)</p> <p>k_i: Beiwerte zur Berücksichtigung von Fertigungs- und Entwurfparametern gemäß Tabelle 9.3 bis Tabelle 9.7</p> <p>b_m: maßgebende Breite in [d_o] gemäß Bild 9.2</p> <p>K_m: Beiwert zur Berücksichtigung des Gleichgewichtssystems des Anschlusses gemäß Tabelle 9.8 und Tabelle 9.9</p> <p>σ_{zul}: Bemessungswert der Festigkeit des Glasbauteils auf der sicheren Seite liegend $R_{d,4}$ gemäß (2.5) und (2.6) des Abschnitts 2.2.4, vgl. auch Punkt 8 dieses Abschnitts</p>	

Die erarbeitete Formel gilt für beliebige Bolzenanordnungen und Lagerungsbedingungen unter Berücksichtigung der im konstruktiven Glasbau üblichen Randbedingungen, wie z.B. Vermeidung von Stahl/Glas-Kontakt, Vermeidung von Zwängungen usw.

6. Bei der Ermittlung der maßgebenden Bemessungsbolzenlast ist die ungleichmäßige Schubkraftverteilung über die Verbindungslänge zu berücksichtigen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde auf einen analytischen Ansatz zurückgegriffen [23], bei dem unterstellt wird, dass

- die Querschnitte der gefügten Elemente konstant bleiben,
- die Fügebauteile sich über den gesamten Verbindungsbereich linear-elastisch verhalten,
- die Verbindungsmittel (Schrauben) sich linear-elastisch verhalten,
- keine Biegemomente in der Verbindung auftreten.

Anhand von beispielhaften Schubspannungsverläufen über die Verbindungslänge konnte gezeigt werden, dass einzelne Bolzen eine erheblich höhere Beanspruchung ertragen müssen, als sich aus einer über die Verbindungslänge gemittelten Größe ergeben würde. Bei der Ermittlung der Beanspruchung der Glasscheibe durch Lochleibungsdruck ist dieser ungleichmäßigen Schubkraftverteilung über die Verbindungslänge unbedingt Rechnung zu tragen, indem die am Gesamtanschluss angreifende Normalkraft unter Berücksichtigung eines Spannungserhöhungsfaktors $k_\tau(x)$ auf die Einzelbolzen verteilt wird.

$k_\tau(x)$ wird dabei entscheidend durch die folgenden Parameter beeinflusst:

- Verbindungslänge $l_{\bar{u}}$
- rechnerische Breite der Schubfuge b
- Federsteifigkeit c des Zusammenspiels Zwischenschicht/Bolzen
- Steifigkeitsverhältnis der gefügten Bauteile E_1A_1/E_2A_2
- Abstand e der Bolzen.

7. Um eine ausreichende Traglast der gesamten Konstruktion sicherzustellen, bedarf es ergänzend zum Nachweis der Glasbauteile der Bemessung des Vergussmörtels. Hierzu wurden theoretische Untersuchungen durchgeführt, durch die der Einfluss wichtiger Entwurfparameter bzw. Einflussfaktoren aus Montage- und Herstelltoleranzen auf die Beanspruchung des Zwischenmaterials erfasst werden konnte. Diese dienen als Grundlage zur Bemessung des Vergussmörtels in Abhängigkeit von Bolzenlast, Bohrungsdurchmesser und Scheibendicke. Dabei wird auf der Materialwiderstandsseite auf die im Rahmen weiterer Forschungs- und Untersuchungsarbeiten dargestellten Materialkennwerte zurückgegriffen.

$$\sigma_{Zw,min,d} = 2 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot f_{\sigma,min} \cdot \frac{P_d}{d_o \cdot t_{Zw}} \leq \frac{31N/mm^2}{\gamma_M}$$

Darin sind:

P_d : Resultierende Bemessungslast an der maßgebenden Bohrung

d_o : Bohrungsdurchmesser = $2a$

t_{Zw} : Dicke der Zwischenschicht (d.h. Gesamtdicke bei VSG)

a_1 : Beiwert zur Berücksichtigung der Spaltbreite b_{Spalt} (Bild 7.8)

a_2 : Beiwert zur Berücksichtigung von Schlupf Δs (Bild 7.21)

a_3 : Beiwert zur Berücksichtigung unsymmetrischer Druckverteilung über t_{Zw} (Bild 7.19)

$f_{\sigma,min}$: Minimaler Spannungsfaktor=0,82 für Hilti HIT[®]-HY 70

γ_M : Teilsicherheitsbeiwert

Zukünftige Untersuchungen müssen das Tragverhalten und die Versagenskriterien des Zwischenmaterials exakter erforschen. Insbesondere liegen bisher keine Zugfestigkeiten des hier untersuchten Materials vor, ebenso ist die Tragfähigkeit unter Querdehnungsbehinderung nicht vollständig erfasst. Weiterführende Erkenntnisse würden zu einer höheren Ausnutzung des Tragpotentials der Zwischenschicht und somit aufgrund einer größeren Traglast der Gesamtkonstruktion zu einer Steigerung der Wirtschaftlichkeit von Scher-Lochleibungsverbindungen führen.

8. Ergänzend zu den theoretischen Untersuchungen wurden zahlreiche Bauteilversuche unter statischen Lasten und unter Gebrauchslastzyklen durchgeführt. In Anlehnung an die rechnerischen Untersuchungen wurden Normalkraftanschlüsse und Querkraft-Momenten-Anschlüsse experimentell untersucht. Die Bruchbilder der Probekörper bestätigten im Allgemeinen die rechnerisch ermittelten Spannungsverläufe. Darüber hinaus konnte durch die Versuchsergebnisse die im Vergleich zur Plattenbeanspruchung geringere Tragfähigkeit bei Lochleibungsbelastung, wie in vorliegenden Forschungsarbeiten bereits herausgestellt wurde, bestätigt werden (Konzept der Teilsicherheitsbeiwerte):

$$R_{d,4} = 50 \frac{N}{mm^2} \text{ für ESG}$$

$$R_{d,4} = 39 \frac{N}{mm^2} \text{ für TVG}$$

Ergänzend wurden Teilsicherheitsbeiwerte γ_M^* für ESG und TVG nach dem semiprobabilistischen Verfahren nach DIN EN 1990 Anhang D ermittelt, indem die

Sicherheit des neuen Bemessungsmodells mit den experimentell ermittelten Tragfähigkeiten verglichen wurde. Es lassen sich damit folgende zulässige Spannungen für die beiden Glasprodukte ESG und TVG angeben (Konzept der Teilsicherheitsbeiwerte):

$$\sigma_{zul} = \frac{f_{ut}}{\gamma_M} = \frac{80}{1,3} = 61 \frac{N}{mm^2} \text{ für ESG}$$

$$\sigma_{zul} = \frac{f_{ut}}{\gamma_M} = \frac{70}{1,3} = 53 \frac{N}{mm^2} \text{ für TVG}$$

Literatur

- [1] Albrecht: Festschrift, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, Technische Universität München, 2001
- [2] Beyer, J.: Ein Beitrag zum Bemessungskonzept für punktgestützte Glastafeln, Technische Universität Darmstadt, 2007
- [3] Blank, K.: Dickenbemessung von vierseitig gelagerten rechteckigen Glasscheiben unter gleichförmiger Flächenlast, Bauingenieur 68, S. 489-497, 1993
- [4] Bucak, Ö.: Glas im konstruktiven Ingenieurbau, Stahlbau-Kalender, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1999
- [5] Bucak, Ö.: Gutachterliche Stellungnahme für die Verwendbarkeit von HILTI HIT®-HY 70 im Glasbau Rev.1, Fachhochschule München Fachbereich 02 Bauingenieurwesen/Stahlbau, 2009
- [6] Colomer Segura, C.: Untersuchungen zum Tragverhalten von Lochleibungsverbindungen im Konstruktiven Glasbau, Diplomarbeit am Lehrstuhl für Stahlbau und Leichtmetallbau, RWTH Aachen, 2007, unveröffentlicht
- [7] DAST-Forschungsbericht Nr. 2/03: Experimentelle und analytische Untersuchungen an neuartigen Stahl-Glas-Verbindungen im Hinblick auf die Normung, AIF-Forschungsvorhaben Nr. 12697/N, 2003
- [8] DAST-Forschungsbericht Nr. 2/07: Untersuchungen von Stahl-Glas-Verbindungen im Hinblick auf die Normung, AIF-Forschungsvorhaben Nr. 14197/N, 2007
- [9] Fachverband Konstruktiver Glasbau e.V Arbeitskreis Punktgestützte Gläser: Versuchsbericht zu Lochleibungsversuchen an gebohrten Glasscheiben, Lehrstuhl für Stahlbau und Leichtmetallbau, RWTH Aachen, 2006
- [10] Feldmann, M., Kasper, R., Pilsl, M.: Glass for Structural Applications - the development of the connection design, Challenging Glass Conference, Delft, 2008
- [11] Feldmann, M., Pilsl, M., Colomer Segura, C.: Tragfähigkeit von Lochleibungsverbindungen vorgespannter Glasscheiben zur Ausbildung von Anschlüssen im konstruktiven Glasbau, Stahlbau 77, Heft 1, 2008
- [12] Feldmann, M., Pilsl, M., Langosch, K.: Der neue Glashof des Jüdischen Museums Berlin – Eine innovative Structural Glazing-Fassade unter Erfüllung besonderer technischer Anforderungen“, Stahlbau 77, Heft 3., 2008
- [13] Feldmann, M., Kasper, R.: Berechnungskonzept für die Bemessung von punktförmig gelagerten Glasscheiben, Stahlbau 75, Heft 6, Seite 454-461, 2006
- [14] Fischer, L.: Bestimmung des 5%-Quantils im Zuge der Bauwerksprüfung, Bezugnahme auf DIN-Normen und Eurocodes, Bautechnik 72, Heft 11, 1995
- [15] Franke, L.: Gutachten, Erarbeitung eines Vorschlages für die zulässigen Druckspannungen für den Einsatz des HILTI Mörtelproduktes HY50, 15.03.1999

- [16] Girkmann, K.: Flächentragwerke Einführung in die Elastostatik der Scheiben, Platten, Schalen und Faltwerke, Springer-Verlag Wien - New York, Unveränderter Nachdruck 1974 , ISBN 3-211-80639-3
- [17] Gräf, H.: Untersuchungen zum Tragverhalten von Verbundsicherheitsglas bei linienförmiger und punktueller Lagerung, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, Technische Universität München, 2003
- [18] Haldimann, M., Luible, A., Overend, M.: Structural Use of Glass, Structural Engineering Documents 10, IABSE, 2008
- [19] Hilti Entwicklungsgesellschaft mbH – Deutschland: Begleitende Untersuchungen zur Anwendung von HIT[®]-HY 70 im konstruktiven Glasbau, 2007
- [20] Hilti Entwicklungsgesellschaft mbH – Deutschland: HIT[®]-HY 70 im Glasbau Verarbeitungsanweisung für Einzelpunkthalter, 2007
- [21] JRC Scientific and Technical Reports: Purpose and justification for new design standards regarding the use of glass products in civil engineering works, 2007
- [22] Kasper, R.: Tragverhalten von Glasträgern, Dissertation RWTH Aachen, 2005
- [23] Klein, B.: Leichtbaukonstruktion Berechnungsgrundlagen und Gestaltung, Vieweg Verlag, 2000
- [24] Kutterer, M., Görzig, R.: Glasfestigkeit im Bohrungsbereich, Universität Stuttgart, Institut für leichte Flächentragwerke, Prof. Dr.-Ing. W. Sobek, Forschungsbericht 1/97, 1997
- [25] Laufs, W.: Ein Bemessungskonzept zur Festigkeit thermisch vorgespannter Gläser, Dissertation RWTH Aachen, 2000
- [26] Laufs, W., Mohren, R.: Neuartige Stahl-Glas-Konstruktionen mit Tragwirkung in Scheibenebene, Bautechnik 78, Heft 10, 2001
- [27] Maniatis, I.: Numerical and Experimental Investigations on the Stress Distribution of Bolted Glass Connections under In-Plane Loads, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, Technische Universität München, 2006
- [28] Mathcad 2001 Professional ©1986-2000 MathSoft.Inc
- [29] Overend, M.: The Appraisal of Structural Glass Assemblies, PhD Theses, Department of Civil Engineering, University of Surrey, 2002
- [30] Panait, A.: Étude expérimentale et numérique des problèmes de contact unilatéral et de frottement sec dans les assemblages verriers, Cahier du CSTB, Cahier 3519, 2005
- [31] Petersen, Ch.: Stahlbau, Grundlagen und bauliche Ausbildung von Stahlbauten, Verlag Friedr. Vieweg&Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1988
- [32] Rehm, G., Franke, L., Zeus, K.: Kunstharzmörtel und Kunstharzbetone unter Kurzzeit- und Dauerstandsbelastung, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 309
- [33] Sackmann, V.: Untersuchungen zur Dauerhaftigkeit des Schubverbunds in Verbundsicherheitsglas mit unterschiedlichen Folien aus Polyvinylbutyral, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, Technische Universität München, 2008
- [34] Schneider, J.: Festigkeit und Bemessung punktgelagerter Gläser und stoßbeanspruchter Gläser, Technische Universität Darmstadt, Institut für Statik, Dissertation, 2001
- [35] Schuler, Ch.: Einfluss des Materialverhaltens von Polyvinylbutyral auf das Tragverhalten von Verbundsicherheitsglas in Abhängigkeit von Temperatur und Belastung, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, Technische Universität München, 2003

-
- [36] Schuler, Ch.: Bemessungskonzept für Lochleibungsverbindungen mit HILTI HIT® HY 70, Schuler Ingenieurbüro für Bautechnik, Karlsruhe, 2009
- [37] Sedlacek, G., Blank, K., Laufs, W., Güsgen, J.: Glas im konstruktiven Ingenieurbau, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1999
- [38] Sedlacek, G., Wellershoff, F., Kasper, R., Pils, M.: Basis of Design and Standard Codes for Glass Structures, Tagungsband ICMS 2006 Conference "Steel – A New and Traditional Material for Building" Poiana Brasov, Timisoara
- [39] Siebert, B.: Beitrag zur Berechnung punktgehaltener Gläser, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, Technische Universität München, 2004
- [40] Siebert, G.: Zum Einsatz von Glas als tragendes Bauteil im konstruktiven Ingenieurbau, Technische Universität München, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, 1999
- [41] Techen, H.: Fügetechnik für den konstruktiven Glasbau, Dissertation, Bericht Nr. 11 Technische Universität Darmstadt, Institut für Statik, ISSN 1433 – 78 35, 1997
- [42] Wellershoff, F.: Nutzung der Verglasung zur Aussteifung von Gebäudehüllen, Dissertation RWTH Aachen, 2006
- [43] Wellershoff, F.; Stief, U.: Lehrter Bahnhof Berlin - Zustimmung im Einzelfall der Glasanwendungen, Stahlbau 72, Heft 1, 2003
- [44] Wörner, J.-D.; Schneider, J.; Fink, A.: Glasbau-Grundlagen, Berechnung, Konstruktion, Springer-Verlag, Berlin, 2001

Normen und technische Regelungen

- [45] Background Documentation Eurocode No. 3 Design of Steel Structures Part 1 - General Rules and Rules for Buildings, Document 2.01, March 1989
- [46] E DIN 18008: Glas im Bauwesen - Bemessungs- und Konstruktionsregeln, Beuth Verlag, Berlin
- [47] DIN EN 1990:2002 Grundlagen der Tragwerksplanung, Beuth Verlag, Berlin, 2002
- [48] DIN 1055-1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1: Wichten und Flächenlasten von Baustoffen, Bauteilen und Lagerstoffen, Beuth Verlag, Berlin, 2002
- [49] DIN 1055-3: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 3: Eigen- und Nutzlasten für Hochbauten, Beuth Verlag, Berlin, 2006
- [50] DIN 1055-4: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 4: Windlasten, Beuth Verlag, Berlin, 2005
- [51] DIN 1259-1: Glas - Teil 1: Begriffe für Glasarten und Glasgruppen, 2001
- [52] DIN 1259-2: Glas - Teil 2: Begriffe für Glaserzeugnisse, 2001
- [53] DIN 18516-4 Außenwandbekleidungen, hinterlüftet – Teil 4: Einscheiben- Sicherheitsglas; Anforderungen, Bemessung, Prüfung, Beuth Verlag, Berlin, 1990
- [54] DIN 18800-1: Stahlbauten – Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Beuth Verlag, Berlin, 2008
- [55] DIN EN 572-1:2004: Glas im Bauwesen - Basiserzeugnisse aus Kalk-Natronsilicatglas - Teil 1: Definitionen und allgemeine physikalische und mechanische Eigenschaften, Beuth Verlag, Berlin, 2004

- [56] DIN EN 572-2:2004: Glas im Bauwesen - Basiserzeugnisse aus Kalk- Natronsilicatglas - Teil 2: Floatglas, Beuth Verlag, Berlin, 2004
- [57] DIN EN 1288-1:2000: Glas im Bauwesen - Bestimmung der Biegefestigkeit von Glas - Teil 1: Grundlagen, Beuth Verlag, Berlin, 2000
- [58] DIN EN 1863-1:2000: Glas im Bauwesen - Teilvorgespanntes Kalknatronglas - Teil 1: Definition und Beschreibung, Beuth Verlag, Berlin, 2000
- [59] DIN EN 12150-1:2000: Glas im Bauwesen - Thermisch vorgespanntes Kalknatron-Einscheibensicherheitsglas - Teil 1: Definition und Beschreibung, Beuth Verlag, Berlin, 2000
- [60] DIN EN 12603-1:2002: Glas im Bauwesen - Bestimmung der Biegefestigkeit von Glas – Teil 1: Schätzverfahren und Bestimmung der Vertrauensbereiche für Daten mit Weibull-Verteilung, Beuth Verlag, Berlin, 2002
- [61] Muster-Liste der Technischen Baubestimmungen, 2007
- [62] prEN 13474-3 Glass in building – Determination of the strength of glass panes – Part 3: General method of calculation and determination of strength of glass by testing, January 2007
- [63] Technische Regeln für die Verwendung von linienförmig gelagerten Verglasungen (TRLV), Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin, 2006
- [64] Technische Regeln für die Verwendung von absturzsichernden Verglasungen (TRAV), Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin, 2003
- [65] Technische Regeln für die Bemessung und Ausführung punktförmig gelagerter Verglasungen (TRPV), Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin, 2006
- [66] Zulassungsbescheid Nr. Z-21.3-399 des Deutschen Instituts für Bautechnik, Berlin, vom 18.07.2005 „Hilti –Injektionsanker System HIT“
- [67] Zulassungsbescheid Nr. Z-21.3-1131 des Deutschen Instituts für Bautechnik, Berlin, vom 06.09.2004 „Hilti –Dübelsystem HIT zur nachträglichen Verankerung von Vormauerschalen“
- [68] Zulassungsbescheid Nr. Z-21.3-1830 des Deutschen Instituts für Bautechnik, Berlin, vom 20.01.2009 „Hilti Injektionsanker System HIT-HY 70 zur Verankerung in Mauerwerk“

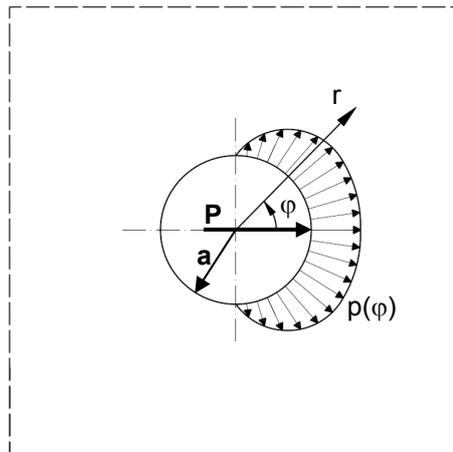
Anhänge

A 1 Analytische Lösung

A 1.1 Vektoren zur Berechnung des Lochleibungsdrucks

Tabelle A.1: Lochleibungsdruck aus FE-Berechnungen

φ [°]	$p(\varphi)$ [N/mm ²]
0	132,1
9	133,5
18	133,1
27	129,0
36	121,2
45	109,6
54	94,0
63	74,8
72	51,6
81	26,4
90	0
99	0
108	0
117	0
126	0
135	0
144	0
153	0
162	0
171	0
180	0



Vektoren der analytischen Lösung:

$$\vec{v} = \frac{a}{P} \cdot \vec{p} = \begin{pmatrix} 0,2067 \\ 0,3186 \\ 0,1205 \\ -0,0213 \\ -0,04142 \\ -2,897 \cdot 10^{-3} \\ 0,0133 \\ -1,2803 \cdot 10^{-3} \\ -0,0101 \\ -1,1617 \cdot 10^{-3} \\ 5,3247 \cdot 10^{-3} \\ -5,1306 \cdot 10^{-4} \\ -4,9489 \cdot 10^{-3} \\ -2,4882 \cdot 10^{-4} \\ 3,2952 \cdot 10^{-3} \\ -4,6166 \cdot 10^{-4} \\ -3,3931 \cdot 10^{-3} \\ 8,8627 \cdot 10^{-5} \\ 2,8391 \cdot 10^{-3} \\ -2,9374 \cdot 10^{-4} \\ -1,5346 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix} \text{ in [N/mm]} \quad \vec{p} = \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ \cdot \\ p_{n-1} \\ p_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 469,853 \\ 724,200 \\ 273,810 \\ -48,319 \\ -94,130 \\ -6,584 \\ 30,298 \\ -2,910 \\ -22,926 \\ -2,640 \\ 12,102 \\ -1,166 \\ -11,247 \\ -0,565 \\ 7,489 \\ -1,049 \\ -7,712 \\ 0,201 \\ 6,453 \\ -0,668 \\ -3,488 \end{pmatrix} \text{ in [-]}$$

A 2 Experimentelle Untersuchungen – Diagramme

A 2.1 Normalkraftbeanspruchte Scheiben, statisch

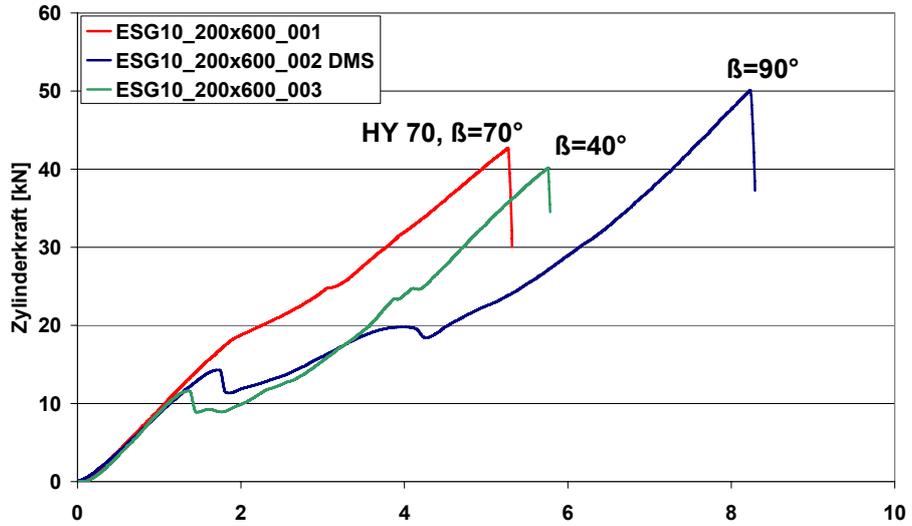


Bild A.1: Last-Verformungskurven „Zug“, Versuchsreihe ESG10_200x600

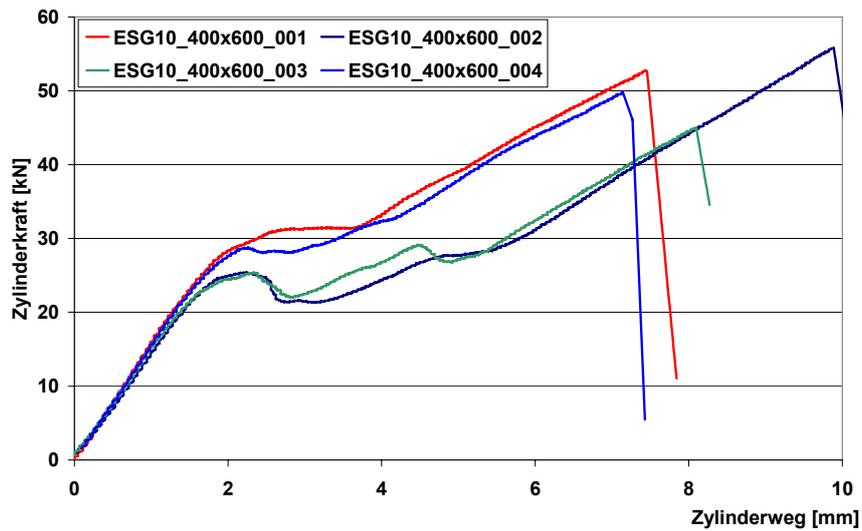


Bild A.2: Last-Verformungskurven „Zug“, Versuchsreihe ESG10_400x600

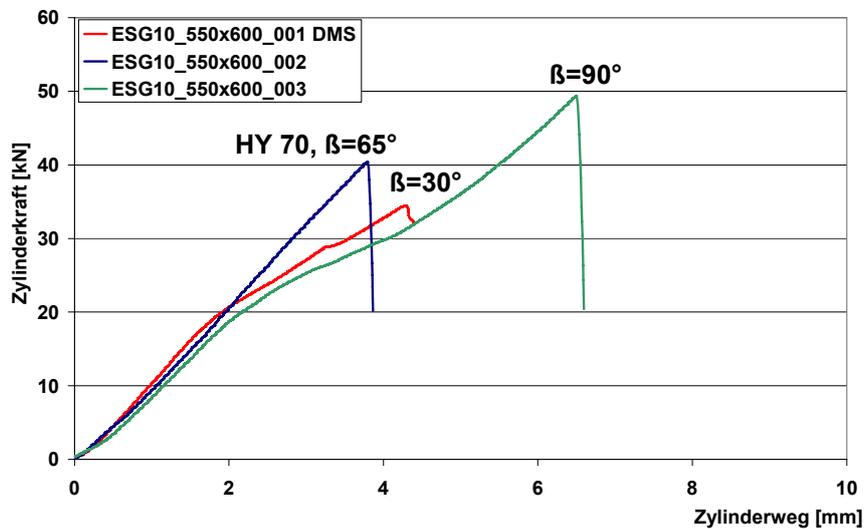


Bild A.3: Last-Verformungskurven „Zug“, Versuchsreihe ESG10_550x600

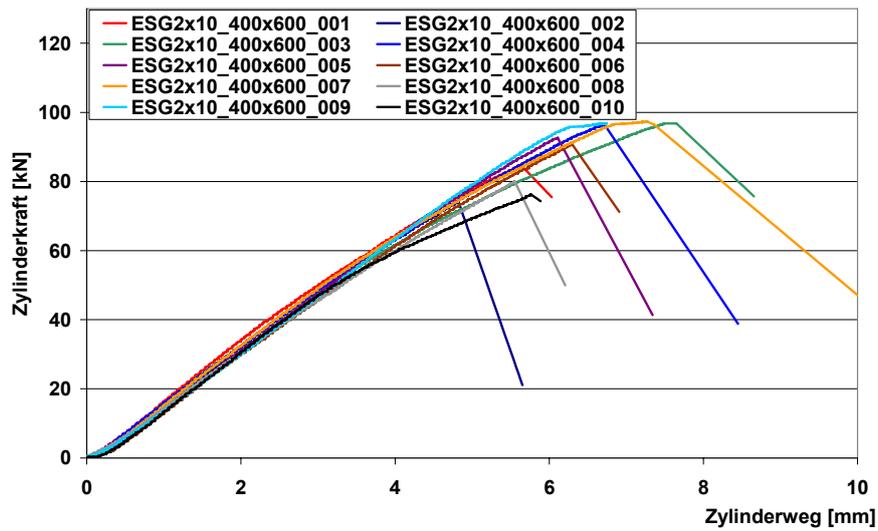


Bild A.4: Last-Verformungskurven „Zug“, Versuchsreihe ESG2x10_400x600

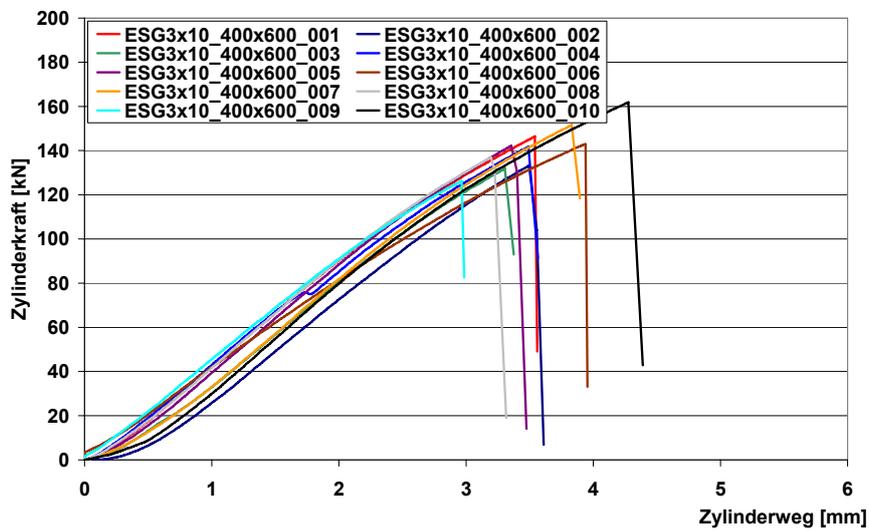


Bild A.5: Last-Verformungskurven „Zug“, Versuchsreihe ESG3x10_400x600

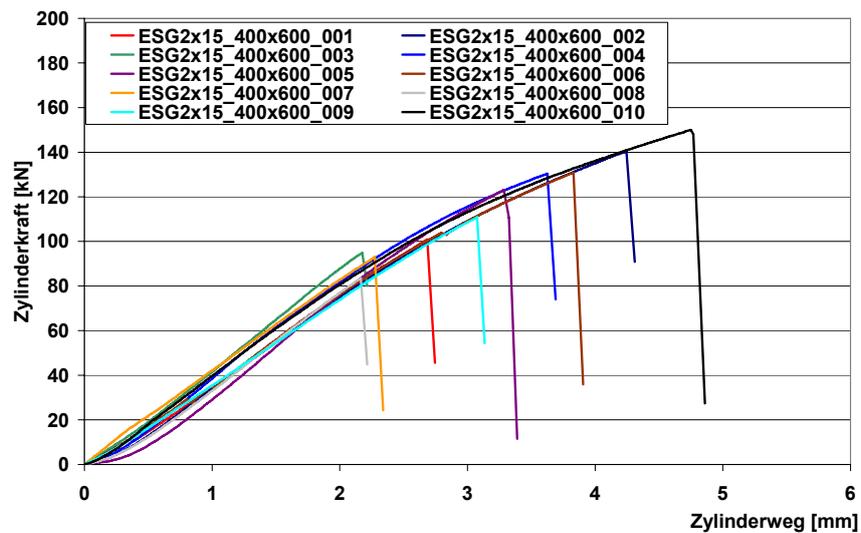


Bild A.6: Last-Verformungskurven „Zug“, Versuchsreihe ESG2x15_400x600

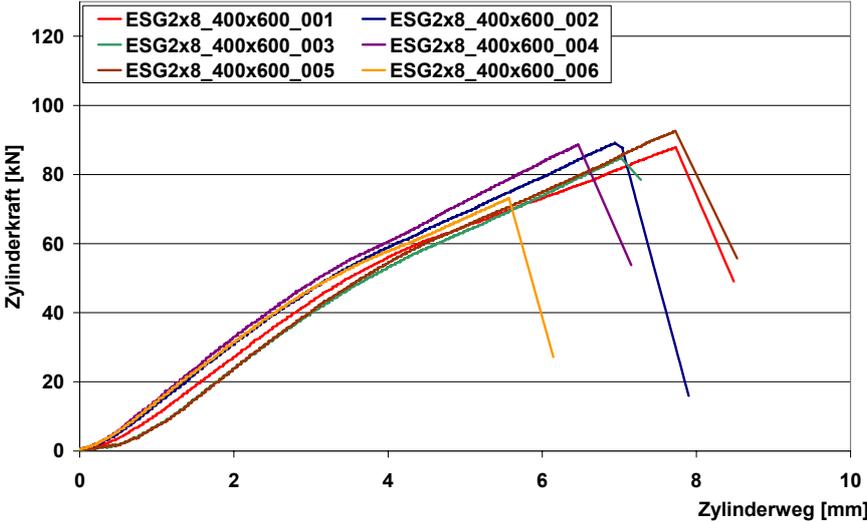


Bild A.7: Last-Verformungskurven „Zug“, Versuchsreihe ESG2x8_400x600

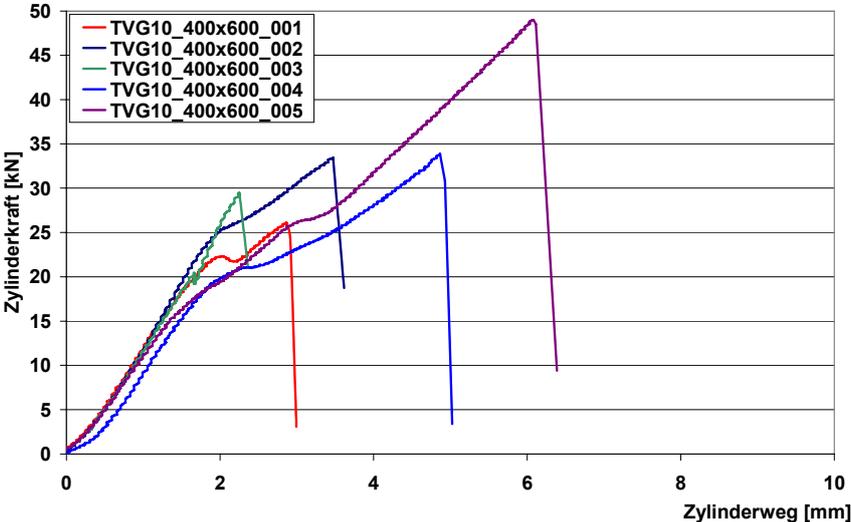


Bild A.8: Last-Verformungskurven „Zug“, Versuchsreihe TVG10_400x600

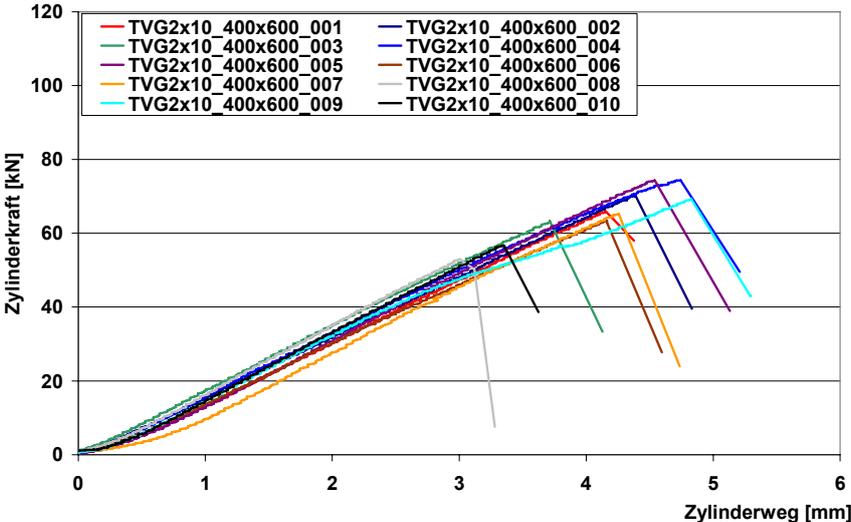


Bild A.9: Last-Verformungskurven „Zug“, Versuchsreihe TVG2x10_400x600

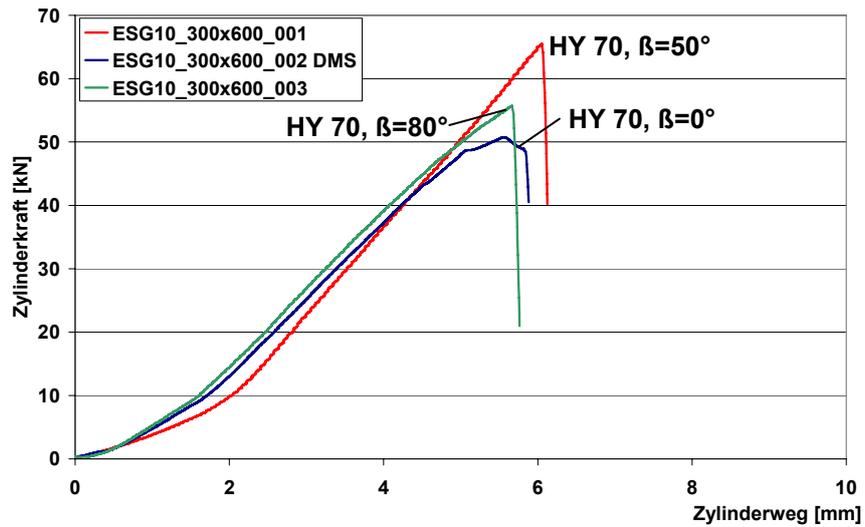


Bild A.10: Last-Verformungskurven „Druck“, Versuchsreihe ESG10_300x600

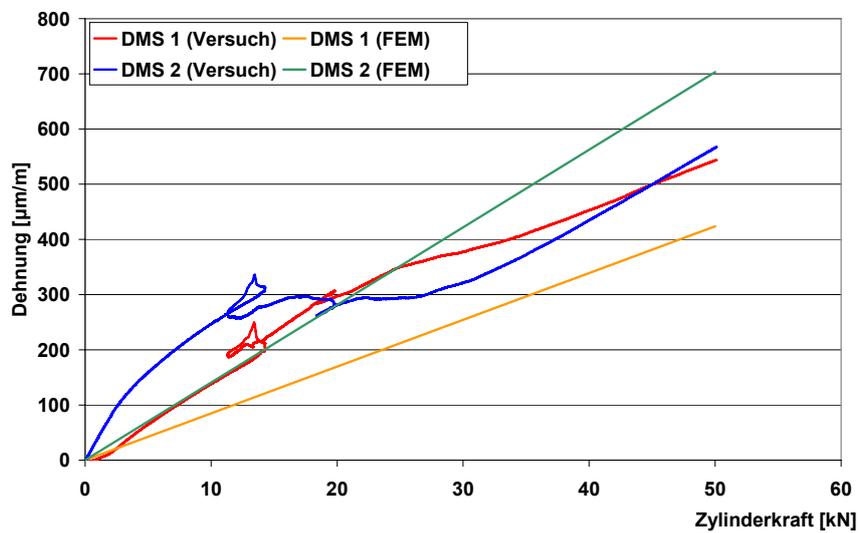


Bild A.11: Last-Dehnungskurven „Zug“, Versuchsreihe ESG10_200x600

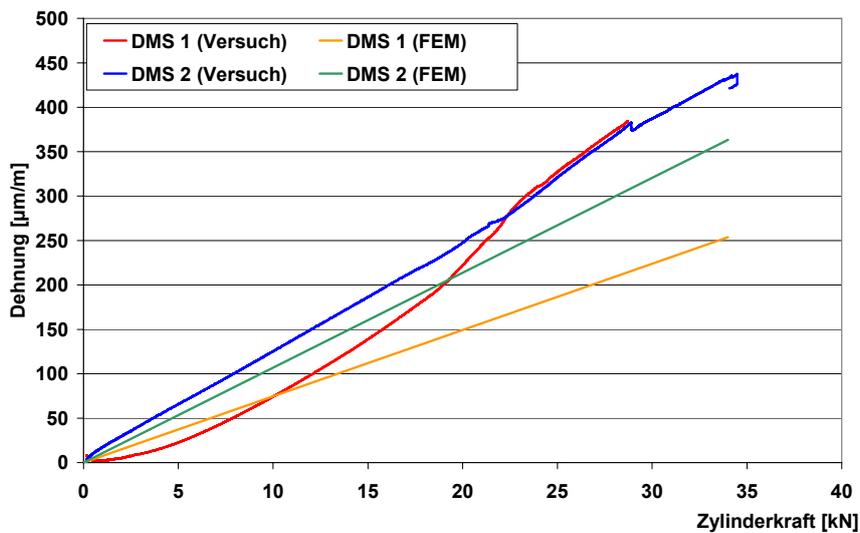


Bild A.12: Last-Dehnungskurven „Zug“, Versuchsreihe ESG10_550x600

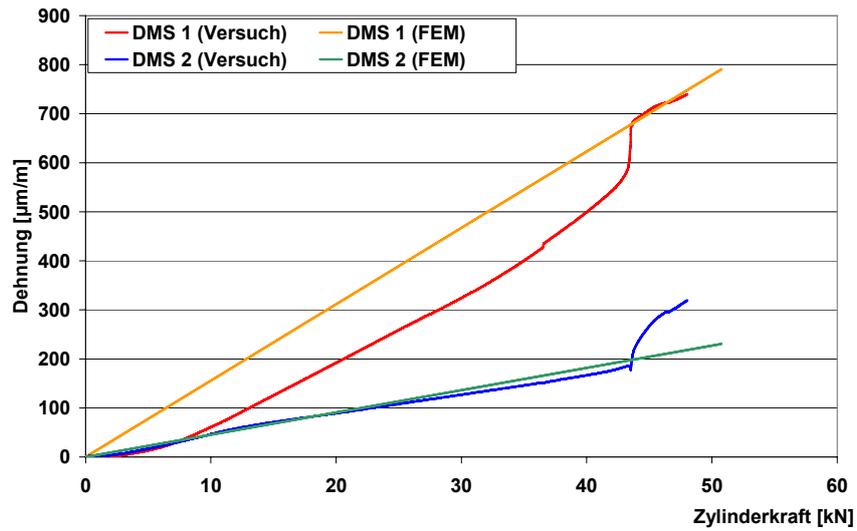


Bild A.13: Last-Dehnungskurven „Druck“, Versuchsreihe ESG10_300x600

A 2.2 Normalkraftbeanspruchte Scheiben unter Gebrauchslastzyklen

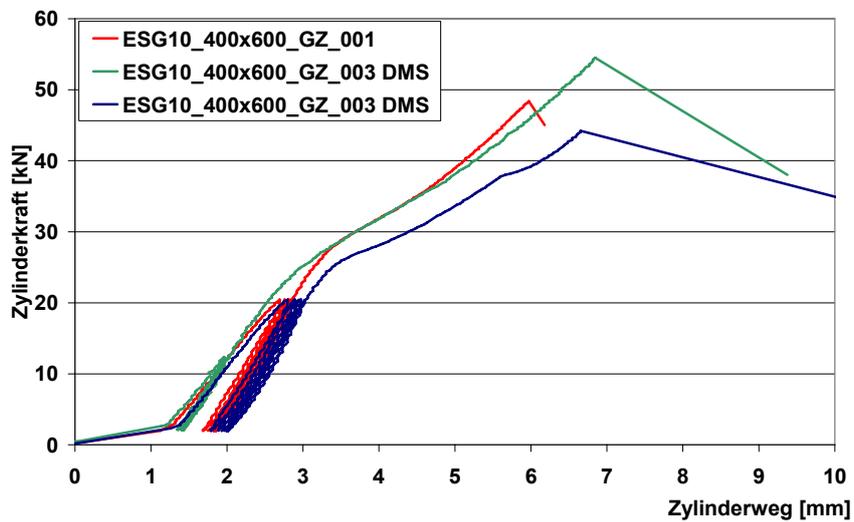


Bild A.14: Last-Verformungskurven, Versuchsreihe ESG10_400x600_GZ

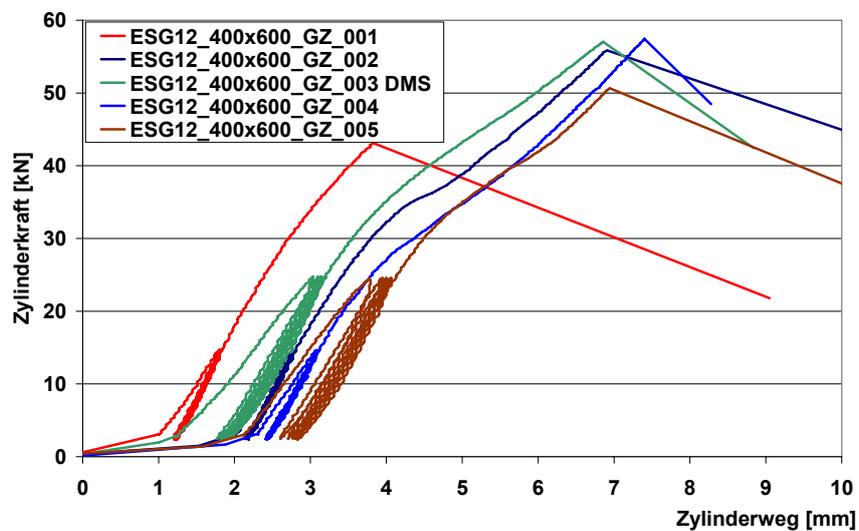


Bild A.15: Last-Verformungskurven, Versuchsreihe ESG12_400x600_GZ

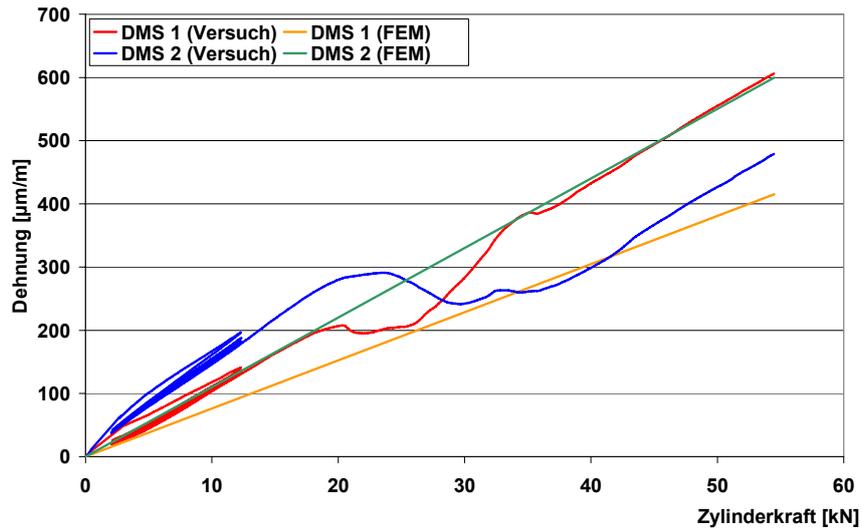


Bild A.16: Last-Dehnungskurven „Zug“, Versuchsreihe ESG10_400x600_GZ

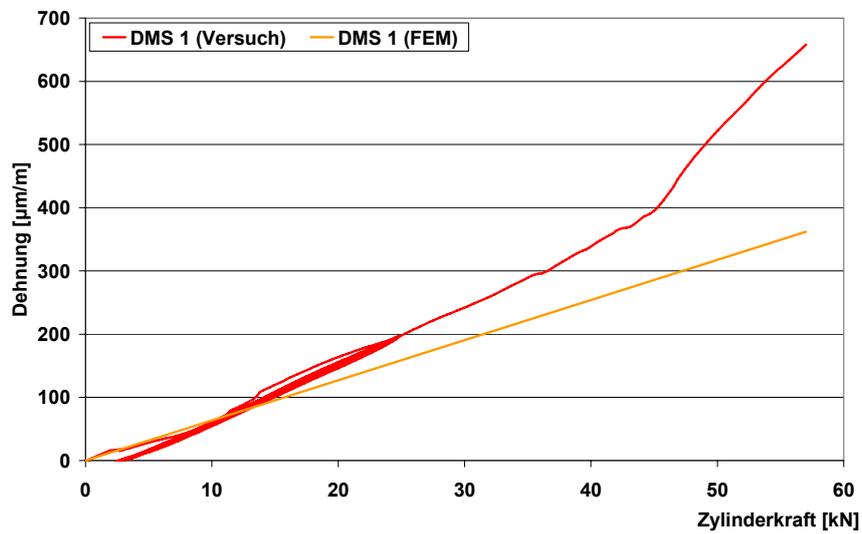


Bild A.17: Last-Dehnungskurven „Zug“, Versuchsreihe ESG10_400x600_GZ

A 2.3 Querkraft-Momentenanschluss, statisch

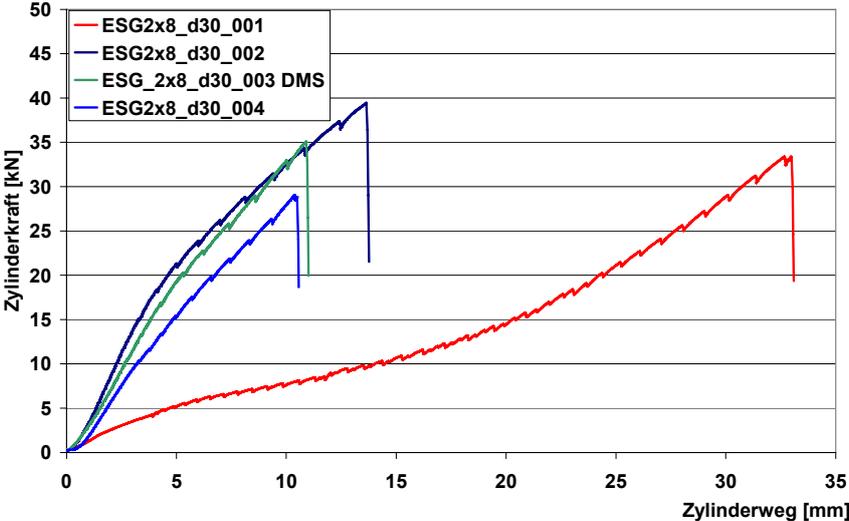


Bild A.18: Last-Verformungskurven Q-M-Anschluss, Versuchsreihe ESG2x8_d30

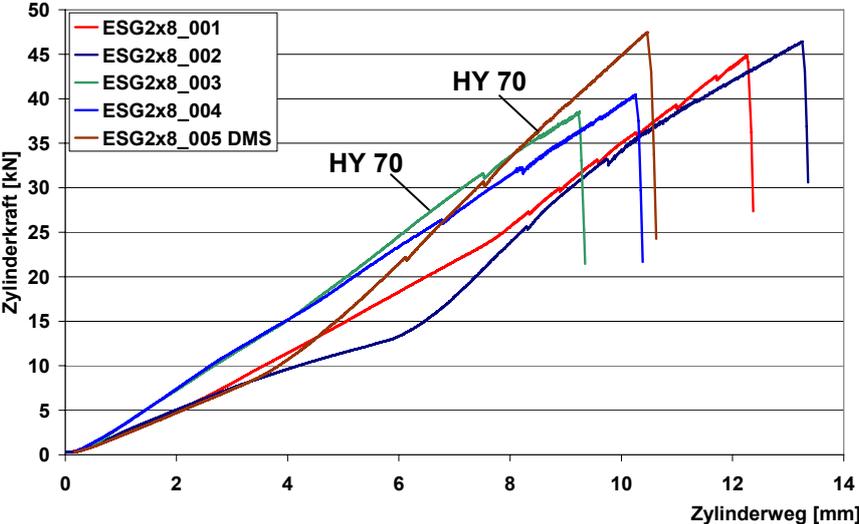


Bild A.19: Last-Verformungskurven Q-M-Anschluss, Versuchsreihe ESG2x8

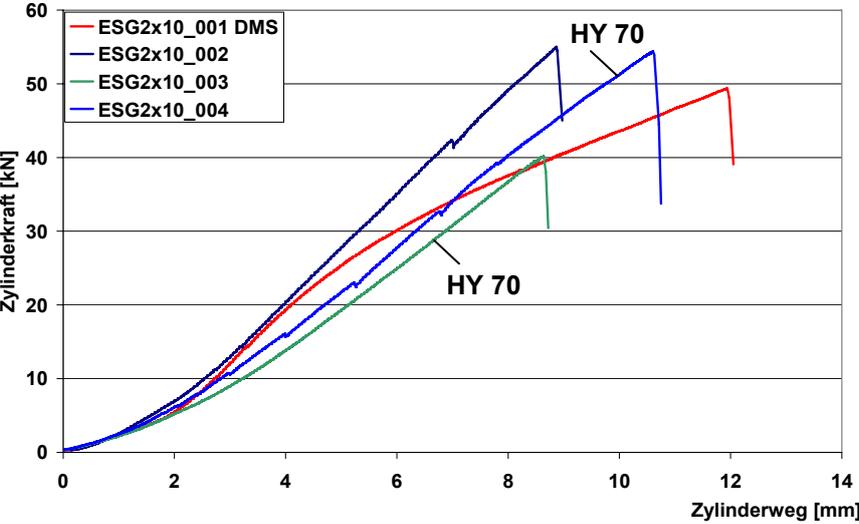


Bild A.20: Last-Verformungskurven Q-M-Anschluss, Versuchsreihe ESG2x10

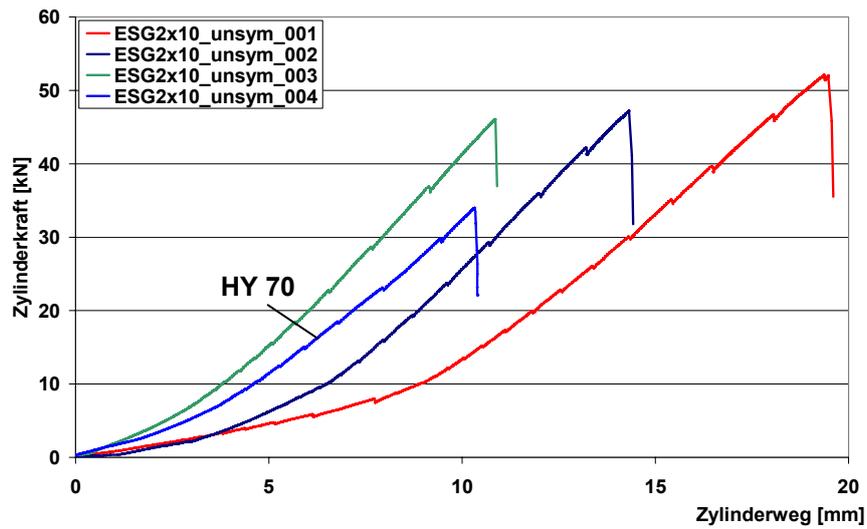


Bild A.21: Last-Verformungskurven Q-M-Anschluss, Versuchsreihe ESG2x10_unsym

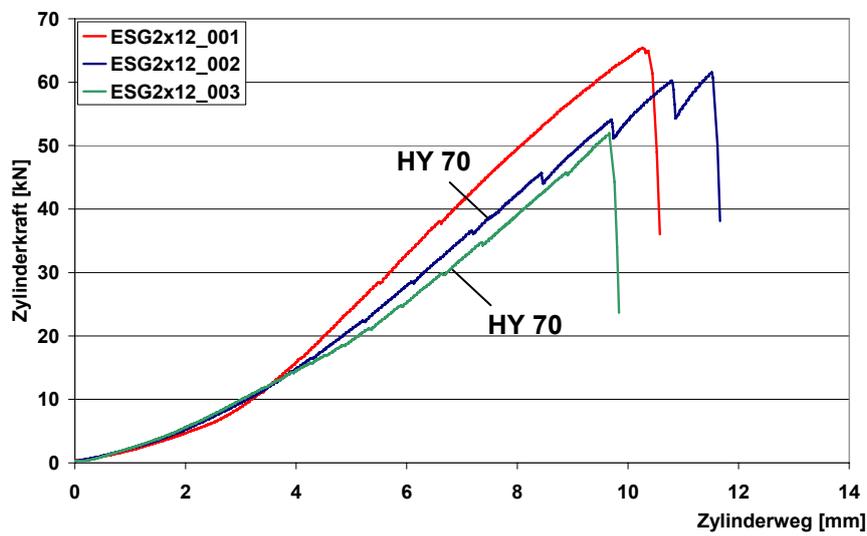


Bild A.22: Last-Verformungskurven Q-M-Anschluss, Versuchsreihe ESG2x12

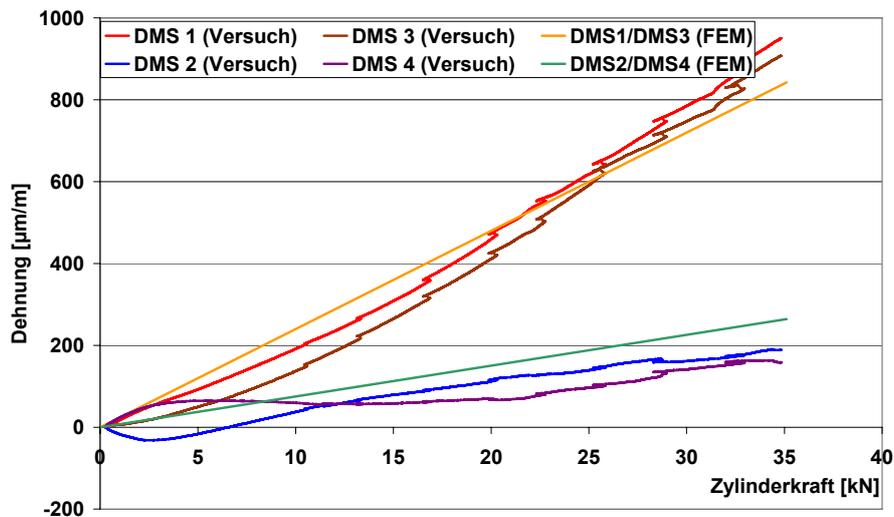


Bild A.23: Last-Dehnungskurven Q-M-Anschluss, Versuchsreihe ESG2x8_d30_003 DMS

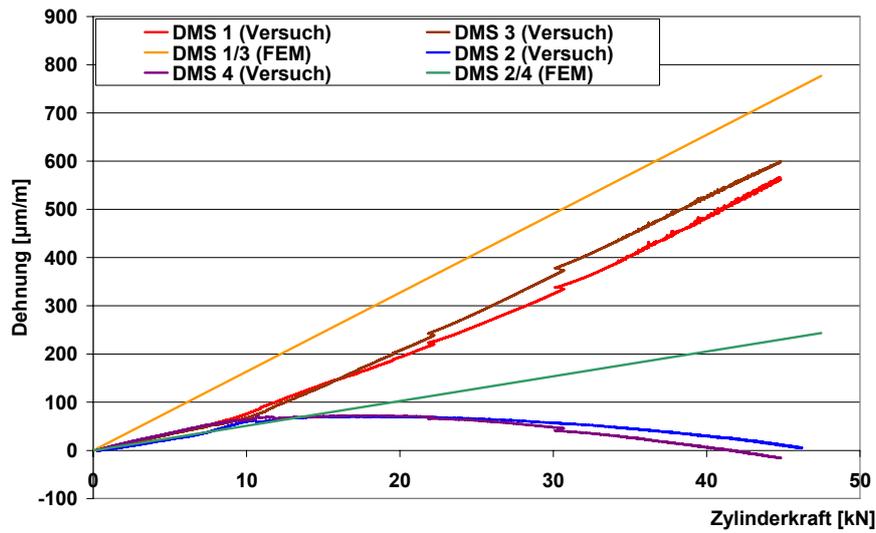


Bild A.24: Last-Dehnungskurven Q-M-Anschluss, Versuchsreihe ESG2x8_005 DMS

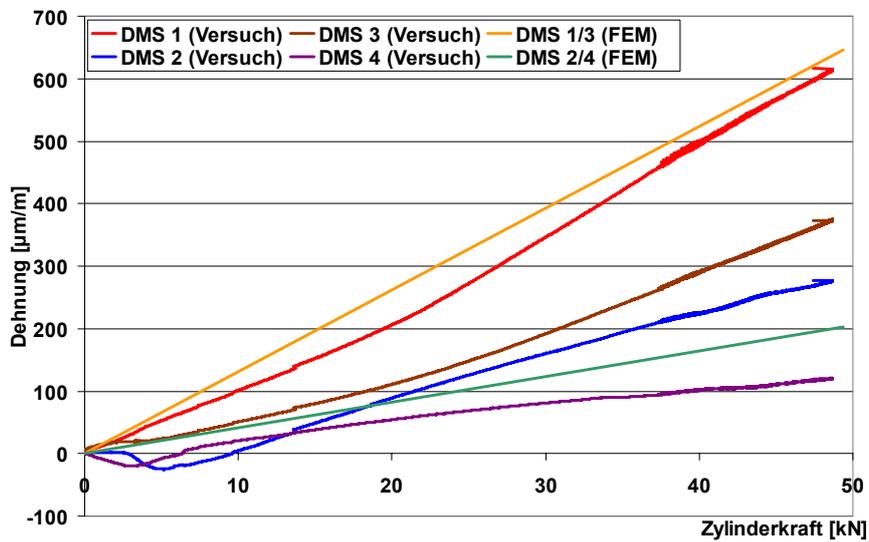


Bild A.25: Last-Dehnungskurven Q-M-Anschluss, Versuchsreihe ESG2x10_001 DMS

A 2.4 Querkraft-Momentenanschluss unter Gebrauchslastzyklen

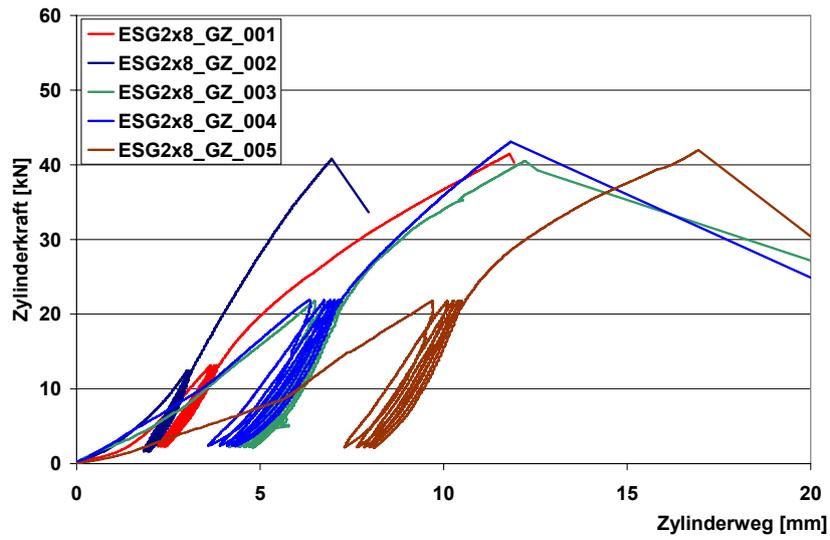


Bild A.26: Last-Verformungskurven, Versuchsreihe ESG2x8_GZ

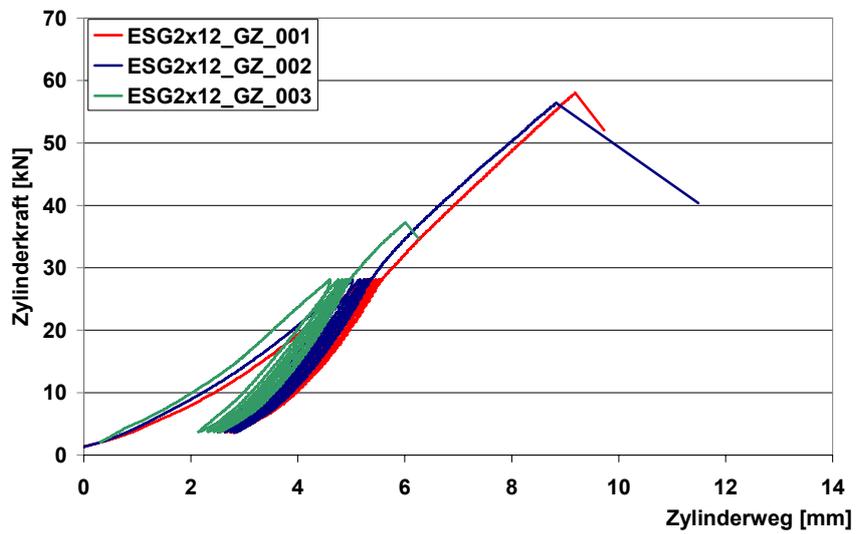
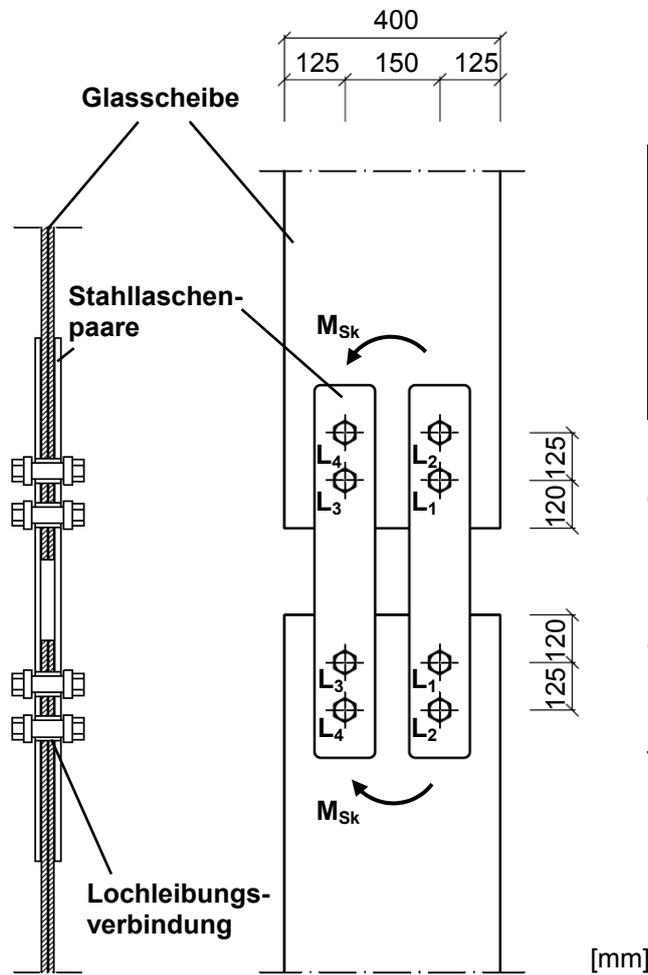


Bild A.27: Last-Verformungskurven, Versuchsreihe ESG2x12_GZ

A 3 Bemessungsbeispiele

A 3.1 Laschenstoß eines Glasschwertes im Querkraftnullpunkt



$d_o = 2a$	[mm]	30
d_{Bolzen}	[mm]	16
$t_{\text{Alu-Hülse}}$	[mm]	2
b_{Spalt}	[mm]	5
E_{Zw}	[N/mm ²]	3000
Zwischenschicht		HIT [®] HY 70
Glasprodukt		2-fach VSG aus ESG

Charakteristische Schnittgröße:
 $M_{\text{Sk}} = 2,3 \text{ kNm}$ (aus Windbelastung)

Gesucht:
 Erforderliche Gesamtglasdicke t_{ges}
 (nach dem Konzept der
 Teilsicherheitsbeiwerte)

Bild A.28: Stoß eines Glasschwertes, System

Tabelle A.1: Zusammenfassung der bemessungsrelevanten Parameter und Beiwerte

Geometrieparameter	Beiwerte
$d_o = 30 \text{ mm}$	
$b_m = \min \begin{cases} 2e_1 = 2 \cdot 120 = 240 \text{ mm} \\ 2e_2 = 2 \cdot 125 = 250 \text{ mm} \\ p_2 = 150 \text{ mm} \end{cases}$	$k_1 = 1,0$ (zentrische Lasteinleitung)
$\Leftrightarrow b_m = 150 \text{ mm} = 5d_o$	$k_2 = 1,0$ ($b_m \geq 5d_o$)
$K_1 = 1 \quad K_2 = 3$	$k_3 = 1,0$ ($e_1 \neq e_2$)
$K_3 = -1 \quad K_4 = -3$	$k_4 = 1,15$ ($p_1 = 4,2d_o$)
	$k_5 = 0,6$ (2-schichtiges VSG)

Bestimmung von P_d für L_1 und L_2 :

$$N_{Sk}=2,3kNm/0,15m=15,3kN$$

$$P_{1,Sk}=P_{2,Sk}=\frac{1}{2} \cdot 15,3kN=7,65kN$$

$$P_{1,Sd}=P_{2,Sd}=1,5 \cdot 7,65kN=11,5kN$$

Ermittlung der erforderlichen Glasdicke t:

Bemessungsgleichung aus Tabelle 9.2 wird zur Bestimmung von erforderlich t umgestellt:

$$\Leftrightarrow t_{erf} = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot k_5 \cdot \left(1,2 + 2,2 \cdot \frac{K_m}{b_m} \right) \cdot \frac{P_d}{d_o \cdot \sigma_{zul}} \quad (A.1)$$

mit :

$$\sigma_{zul} = R_{d,4} \text{ auf der sicheren Seite liegend gemäß Gleichung (2.5)}$$

Einsetzen der Parameter und Beiwerte gemäß Tabelle A.1:

$$t_{erf} = 1,15 \cdot 0,6 \cdot \left(1,2 + 2,2 \cdot \frac{3}{5} \right) \cdot \frac{11500N}{30mm \cdot 50N/mm^2} = 13,3mm \quad (A.2)$$

Ermittlung der erforderlichen Mörteldicke t:

Beanspruchung des Vergussmörtels gemäß Gleichung (7.8) wird zur Bestimmung von erforderlich t umgestellt:

$$\Leftrightarrow t_{Zw,erf} = 2 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot f_{\sigma, \min} \cdot \frac{P_d}{d_o \cdot \sigma_{RD, Zw}} \quad (A.3)$$

mit :

$$\sigma_{RD, Zw} = \frac{31}{1,1} = 28,2 \frac{N}{mm^2}, \text{ vgl. Gleichung (7.2), bei Unterstellung von } \gamma_M=1,1$$

$$a_1 = 1,12 \text{ (} b_{Spalt}/d_o=0,17 \text{)}$$

$$a_2 = 1,2 \text{ (} \Delta s/d_{Bolzen}=0,02 \text{)}$$

$$a_3 = 1,0 \text{ (} e_y=0 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow t_{Zw,erf} = 2 \cdot 1,12 \cdot 1,2 \cdot 0,82 \cdot \frac{11500N}{30mm \cdot 28,2N/mm^2} = 29,96mm \quad (A.4)$$

aus Gleichungen (A.2) und (A.4) gewählt:

\Rightarrow VSG aus 2x15mm ESG

Statischer Nachweis der Glasscheibe:

$$\sigma_{\varphi, \max, d} = 1,15 \cdot 0,6 \cdot \left(1,2 + 2,2 \frac{3}{5}\right) \frac{11500N}{30mm \cdot 15mm} = 44,44N/mm^2 \leq 50N/mm^2 \quad \checkmark \quad (A.5)$$

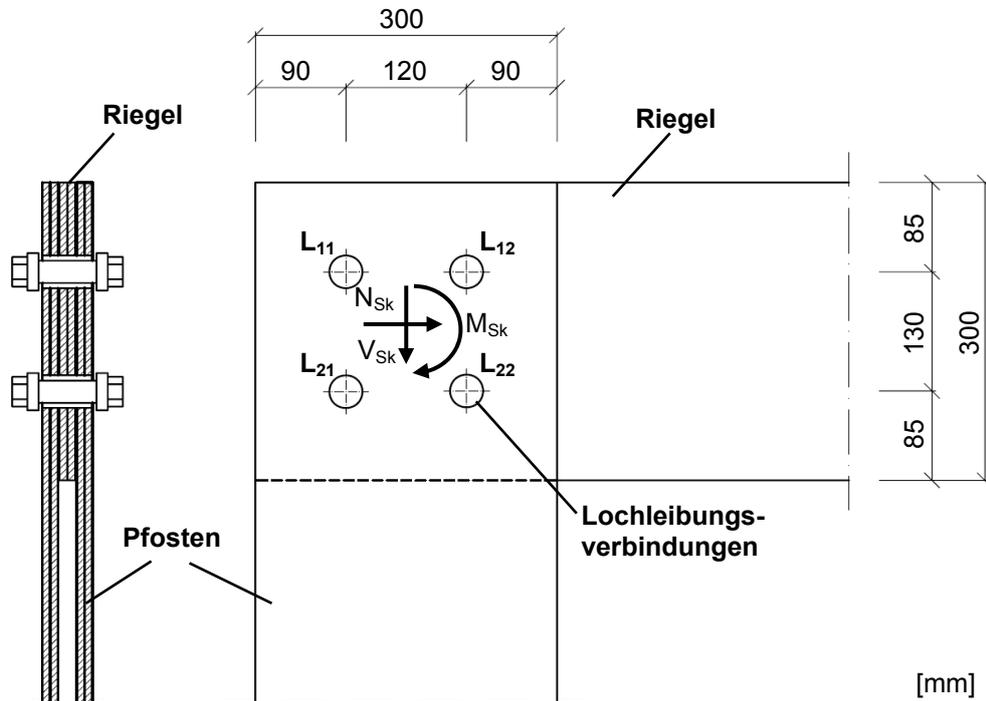
Statischer Nachweis des Vergussmörtels:

$$\sigma_{Zw, \min, d} = 2 \cdot 1,12 \cdot 1,2 \cdot 0,82 \cdot \frac{11500N}{30mm \cdot 30mm} = 28,16N/mm^2 \leq 28,2N/mm^2 \quad \checkmark \quad (A.6)$$

Bei der Ausführung ist auf folgendes zu achten:

- Der Versatz d darf maximal $0,5 \cdot b_{\text{Spalt}} = 2,5\text{mm}$ betragen.
- Die Alu-Hülse darf um maximal $0,4 \cdot b_{\text{Spalt}} = 2\text{mm}$ in beliebiger Richtung verschoben sein.
- Der Schlupf zwischen Bolzen und Alu-Hülse darf maximal $0,02 \cdot d_{\text{Bolzen}} = 0,3\text{mm}$ betragen.

A 3.2 Biegesteife Rahmenecke aus Glas



$d_o = 2a$	[mm]	40
d_{Bolzen}	[mm]	20
$t_{\text{Alu-Hülse}}$	[mm]	2
b_{Spalt}	[mm]	8
E_{Zw}	[N/mm ²]	3000
Zwischenschicht		HIT [®] HY 70
Glasprodukte (Riegel und Pfosten)		2-fach VSG aus ESG $t_{\text{Riegel}}=t_{\text{Pfosten}}$

Charakteristische Schnittgrößen:

$M_{\text{Sk}} = 1,8 \text{ kNm}$

$V_{\text{Sk}} = 5,4 \text{ kN}$

$N_{\text{Sk}} = -0,8 \text{ kN}$

Gesucht:

Erforderliche Gesamtglasdicke $t_{\text{Riegel}}=t_{\text{Pfosten}}$

(nach dem Konzept der Teilsicherheitsbeiwerte)

Bild A.29: Stoß eines Glasschwertes, Systemabmessung

Aufgrund der symmetrischen Ausbildung der biegesteifen Ecke und der Steifigkeit des Bolzens kann von einer nahezu symmetrischen Druckverteilung über die Scheibendicke der Pfosten ausgegangen werden, so dass der Riegel bemessungsrelevant ist.

Tabelle A.2: Zusammenfassung der bemessungsrelevanten Parameter und Beiwerte (Riegel)

Geometrieparameter	Beiwerte
$d_o = 40\text{mm}$	$k_1 = 1,0$ (zentrische Lasteinleitung)
$b_m = \min \begin{cases} 2e_1 = 2 \cdot 90 = 180\text{mm} \\ 2e_2 = 2 \cdot 85 = 170\text{mm} \\ p_2 = 130\text{mm} \end{cases}$	$k_2 = 1,1$ ($3 d_o \leq b_m \leq 5 d_o$)
$\Leftrightarrow b_m = 130\text{mm} = 3,25 d_o$	$k_3 = 1,0$ ($e_1 \neq e_2$)
	$k_4 = 1,23$ ($p_1 = 3 d_o$)
	$k_5 = 0,6$ (2-schichtiges VSG)

Bestimmung der Bolzenlasten $P_{m,Sk}$:

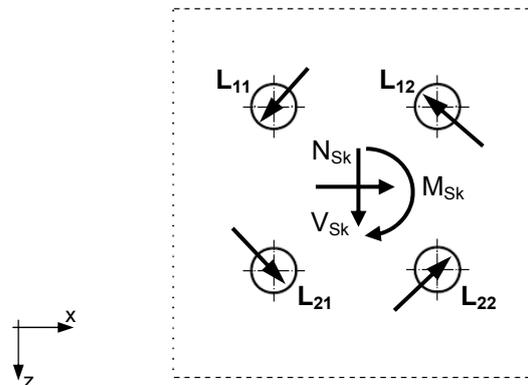


Bild A.30: Resultierende Bolzenlasten $P_{m,Sk}$, Prinzipdarstellung

Tabelle A.3: Berechnungswerte für Analytik gemäß Tabelle 9.8, L_{11} , L_{12} , L_{21} , L_{22}

	Einheit	L_{11}	L_{12}	L_{21}	L_{22}
$P_{x,m,Sk}$	[kN]	-3,54	-3,54	3,94	3,94
$P_{z,m,Sk}$	[kN]	2,10	-4,80	2,10	-4,80
$P_{m,Sk}$	[kN]	4,12	5,96	4,46	6,21
$\cos \alpha = \frac{P_{x,m}}{ P_m }$	[-]	-0,86	-0,59	0,88	0,64
$K_m = \cos \alpha - 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^m P_{x,i}}{ P_m }$	[-]	0,86	1,79	-0,89	-1,90

Ermittlung der erforderlichen Glasdicke t:

Bemessungsgleichung aus Tabelle 9.2 wird zur Bestimmung von erforderlich t umgestellt:

$$\Leftrightarrow t_{erf} = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot k_5 \cdot \left(1,2 + 2,2 \cdot \frac{K_m}{b_m} \right) \cdot \frac{P_d}{d_o \cdot \sigma_{zul}} \quad (\text{A.7})$$

mit :

$\sigma_{zul} = R_{d,4}$ auf der sicheren Seite liegend gemäß Gleichung (2.5)

Einsetzen der Parameter und Beiwerte gemäß Tabelle A.1:

$$t_{erf} = 1,1 \cdot 1,23 \cdot 0,6 \cdot \left(1,2 + 2,2 \cdot \frac{1,79}{3,25} \right) \cdot \frac{1,35 \cdot 5960 N}{40 mm \cdot 50 N / mm^2} = 7,9 mm \quad (\text{A.8})$$

Ermittlung der erforderlichen Mörteldicke t:

Beanspruchung des Vergussmörtels gemäß Gleichung (7.8) wird zur Bestimmung von erforderlich t umgestellt:

$$\Leftrightarrow t_{Zw,erf} = 2 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot f_{\sigma, \min} \cdot \frac{P_d}{d_o \cdot \sigma_{RD, Zw}} \quad (\text{A.9})$$

mit :

$$\sigma_{RD, Zw} = \frac{31}{1,1} = 28,2 \frac{N}{mm^2}, \text{ vgl. Gleichung (7.2), bei Unterstellung von } \gamma_M = 1,1$$

$$a_1 = 1,3 \text{ (} b_{Spalt}/d_o = 0,2 \text{)}$$

$$a_2 = 1,2 \text{ (} \Delta s/d_{Bolzen} = 0,02 \text{)}$$

$$a_3 = 1,0 \text{ (} e_y = 0 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow t_{Zw,erf} = 2 \cdot 1,3 \cdot 1,2 \cdot 0,82 \cdot \frac{1,35 \cdot 5960 N}{40 mm \cdot 28,2 N / mm^2} = 18,25 mm \quad (\text{A.10})$$

aus Gleichungen (A.8) und (A.10) gewählt:

⇒ VSG aus 2x10mm ESG

Statischer Nachweis der Glasscheibe:

$$\sigma_{\varphi, \max, d} = 1,1 \cdot 1,23 \cdot 0,6 \cdot \left(1,2 + 2,2 \cdot \frac{1,79}{3,25} \right) \cdot \frac{1,35 \cdot 5960 N}{40 mm \cdot 10 mm} = 39,4 N / mm^2 \leq 50 N / mm^2 \quad (\text{A.11})$$

√

Statischer Nachweis des Vergussmörtels:

$$\sigma_{Zw, \min, d} = 2 \cdot 1,3 \cdot 1,2 \cdot 0,82 \cdot \frac{1,35 \cdot 5960 N}{40 mm \cdot 20 mm} = 25,7 N / mm^2 \leq 28,2 N / mm^2 \quad (\text{A.12})$$

√

Bei der Ausführung ist auf folgendes zu achten:

- Der Versatz d darf maximal $0,5 \cdot b_{Spalt} = 4 mm$ betragen.
- Verschiebung der Alu-Hülse maximal $0,4 b_{Spalt} = 3,2 mm$ in beliebiger Richtung
- Schlupf zwischen Bolzen und Alu-Hülse beträgt maximal $0,02 \cdot d_{Bolzen} = 0,4 mm$.