

Bruchmechanischer Ansatz zur Tragfähigkeitsanalyse von Stahlfaserbeton

Lars Kützing, Mainz

Aus den spezifischen Festbetoneigenschaften von Stahlfaserbeton wird ein Entfestigungsmodell des Materials hergeleitet, mit dessen Hilfe sich bruchmechanische Kenngrößen, wie die Bruchenergie G_f oder die charakteristische Länge ℓ_{ch} , berechnen lassen. Der vorgestellte Berechnungsvorschlag ermöglicht eine realistische rechnerische Abschätzung der Faserwirkungen. Anhand des Berechnungsvorschlages von Hillerborg für die Schubtragfähigkeit von Beton wird die Anwendbarkeit auf Stahlfaserbeton prinzipiell aufgezeigt.

Load capacity of Steel Fibre Reinforced Concrete – A Fracture mechanic approach.

On the basis of the specific material properties of steel fibre reinforced concrete a corresponding softening law has been derived. It may be used for obtaining fracture mechanics material properties, such as fracture energy and characteristic length. The approach proposed here allows a realistic prediction of the fibre effects. The applicability of Hillerborgs proposal for the determination of the concrete shear capacity to steel fibre reinforced concrete is shown in principle.

1 Einführung

In den vergangenen Jahren hat sich in Deutschland der Einsatz von Fasern, insbesondere von Stahlfasern, im Betonbau merklich verstärkt. In zahlreichen Forschungsvorhaben wurde die Wirksamkeit der Fasern im Beton unter unterschiedlichen Belastungssituationen und Randbedingungen getestet. Auch technologische Aspekte, beispielsweise bei der Anwendung für hochfesten Beton oder Spritzbeton, wurden weiterentwickelt. Das Verbundverhalten der Faser in der Betonmatrix ist mittlerweile sehr eingehend erforscht und rechnerisch beschrieben. Bauteilversuche zielen meist auf sehr spezielle Einsatzgebiete ab, wobei die Ergebnisse häufig für Zulassungen im Einzelfall verwendet und theoretisch in sehr anwendungsspezifischen Regeln verarbeitet wurden. Ein durchgängiges Berechnungsverfahren zur Bemessung von Stahlfaserbeton fehlt. Mit den Empfehlungen des Deutschen Beton- und Bautechnik-Vereins E.V. (DBV) erfolgte ein wichtiger Schritt zur Erstellung eines solchen Konzeptes. Die neueste Version der entsprechenden Merkblätter enthält mittlerweile auch Berechnungsverfahren zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit [1].

Dem in der Praxis tätigen Ingenieur wird das Bemessen von Stahlfaserbeton durch zwei Tatsachen erschwert. Zum einen sind die bisherigen Empfehlungen zur Bemessung völlig unabhängig und im Verfahren losgelöst von den gängigen Verfahren des Stahlbetonbaues (DIN 1045). Dies wird momentan durch einen Unterausschuß des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton korrigiert, der an einer Richtlinie zur Bemessung von Stahlfaserbeton arbeitet, die als Ergänzung zur dann gültigen DIN 1045-1 dienen wird.

Auch sind die für die Bemessung notwendigen Eingangsgrößen nicht nur abhängig von der Stahlfaserdosierung, sondern auch ganz besonders von der Fasergüte und

-geometrie. Auch dieses bisherige Hemmnis wird durch die Definition sogenannter Leistungsklassen zukünftig ausgeräumt werden.

Der vorliegende Aufsatz befaßt sich weniger mit diesen neuesten Bemessungsempfehlungen. Statt dessen werden grundlegende Überlegungen zur Wirksamkeit von Stahlfaserbeton vorgestellt und daraus abgeleitet einige vereinfachende und auf bruchmechanischen Ansätzen basierende Berechnungsverfahren vorgestellt.

2 Materialeigenschaften

2.1 Geschichtliches

Das Prinzip der Materialverstärkungen durch faserartige Beimischungen ist aus dem Altertum bekannt. In [2] wird von den ältesten bisher entdeckten Siedlungen aus dem mesopotamischen/iranischen Grenzgebiet berichtet. Die Behausungen, die etwa 5000 v. Chr. errichtet wurden, bestanden aus Lehm, dem Häcksel und Pflanzenfasern zugefügt waren. Diese Beimischungen sollten offensichtlich verhindern, daß der ausgetrocknete Lehm unter Krafteinwirkung bricht und damit versagt. Maidl hat in [3] die historische Entwicklung des Werkstoffs beschrieben. Als Beginn der modernen Entwicklung des Baustoffs Stahlfaserbeton gilt das Patent von Berard (Kalifornien) aus dem Jahre 1874. Damit liegt die Geburtsstunde dieses Werkstoffes etwa im gleichen Zeitraum wie die des Stahlbetons (Monier – 1867). Daß die beiden Werkstoffe sich dennoch in ihrer Erforschung so unterschiedlich entwickelten und der Stahlfaserbeton lange gänzlich bedeutungslos blieb, hat unterschiedliche Gründe. Eine Ursache liegt in der Fehlannahme, Stahlfasern könnten herkömmliche Stahlbewehrungen gänzlich ersetzen. Weiterhin bereitete die stochastische Orien-

tierung der Fasern im Beton erhebliche Schwierigkeiten, rechnerisch die Tragfähigkeit des Materials zu prognostizieren. Die Entwicklung erster schlüssiger Bemessungskonzepte gelang erst spät.

Die derzeitigen marktüblichen Stahlfasern lassen sich in bezug auf ihr Herstellungsverfahren prinzipiell in drei Arten einordnen (Drahtfasern, Spanfasern, Blechfasern) [4].

2.2 Frischbetoneigenschaften

Bei der Herstellung, Verarbeitung und Überwachung von Stahlfaserbeton sind die gängigen Merkblätter des DBV zu beachten. Generell gilt, daß die Verarbeitbarkeit des Frischbetons sehr stark von der verwendeten Faser und ihrer Geometrie abhängt. Als charakterisierender Parameter hat sich das Verhältnis der Faserlänge ℓ_F zum Durchmesser d_F etabliert. Mit steigenden ℓ_F zu d_F -Verhältnissen vergrößert sich zwar die Effektivität der Faser, die Verarbeitbarkeit des Frischbetons wird jedoch erschwert. Ein günstiger Kompromiß liegt hier bei ℓ_F zu d_F -Werten zwischen 60 und 100. Die meisten marktüblichen Fasertypen gruppieren sich mit ihren Abmessungen am unteren Rand dieser Bandbreite bei einem Wert von 60, d. h. zugunsten der Verarbeitbarkeit.

Marktübliche Fasertypen liegen wegen der Verarbeitbarkeit bei ℓ_F zu d_F -Werten von 60.

Bei konstantem ℓ_F zu d_F -Verhältnis spielt weiterhin die geometrische Ausbildung der Faser eine nicht zu vernachlässigende Rolle. Generell gilt, daß bei gleichem Durchmesser sich die Verarbeitbarkeit mit steigender Anzahl an Richtungsänderungen entlang der Längsachse verschlechtert. Eine gerade, glatte Faser kann demzufolge besser eingemischt werden, als eine mit Endabkröpfungen, die wiederum leichter zu verarbeiten ist als gewellte Fasern.

Einige Hersteller bieten Fasern auch als wasserlöslich verklebte Bündel an, um das ℓ_F/d_F -Verhältnis günstig zu gestalten und die Verarbeitbarkeit zu verbessern. Bei der Herstellung eigener Versuchskörper an der Materialforschungs- und Prüfanstalt Leipzig (MFPA) konnte dieses für normalfesten Beton bestätigt werden. Bei der Mischung hochfester Betone kam es jedoch zu Schwierigkeiten, da die aus technologischen Gründen reduzierten Wassermengen offensichtlich nicht ausreichten, um die Verklebung der Faserbündel befriedigend zu lösen. Hier ist unbedingt vorab die Interaktion zwischen den verwendeten Betonkomponenten (w/z-Wert, Fließmittel) und der Art der Verklebung mit dem Faserhersteller abzustimmen.

2.3 Festbetoneigenschaften

Die Festbetoneigenschaften von Stahlfaserbeton lassen sich aus den Materialeigenschaften der Stahlfasern und des Betons sehr gut ableiten. Aufgrund der sehr unterschiedlichen Bruchdehnungen kommt es immer zu einem Versagen der Zementsteinmatrix und damit zu einem Über-

gang des Stahlfaserbetons vom ungerissenen Zustand I zum gerissenen Zustand II.

Im ungerissenen Zustand sind die Fasern Teil eines innerlich hochgradig statisch unbestimmten Systems und beteiligen sich demnach am Lastantrag im Verhältnis ihrer Dehnsteifigkeiten $E_f \times A_f$ zur Gesamtdehnsteifigkeit des Materials, die durch $E_b \times A_b$ des Betons näherungsweise gut beschrieben wird. Aufgrund der kleinen Flächenanteile, der geringen Zugabehalte und der zufälligen Orientierung sind die den Fasern zugewiesenen Lastanteile jedoch nur gering.

Der Elastizitätsmodul, der aus dem Sekantenmodul eines Prüflintervalls im mittleren Drittel der Druckfestigkeit ermittelt wird, verändert sich bei praxisüblichen Faserdosierungen nur unwesentlich. Gleiches gilt auch für die Querdehnzahl. Die frühzeitige Vernähung auftretender Mikrorisse in Querrichtung beeinflusst dahingehend die Druckfestigkeit positiv. Da durch das Beimischen von Fasern auch das Porenvolumen des Betons vergrößert wird, mindert sich dieser Festigkeitsgewinn jedoch wieder ab. Unter baupraktischen Bedingungen kann davon ausgegangen werden, daß sich die Wirkung dieser beiden gegenläufigen Effekte näherungsweise aufhebt, so daß auch hier von keiner nennenswerten Beeinflussung der Festigkeit ausgegangen werden kann.

Gleiches gilt hier auch für die Festigkeit unter Zugbeanspruchungen, wobei nach Auftreten der Risse die über die Rißufer übertragbaren Spannungen deutlich über denen des unbewehrten Betons liegen. Die Stahlfasern wirken hier offensichtlich als eine Art „Mikrobewehrung“, die die entstehenden Rißufer vernäht und den Spannungsabfall signifikant abbremst.

Bei der Berechnung der Tragfähigkeit stahlfaserverstärkter Betone kommt deshalb dem gerissenen Zustand II eine besondere Bedeutung zu. Wie aus vorstehendem deutlich wird, können durch die Zugabe von Fasern die Festbetoneigenschaften mit Ausnahme des sogenannten Entfestigungsverhaltens (Spannungsübertragung über entstehende Rißufer) nicht beeinflusst werden. Etwasige Bemessungskonzepte für das neue Material müssen deshalb auf einer rechnerischen Beschreibung dieses Entfestigungsverhaltens basieren.

Der Übergang von der Ebene der Werkstoffbeschreibung zur Bauteilbemessung (σ - ϵ -Diagramm), die sinnvoller Weise ebenfalls in Anlehnung an DIN 1045 geregelt sein muß, wird in der Richtlinie des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [5] geregelt sein.

3 Berechnung der Bruchenergie

3.1 Allgemeines

Die Erhöhung der rißübertragenden Spannungen führt zu einer Verbesserung der Arbeitsfähigkeit des Materials. In den Empfehlungen des DBV wird diese Arbeitsfähigkeit experimentell an Biegezugversuchen ermittelt und für die Berechnung in einer sogenannten äquivalenten Biegezugfestigkeit erfaßt. Im Gegensatz hierzu werden hier zur Beschreibung der Duktilität des Materials bruchmecha-

nische Kenngrößen, wie die Bruchenergie G_f bzw. die charakteristische Länge ℓ_{ch} , verwendet.

Grundlage für die Herleitung dieser Kenngrößen ist die Entwicklung einer Spannungs-Rißöffnungsbeziehung (σ - w) für Stahlfaserbeton. Dabei müssen sowohl die Tragfähigkeiten der den Riß kreuzenden Stahlfasern, als auch die Eigenanteile des Betons beschrieben werden. Die in Abschnitt 2 beschriebenen Festbetoneigenschaften von Stahlfaserbeton müssen ebenso Berücksichtigung finden, wie ein stetiger Übergang der σ - w -Beziehung vom faserfreien Nullbeton zum Faserbeton mit beliebigen Dosierungen.

Voraussetzungen der nachfolgenden Herleitung sind, daß das Verhalten des Stahlfaserbetons im ungerissenen Zustand I dem eines faserfreien Betons gleicht. Nach Überschreiten der Zugfestigkeit f_{ct} und Ausbildung eines Risses wird dieser dann durch kreuzende Stahlfasern vernäht. Es kommt zu einer Einleitung von Zugkräften in die Faser, die den Spannungsabfall deutlich abbremsen. Die σ - w -Beziehung setzt sich demnach additiv aus den Tragfähigkeitsanteilen des faserfreien Betons und denen der rißkreuzenden Stahlfaser zusammen. Aus der Integration dieses Entfestigungsverhaltens kann dann die spezifische Rißflächenenergie G_f bzw. die charakteristische Länge ermittelt werden, die als Grundlage für weitere Tragfähigkeitsanalysen dient.

3.2 Betonanteile

Die Bruchenergie G_{fc} sowie das Entfestigungsverhalten von Beton lassen sich gut durch den Vorschlag von *Remmel* abschätzen [6]. Dabei werden die Einflüsse der Zuschlagsart und -größe sowie die Betonfestigkeit berücksichtigt. Der Einfluß einer Versprödung hochfester Betone fließt ebenfalls in die Berechnung ein. Aufbauend auf einen Vorschlag von *König* und *Duda* kann die Entfestigungskurve mittels eines Summenansatzes (1) berechnet werden.

$$\sigma_{\text{Beton}}(w) = f_{t1} \cdot e^{-\left(\frac{w}{w_1}\right)^c} + f_{t2} \cdot \left(1 - \frac{w}{w_2}\right) \quad (1)$$

3.3 Anteil der Stahlfasern

Nach Ausbildung eines Makrorisses werden Zugkräfte in die rißkreuzenden Stahlfasern eingeleitet. Deren Größe ist abhängig von der übertragbaren Verbundspannung, die durch spezielle Profilierungen der Faseroberfläche bzw. Endverankerungen erheblich gesteigert werden kann. Während der Verlauf der Verbundspannung entlang der Faseroberfläche anfangs nicht linear ist, bildet sich während des Ausziehens der Faser mit zunehmenden Relativverschiebungen ein konstanter Verlauf, der als Reibungsspannung interpretiert werden kann (Bild 1).

Zur Berechnung der dissipierten Energieanteile durch Faserauszug wird eine entlang der Faserachse konstante Reibungsspannung τ_m angesetzt [7], [8].

Die Verbundwirkung der Faser in der Matrix wird sehr wesentlich von den bei vielen Fasern vorhandenen Endverankerungen bestimmt. Die Wirkung solcher Abkröpfun-

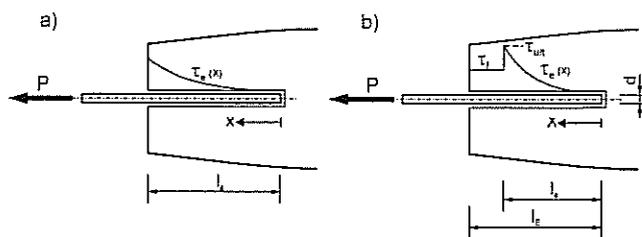


Bild 1 a) Nichtlinearer Verlauf der Verbundspannung; b) Verlauf der Verbundspannungen während des Ausziehens der Faser
Fig. 1 a) Non-linear bond stress distribution; b) Stress distribution during fibre pull-out

gen ist sowohl experimentell als auch analytisch vielfach untersucht. Dem vorliegenden Ziel, bruchmechanische Kenngrößen für Stahlfaserbetone rechnerisch zu ermitteln, d. h. den Übergang von der Mesoebene auf die Makroebene möglichst prägnant formulieren zu können, wird der Ansatz komplizierter rechnerischer Beschreibungen der Wirkung von Endverankerungen nicht gerecht. Statt dessen wird vorgeschlagen, die Wirkungen von Endverankerungen und Faserprofilierungen pauschal durch Ansatz einer konstanten Verbundspannungs-Schlupfbeziehung zu entsprechen. Durch diese Vereinfachung auf der Mesoebene lassen sich praktisch handhabbare Rechenbeziehungen auf der Makroebene entwickeln.

Einflüsse aus profilierten Oberflächen bzw. Endverankerungen müssen durch Faserauszugsversuche erfaßt und in der anzusetzenden Reibungsspannung τ_m berücksichtigt werden.

Aus diesen Verbundverhältnissen kann der Kraftverlauf einer rißkreuzenden Faser berechnet werden [8]. Dabei wird die maximal durch die Faser aufnehmbare Kraft einerseits durch deren Zugfestigkeit $F_{t, \text{faser}}$, andererseits durch die Reibungsspannung τ_m begrenzt.

Bei praxisüblichen Anwendungen versagt i. d. R. immer der Verbund zwischen Faser und Beton, so daß es zu einem Auszug der Stahlfaser und damit einhergehend zu einem duktilen Materialverhalten kommt. Die durch eine Faser zum Zeitpunkt des Verbundversagens aufnehmbare Kraft läßt sich dabei gemäß Gl. (2) berechnen.

$$F_u = U \cdot \tau_u \cdot \ell_e = \pi \cdot d_f \cdot \ell_e \cdot \tau_u \quad (2)$$

Die nachfolgenden Herleitungen setzen idealisierter Weise voraus, daß die Breite eines durch eine Stahlfaser vernähten Risses bis zum Versagen des Verbundes ausschließlich über die elastischen Dehnungen der Faser entsteht. Nach Versagen der Verbundspannung vergrößern sich die Rißweiten durch den auftretenden Faserschlupf.

Aus den durch Verbundkräfte eingeleiteten Spannungen lassen sich gemäß des Hookschen Gesetzes Faserdehnungen bzw. Faserverlängerungen und daraus abgeleitet eine vorhandene Rißbreite errechnen. Der Spannungsübertrag von der gerissenen Matrix in eine ideal eingebettete Faser folgt gemäß Gl. (3) einer Wurzelbeziehung und ist von Fasergeometrie, -material und den idealisierten Verbundeigenschaften (unter der Berücksichtigung der Einflüsse aus Endverankerungen und Oberflächenprofilierungen) abhängig.

$$\sigma_f = \frac{2}{d_f} \cdot \sqrt{E_f \cdot \tau_m \cdot d_f \cdot w} \quad (3)$$

Überschreitet die Faserspannung die Verbundfestigkeit, so nehmen die über den Riß übertragbaren Spannungen infolge des Faserschlupfes stetig ab.

Die Form einer rechnerischen σ - w -Beziehung für Stahlfaserbeton muß deshalb prinzipiell in zwei Anteile aufgeteilt werden. Der „aufsteigende“ Ast folgt einer Wurzelfunktion gemäß Gl. (3), in dessen Verlauf bis zum Erreichen der maximalen Verbundfestigkeit Zugkräfte in die Faser eingeleitet werden. Der „absteigende“ Ast, der idealisiert durch das Ausziehen der Faser nach Versagen der Verbundfestigkeit charakterisiert ist, nimmt infolge der Reduzierung der Einbindelänge linear ab.

Zur Ermittlung der Zugspannungs-Rißöffnungsbeziehung für Stahlfaserbeton sind die über den Riß übertragbaren Zugspannungen durch den Beton bzw. die Stahlfasern zu überlagern. Im Bereich I, in dem die rißüberbrückende Faser noch vollständig und damit nahezu schlupffrei in der Matrix eingebettet ist, können die Spannungen gemäß Gl. (4a) errechnet werden. Nach Überschreiten der Verbundfestigkeit und dem beginnenden Auszug der Faser aus der Matrix folgen die Spannungen der rechnerischen Beziehung gemäß Gl. (4b).

$$\sigma(w) = f_{t1} \cdot e^{-\left(\frac{w}{w_1}\right)^c} + f_{t2} \cdot \left(1 - \frac{w}{w_2}\right) + M \cdot \sqrt{w} \quad (4a)$$

$$\sigma(w) = f_{t1} \cdot e^{-\left(\frac{w}{w_1}\right)^c} + f_{t2} \cdot \left(1 - \frac{w}{w_2}\right) + \sigma_\tau \cdot \left(1 - \frac{w - w_{\tau u}}{\ell^*}\right) \quad (4b)$$

mit

$$M \quad \text{Fasermaterialkonstante} \quad \frac{2}{d_f} \cdot \sqrt{E_f \cdot \tau_u \cdot d_f}$$

$$\sigma_\tau \quad \text{Faserspannung bei Verbundversagen} \quad 4 \cdot \frac{\ell_e}{d_f} \cdot \tau_m$$

ℓ^* effektive Faserauszugslänge $\ell_e - w_{\tau u}$
 f_{t1}, f_{t2} Materialparameter nach [6]
 $w_{\tau u}$ Rißbreite bei Verbundversagen

3.4 Diskussion der Parameter

Neben der Dosierung und einem Orientierungsfaktor zur Erfassung der zufälligen Ausrichtung der Fasern müssen auch deren Materialeigenschaften und insbesondere die Verbundeigenschaften angesetzt werden. Eine realistische Abschätzung von τ_u bzw. τ_m ist schwierig, allerdings für die Qualität der Berechnung von großer Bedeutung und sollte durch Faserauszugsversuche ermittelt werden. In [4] finden sich die Ergebnisse einer Literaturstudie zur Quantifizierung der o. a. Parameter.

4 Modellvergleich mit durchgeführten Versuchen

4.1 Versuchskonzeption

Zur Bestätigung des hergeleiteten Modells wurden zentrische Zugversuche an Prüfkörpern aus Stahlfaserbeton durchgeführt. Dabei wurden unterschiedliche Betonfestigkeiten und Stahlfasergehalte untersucht. Die zugegebenen Stahlfasern hatten eine Länge von $\ell_f = 30$ mm, einen Durchmesser $d_f = 0,5$ mm und waren mit Aufbiegungen an den Enden versehen.

Als Prüfkörper für den zentrischen Zugversuch wurden Zylinder mit Durchmessern von 100 mm bzw. 150 mm hergestellt. Diese wurden teilweise in einer entsprechenden Zylinderschalung betoniert und teilweise aus dem mittleren Drittel eines Würfels mittels Kernbohrungen entnommen. Hierdurch sollte der Einfluß von Randflächen auf die Faserorientierung untersucht werden.

Auf mit der Prüfmaschine biegesteif verschraubten Stahlplatten wurden die Prüfkörper mittels eines epoxidharzhaltigen Klebstoffs befestigt. Die Steuerung der Versuche erfolgte über vier induktive Wegaufnehmer, die die Verformungen über der Kerbe aufzeichneten und eine sensible Steuerung des Versuchs, insbesondere bei Ausbildung des ersten Risses, ermöglichten. Bild 2 zeigt exemplarisch Mittelwertskurven der durchgeführten Versuche im Vergleich.

4.2 Vergleich der Ergebnisse

Die experimentell ermittelten Entfestigungsbeziehungen wurden mit dem erstellten Modell nachgerechnet. In Bild 3 findet sich ein Vergleich der experimentellen Kurve eines hochfesten Stahlfaserbetons ($f_c = 105$ N/mm²) mit den nachgerechneten Modellkurven. Die Prüfkörper der entsprechenden Charge wurden in einer Schalung hergestellt und nicht aus Betonblöcken mittels Kernbohrungen gezogen. Die Modellierung der Entfestigungskurve mit einem dreidimensionalen Orientierungsfaktor η_{3D} führt deshalb zu einer Unterschätzung des

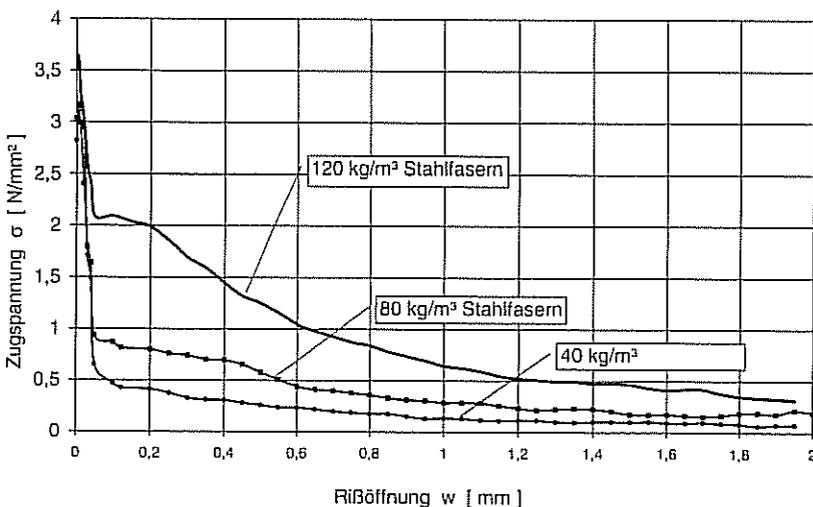


Bild 2 Mittelwertskurven der zentrischen Zugversuche normalfester Betone
 Fig. 2 Average curves of direct tension tests of normal strength concrete

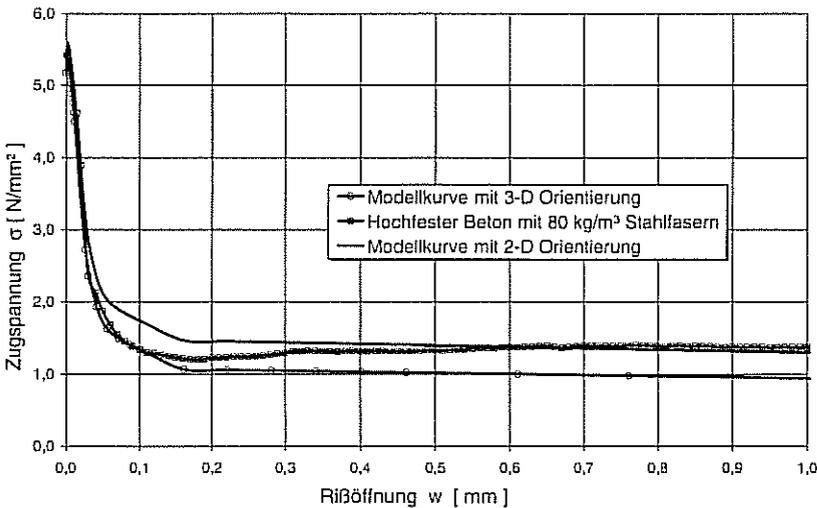


Bild 3 Vergleich der experimentellen Kurven mit der rechnerischen Modellierung
Fig. 3 Comparison between experimental and analytical results

Spannungsverlaufes. Der Ansatz einer zweidimensionalen Ausrichtung liefert günstigere Ergebnisse.

Anhand der o. a. Versuchskurve kann entnommen werden, daß mit dem rechnerischen Modell das Entfestigungsverhalten von stahlfaserverstärkten Betonen gut abgebildet

Die übertragbaren Zugspannungen sind bei faserfreiem Beton ab Rißbreiten zwischen 160 µm und 250 µm zu vernachlässigen.

werden kann. Der in Bild 3 exemplarisch dargestellte Vergleich lieferte auch für die übrigen Prüfkörperserien ähnliche Ergebnisse [4].

Die rechnerische Entfestigungskurve berücksichtigt den Übergang zum faserfreiem Beton und beschreibt das komplizierte Tragverhalten von Stahlfaserbeton durch wenige Parameter. Zur praktischen Anwendung bei der Bemessung sind die aufgeführten Abhängigkeiten jedoch zu komplex. Es wird deshalb ein vereinfachtes Verfahren vorgestellt, das die Ermittlung der Entfestigungsfunktion als Polygonzug ermöglicht.

Für die Bruch- bzw. Faserauszugsenergie kann die Entfestigungsfunktion in drei einfache geometrische Teilbereiche zerlegt werden.

Die σ - w -Kurve von Stahlfaserbeton läßt sich gemäß Bild 4 in drei charakteristische Bereiche unterteilen: ein Bereich (I), in dem hauptsächlich der Beton für die Übertragung der Rißspannung verantwortlich ist, ein Bereich (II), in dem beide Komponenten, Beton- und Stahlfasern, wirksam sind, und ein dritter (III), in dem nur die Stahlfaser wirkt.

Weil die zentrische Zugfestigkeit des Betons durch Stahlfasern in praxisgerechten Zugabemengen kaum beeinflusst

wird, kann Punkt 1 durch die zentrische Zugfestigkeit des faserfreien Betons beschrieben werden. Hier wird die Beziehung nach *Remmel* [6] vorgeschlagen, die bereits den unterlinearen Anstieg der Zugfestigkeit bei Betonen höherer Festigkeiten berücksichtigt.

$$f_{ct} = 2,12 \cdot \ln \left(1 + \frac{f_c}{10} \right) \quad (5)$$

Im Bereich II, in dem beide Komponenten am Zugspannungsübertrag beteiligt sind, nimmt der Einfluß des Betons bei wachsender Rißbreite ab. Die Spannungsübertragung wird durch die Stahlfasern gewährleistet. Die Rißbreite, bei der sich ein Verbundversagen einstellt, ist abhängig von der Fasergeometrie und den Verbundeigenschaften zwischen Faser und Betonmatrix.

Für praxisübliche Fasern schwankt die Rißbreite zwischen 0,5 µm und 30 µm. Für diese Rißbreiten ist der Beton zwar noch maßgeblich an der Übertragung von Zugspannungen über den Riß beteiligt. Dieser Einfluß verliert sich jedoch zunehmend mit weiteren Steigerungen der Rißbreiten.

Die Rißbreite w_1 (Bild 4) wird vereinfacht konstant zu 50 µm gesetzt, da ab dieser Rißbreite der Einfluß des Betons merklich abzuflachen beginnt. Die zugehörige Spannung σ_1 berechnet sich demzufolge aus einem Anteil der Stahlfaser und dem linearen Anteil der Entfestigungskurve nach *Remmel*, die den Traganteil des Betons bei größeren Rißbreiten charakterisiert [6].

$$\sigma_1 = f_{t2} \cdot \left(1 - \frac{0,05}{w_2} \right) + \eta_{Vol} \cdot \eta_{\theta} \cdot \sigma_{\tau} \cdot \left(1 - \frac{0,05}{\ell_e} \right) \quad (6)$$

- mit
- f_{t2} Zugspannungsanteil gemäß *Remmel*
 - w_2 Rißbreite, ab der faserfreier Beton keine Zugspannungen mehr übertragen kann
 - η_{Vol} Stahlfaserdosierung
 - η_{θ} Orientierungsbeiwert der Stahlfasern
 - σ_{τ} Faserspannung bei Verbundversagen
 - ℓ_e rechnerische Einbindelänge der Fasern

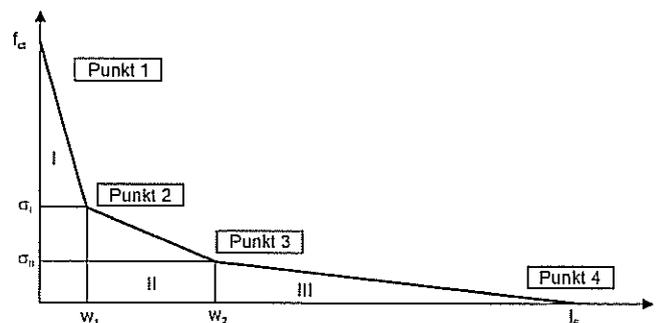


Bild 4 Bereichsunterteilung der trilinearen Entfestigungsfunktion
Fig. 4 Segments of the tri-linear softening curve

Der dritte Bereich III der Entfestigungskurve beschreibt die rißüberbrückende Tragfähigkeit der Stahlfasern für Rißbreiten, bei denen der Beton keine Zugspannungen mehr übertragen kann. Nach den Untersuchungen *Remmel* sind die übertragbaren Spannungen bei Betonen in Abhängigkeit vom Zuschlag und der Festigkeit ab Rißbreiten zwischen 160 μm und 250 μm zu vernachlässigen. Die Rißbreite w_{II} stimmt deshalb mit der entsprechenden Endrißbreite des Vorschlages von *Remmel* überein. Die zugehörige Spannung σ_{II} berechnet sich dann aus dem reinen Auszugsverhalten der Stahlfasern gemäß Gl. (7).

$$\sigma_{II} = \eta_{Vol} \cdot \eta_{\theta} \cdot \sigma_T \cdot \left(1 - \frac{w_{II}}{\ell_e}\right) \quad (7)$$

Der letzte charakteristische Punkt der trilinearen Entfestigungskurve ist durch die rechnerische Einbindelänge ℓ_e gegeben. Nach Erreichen dieser Rißbreite, die i. M. zu $\frac{1}{4} \times \ell_f$ angenommen wird, gilt die Faser rechnerisch als aus der Matrix ausgezogen. Damit sind keine weiteren Spannungsübertragungen möglich.

Zur Ermittlung des Orientierungsfaktors liegen ebenfalls eine Vielzahl von Vorschlägen unterschiedlicher Autoren vor [4]. Bei der Nachrechnung eigener Versuche haben sich für drei- bzw. zweidimensionale Orientierungsfaktoren die folgenden Ansätze bewährt:

$$\eta_{3D} = 0,30$$

$$\eta_{2D} = 0,45$$

Zur Ermittlung der Bruch- bzw. Faserauszugsenergie kann die vereinfachte Entfestigungsfunktion in drei einfache geometrische Teilbereiche zerlegt werden, deren Integration über die Ermittlung der Flächeninhalte leicht durchzuführen ist.

5 Schubtragfähigkeit

Infolge der bei schlanken Balken charakteristischen Rißbildungen ist die Zugfestigkeit eine für die Beschreibung des Schubtragverhaltens maßgebende Einflußgröße. Sie wächst bekanntermaßen im Vergleich zur Druckfestigkeit bei hochfesten Betonen nur unterproportional an. Eine generelle Erweiterung verwendeter empirischer Berechnungsverfahren kann deshalb nicht vorgenommen werden [9].

Auch *Hillerborg* prognostiziert in [10] eine direkte Proportionalität der Schubtragfähigkeit zur charakteristischen Länge ℓ_{ch} . Weitere bruchmechanische Ansätze zur Berechnung der Schubtragfähigkeit werden von *Remmel* [6], *Fischer* [11] und *Zink* [12] vorgelegt. All diese Untersuchungen wurden anhand experimenteller Ergebnisse an hochfesten Betonprüfkörpern, d. h. an Materialien mit zunehmender Sprödigkeit, verifiziert.

Um die allgemeine Gültigkeit der jeweiligen bruchmechanischen Ansätze, auch für Materialien mit abnehmender Sprödigkeit (also zunehmender Duktilität) zu bestätigen, wurden neben eigenen Versuchen an Stahlfaserbetonbalken auch umfangreiche Nachrechnungen von publizierten Ergebnissen durchgeführt. Die Bruchenergie G_f bzw. die

charakteristische Länge ℓ_{ch} wurden jeweils in Abhängigkeit der Faserart, Dosierung und der Betonfestigkeiten mit dem o. a. Modell berechnet [4]. Die beste Übereinstimmung zwischen rechnerischer Modellierung und experimentellen Ergebnissen lieferte das Modell von *Hillerborg/Gustafsson*, die für die Schubtragfähigkeit V_u folgende Proportionalität ermittelten.

$$V_u \sim \left(\frac{\ell_{ch}}{d}\right)^{1/4} \cdot f_{ct} = \sqrt[4]{\frac{E \cdot G_f}{d} \cdot f_{ct}^2} \quad (8)$$

Gl. (8) postuliert, daß sich die Schubtragfähigkeit nicht direkt proportional zur zentrischen Zugfestigkeit f_{ct} verhält, sondern proportional zu ihrer Quadratwurzel. Der Maßstabeffekt und die Materialduktilität werden mittels der vierten Wurzel berücksichtigt.

Diese Ergebnisse ermöglichen für Stahlfaserbeton die Berechnung eines Proportionalitätsfaktors zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit in Abhängigkeit der Materialduktilität. Ausgehend von der Tragfähigkeit eines geometrisch gleichen Referenzbalkens kann die Querkrafttragfähigkeit von Balken aus Stahlfaserbeton damit gemäß Gl. (9) ermittelt werden.

$$V_{\text{Stahlfaserbeton}} = V_{\text{Referenzbeton}} \cdot \chi_{\text{Fasern}} \quad (9)$$

Die Berechnung der Schubtragfähigkeit eines Referenzbalkens ist unproblematisch, da insbesondere für faserfreie Betone eine Vielzahl brauchbarer Ansätze vorhanden ist, bzw. auch experimentelle Ergebnisse verwendet werden können. Der Beiwert χ_{Fasern} beschreibt den Einfluß der Duktilität auf die Schubtragfähigkeit infolge der Faserzugabe. Die Untersuchungen von *Hillerborg* und *Gustafsson* zugrunde legend, errechnet sich der Erhöhungsfaktor χ_{Faser} gemäß Gl. (10).

$$\chi_{\text{Fasern}} = \frac{\sqrt[4]{\ell_{ch, \text{Fasern}}}}{\sqrt[4]{\ell_{ch, \text{Referenzbeton}}}} \quad (10)$$

Bild 5 zeigt, daß die Gewichtung der Materialduktilität gemäß des Vorschlages von *Hillerborg* und *Gustafsson* sehr gute Übereinstimmung zwischen Versuchen und rechnerischer Modellierung erzeugt. Damit können die Schubtragfähigkeiten von Balken aus Stahlfaserbeton mit der in Abschnitt 3 vorgestellten trilinearen Entfestigungsfunktion und den daraus ableitbaren bruchmechanischen Kenngrößen sehr gut und einfach abgeschätzt werden.

6 Ausblick

Durch die Zugabe von Stahlfasern werden die Festigkeitseigenschaften und der E-Modul des Betons kaum beeinträchtigt. Lediglich die Duktilität, d. h. die Verformungsfähigkeit des Materials nach erfolgter Rißbildung, wird signifikant gesteigert. Die Abschätzung dieser Verformungsfähigkeit erfolgt über Versuche, meistens werden aufgrund der einfachen Versuchstechnik Biegezugversuche durchgeführt. Mit dem vorgestellten Modell kann eine Abschätzung der sich einstellenden Materialduktilität über

die Berechnung der Entfestigungskurve vorgenommen werden. Dabei können im Prinzip beliebige Fasergeometrien berücksichtigt werden, sofern die Einflüsse aus Oberflächenprofilierung und Endverankerungen in eine mittlere Verbundspannung umgerechnet sind.

Mit Hilfe der rechnerisch ermittelten Materialduktilitäten kann der Einfluß von Stahlfasern beispielsweise auf das Schubtragverhalten gut abgeschätzt werden. Aber auch andere Tragmechanismen, wie beispielsweise der Einfluß von Stahlfasern auf das Trag- und Verformungsverhalten unter zentrischen Druckbeanspruchungen, können mit Hilfe der ermittelten bruchmechanischen Kenngrößen modelliert werden. Auch sogenannte Fasercocktailbetone, mit deren Hilfe das spröde Versagen hochfester Betone vermieden werden kann [13], können mit Hilfe des vorgestellten Modells dimensioniert werden.

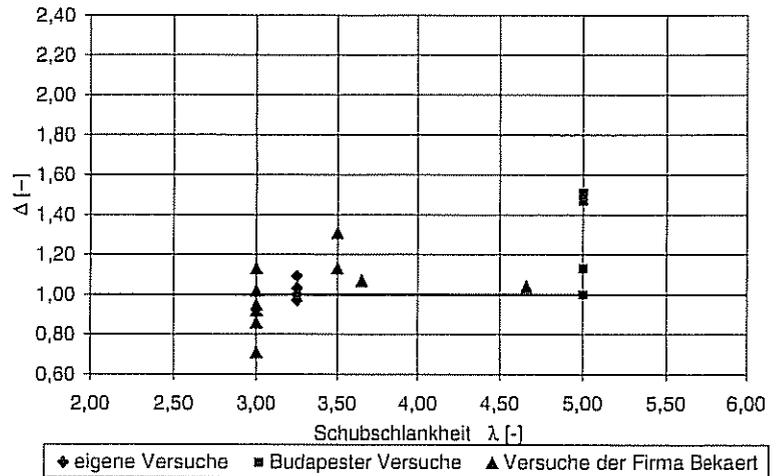


Bild 5 Schubtragfähigkeit nach Ansatz Hillerborg – Vergleich zwischen Versuch und Berechnung
Fig. 5 Shear capacity according to Hillerborg's proposal – comparison between test and analysis

Literatur

- [1] Zitzelsberger, T. und Mandl, J.: Neues DBV-Merkblatt „Stahlfaserbeton“. Beton 1/2002.
- [2] Haegermann, G.: Vom Caementum zum Zement. Beiträge zur Geschichte des Betons, Teil A. Festschrift der Dyckerhoff Zementwerke AG anlässlich des 100-jährigen Bestehens, Wiesbaden, 1964.
- [3] Maidl, B.: Stahlfaserbeton. Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1991.
- [4] Kützing, L.: Ein Beitrag zur Tragfähigkeitsermittlung stahlfaserverstärkter Betone unter besonderer Berücksichtigung bruchmechanischer Kenngrößen. Dissertation, Universität Leipzig, 1999 (erschieden im Teubner Verlag, ISBN 3-519-05267-9).
- [5] DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton – in Vorbereitung.
- [6] Rempel, G.: Zum Zug- und Schubtragverhalten von Bauteilen aus hochfestem Beton. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 444, Berlin, 1994.
- [7] Lin, Y.-Z.: Tragverhalten von Stahlfaserbeton. Dissertation, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, 1996.
- [8] Müller, M.: Ein Berechnungsverfahren für Faserbeton unter Biegung und Normalkraft. Dissertation, Institut für Massivbau, TH Darmstadt, 1992.
- [9] König, G. und Fischer, J.: Model Uncertainties concerning Design Equations for the Shear Capacity of Concrete Members without Shear Reinforcement. CEB, Bulletin 224, Lausanne, 1995.
- [10] Hillerborg, A.: Shear Strength of Reinforced Concrete Beams. Application of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete, Carpinteri (ed.), pp. 487–501, London 1990.
- [11] Fischer, J.: Versagensmodell für schubslanke Balken. Dissertation, Institut für Massivbau, TH Darmstadt, 1996.
- [12] Zink, M.: Zum Biegeschubversagen schlanker Bauteile aus Hochleistungsbeton mit und ohne Vorspannung. Eingereichte Dissertation, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Leipzig, 1998.
- [13] Kützing, L. und König, G.: Duktiler Hochleistungsbeton mit Fasercocktail. Technologie – Bemessung – Anwendung. Bautechnik 2/2001.

Schlüsselwörter:
 Stahlfaserbeton – Tragfähigkeitsanalyse – Entfestigungsmodell – Berechnungsvorschlag



Dr.-Ing. Lars Kützing
 IBC Ingenieurbau-Consult GmbH
 Mainz – Erfurt – Leipzig
 Kakteenweg 1a
 55126 Mainz